

EIN
DYNAMISCHER ZUGANG
ZUM
DIBARYON-PROBLEM

von
Hans-Georg Hopf
aus Nördlingen

Diss. Erlangen 1983





Digitized by the Internet Archive
in 2026

EIN
DYNAMISCHER ZUGANG
ZUM
DIBARYON-PROBLEM

Den Naturwissenschaftlichen Fachbereichen
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen - Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von
Hans-Georg Hopf
aus Nördlingen

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen
Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 4. November 1983

Vorsitzender der Promotionskommission:

Professor Dr. K. Jacobs

Erstberichterstatter:

Professor Dr. M.G. Huber

Zweitberichterstatter:

Professor Dr. C. Toepffer

V O R W O R T

Die vorliegende Arbeit behandelt einen eigenständigen Zugang zum Problem der Dibaryonresonanzen, der sich von allen anderen Ansätzen methodisch unterscheidet. Der Grundgedanke dazu wurde bereits 1973 von Dillig und Huber (Dil 73, Dil 74a, Dil 74b, Hub 78, Dil 79a, Dil 79b) im Rahmen eines verallgemeinerten Multibaryonmodells formuliert. Eine erste, allerdings eingeschränkte Modellrechnung wurde von Händel (Hän 78a, Hän 78b) durchgeführt. Seine Ergebnisse waren Anlaß für erste Messungen von Analysierstärken der elastischen Pion-Deuteron Streuung im Mittelennergiebereich. Diese Messergebnisse haben, in Zusammenhang mit intensiven Untersuchungen anderer Gruppen (Kub 79, Kub 80, Kan 79, Kan 81), zu spektakulären Interpretationen geführt, nach denen exotische Anregungen von entscheidender Bedeutung für die Beschreibung von Observablen sein sollten. Dies ist der aktuelle Anlaß, das Dibaryonproblem nochmals mit verfeinerten Methoden anzugehen. Wegen der Komplexität des Problems und der Originalität des Zugangs mußte die Darstellung notwendigerweise an Ausführlichkeit zunehmen. Andererseits sollte im Dickicht der Details nicht der grundlegende und universelle Ansatz verloren gehen. Deshalb wurde dem eigentlichen Hauptteil (mit den Teilen B, C und D) eine Einleitung (Teil A) vorangestellt; diese dokumentiert das gesamte Modell auf wenigen Seiten in vereinfachter Form, wobei der Vergleich von experimentellen Daten mit theoretischen Vorhersagen zusammenfassend kommentiert wird.

INHALTSVERZEICHNIS

A EINLEITUNG

1. Das Dibaryon im D^* -Modell
2. Das Delta-Nukleon System
3. Die T-Matrix
4. Observable der elastischen Pion-Deuteron Streuung
5. Zusammenfassung

B DAS MODELL

1. Das Reaktionsmodell
2. Das Dibaryon im D^* -Modell
3. Struktur des Baryon-Baryon Systems
4. Die Delta-Nukleon Dynamik
5. Das Eigenwertproblem

C ANWENDUNGEN: DIE REAKTION $\vec{D}(\pi^+, \pi^+)D$

1. Beschreibung von Reaktionen mit polarisierten Objekten
2. Ergebnisse, Analyse und Diskussion

D ERWEITERUNGEN

1. Erweiterungen auf andere Reaktionen
2. Erweiterungen auf andere elementare Anregungen

E ZUSAMMENFASSUNG

1. Das D*-Modell
2. Die Reaktion $\vec{D}(\pi^+\pi^-)D$
3. Schlußfolgerungen

X ANHANG

1. Parameter
2. Deuteronwellenfunktion
3. Baryon-Baryon Potentialmatrixelemente
4. Übergangsstärken
5. Zusammenfassung von experimenteller Information
 über die Reaktion $\vec{D}(\pi^+\pi^-)D$
6. Rechen-organisatorisches Konzept

R REFERENZEN

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

T E I L A

A E I N L E I T U N G

- 1 Das Dibaryon im D*-Modell
- 2 Das Delta-Nukleon System
 - 2.1 Die Delta-Nukleon Wechselwirkung
 - 2.2 Das Eigenwertproblem
 - 2.3 Gewichtete Delta-Nukleon Spektren
- 3 Die T-Matrix
- 4 Observable in der elastischen Pion Deuteron Streuung
- 5 Zusammenfassung

A EINLEITUNG1. DAS DIBARYON IM D*-MODELL

Das Dibaryon ist in den letzten Jahren immer wieder Gegenstand physikalischen Interesses. Was ist ein Dibaryon? Ausgehend von der Wortbedeutung ist es ein System, bestehend aus zwei Baryonen, also ein Objekt, charakterisiert durch die Baryonenzahl $B=2$. Das einzige gebundene derartige Objekt ist das Deuteron. Unter Dibaryonen versteht man also resonanzartige Kontinuums-Anregungen des Deuterons. Als experimentell weitgehend etablierte Resonanzen im $T=1$ Kanal sieht man heute an (Schw 81, Kam 81, Jon 81, Par 82):

$${}^1D_2 \quad (T=1, 2140 \text{ MeV})$$

$${}^3F_3 \quad (T=1, 2220 \text{ MeV})$$

$${}^1G_4 \quad (T=1, 2430 \text{ MeV})$$

(Zur Notation: $N-N$ Quantenzahlen $2S+1L_J$).

Diese Resonanzen liegen in verschiedenen Kontinua, beispielsweise dem:

Nukleon-Nukleon	Kontinuum
Pion - Deuteron	Kontinuum
Pion - Nukleon - Nukleon	Kontinuum
Gamma - Deuteron	Kontinuum
Gamma - Nukleon - Nukleon	Kontinuum

Man kann die $B=2$ Resonanzstruktur aufdecken, indem man über oben erwähnte Kanäle in verschiedenen Reaktionen diese Dibaryonenresonanzen anzuregen versucht. Die Evidenz für die erwähnten Resonanzen kommt aus verschiedenen Prozessen, insbesondere aus:

- der Nukleon Nukleon Streuung (Aue 77a, Aue 77b, Aue 78a, Aue 78b, Hid 77), sowie
- der Pion Deuteron Streuung (Bol 81, Bol 82, Bos 83)

Diese Dibaryonresonanzen werden häufig als exotisch bezeichnet; man möchte damit auf eine vermutete nichttriviale Sechs-Quark Natur dieser Zustände hinweisen. Trotz intensiver Bemühungen ist ein dynamisches Verständnis bis jetzt noch wenig entwickelt (Kub 79, Kub 80).

Ziel dieser Arbeit ist es, ein dynamisches Konzept im Rahmen des sogenannten "D*-Modells" zur Beschreibung von Dibaryon - Strukturen vorzustellen. Zur Hinführung auf dieses Konzept erweist es sich als hilfreich, kurz auf das Baryon ($B=1$ System) einzugehen: das Nukleon ist nicht inert, sondern besitzt ein Anregungsspektrum beruhend auf internen Quarkanregungen. Eine dominante Anregung ist beispielsweise die Delta-33-Resonanz bei 300 MeV Anregungsenergie. In der Figur A 1/1 sind sowohl für $B=1$ wie auch für $B=2$ experimentell verifizierte Resonanzen eingetragen. Ein Vergleich der beiden Anregungsspektren zeigt:

- Die Anregung der energetisch vom restlichen Spektrum deutlich abgesetzten Delta (33) Resonanz im $B=1$ System erfordert etwa die gleiche Energie wie die Anregung der erwähnten Dibaryonresonanzen im $B=2$ System.

Konsequenterweise stellen sich die folgenden Fragen:

- Inwieweit haben $B=2$ Resonanzen ihren Ursprung in $B=1$ Anregungen? Beziehungsweise;
- Was ist die auf der elementaren Delta (33) Anregung des Nukleons aufbauende analoge Resonanz-Struktur im Deuteron?

Dies führt zu der Vorstellung eines $B=2$ Spektrums, dessen dynamische Wurzel in der Baryon Baryon Wechselwirkung

liegt. Im Unterschied zu dem anderweitig schon mit "physikalischen Vorurteilen" belegten Begriff der Dibaryonresonanz, soll hier von D^* -Resonanzen gesprochen werden, um die zu den N^* -Resonanzen analogen Anregungen des Deuterons zu bezeichnen. In diesen D^* -Anregungen sind Quarkfreiheitsgrade nur insoweit berücksichtigt, als sie sich in baryonischen beziehungsweise mesonischen Freiheitsgraden manifestieren. Aussichtsreich für eine Überprüfung dieser Konzepte erscheint der Energiebereich um die exponierte Delta (33) - Resonanz; das heißt die Analyse des Delta-Nukleon Systems bei Anregungsenergien zwischen 200 MeV und etwa 500 MeV.

2. DAS DELTA-NUKLEON SYSTEM

Im folgenden soll das Delta-Nukleon System genauer untersucht werden. Es kann angeregt werden, beispielsweise in Analogie zur elementaren Delta-Resonanz, über den Pion-Deuteron Kanal. Der naiven Vorstellung folgend sind zwei zunächst entartete Delta-Nukleon Konfigurationen möglich: in einem Fall ist das erste Nukleon (zB. Neutron), im anderen Fall das zweite Nukleon (zB. Proton) in die Delta-Resonanz angeregt. Die beiden Delta-Nukleon Konfigurationen können beispielsweise durch π -Mesonenaustausch ineinander übergehen. Dies gibt Anlaß zu einer Wechselwirkung, die die ursprüngliche Entartung aufhebt. Die Größe der Aufspaltung ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung.

Natürlich tragen Delta wie auch Nukleon einen Spin. Die Delta-Nukleon Wechselwirkung wird - wie auch die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung - spinabhängig sein und einen Unterschied zwischen paralleler und antiparalleler Kopplung der Baryonenspins machen (vergleiche Figur A 2/ 1a).

Im Zweiteilchensystem kommen darüberhinaus die Freiheitsgrade der Relativbewegung ins Spiel. Eine Klassifikation nach dem Relativdrehimpuls L der beiden Baryonen läßt erwarten, daß $L=0$ Konfigurationen die Wechselwirkung maximal spüren, da sich die beiden Baryonen dann relativ nahe bei-

einander aufhalten. Mit wachsendem Drehimpuls L rücken die Baryonen immer mehr auseinander, der Effekt der Wechselwirkung wird vermutlich kleiner, die Aufspaltung demnach geringer. Insgesamt erwartet man eine multipolaritätsabhängige Aufspaltung der ansonsten entarteten Delta-Nukleon Niveaus. Die Multipolaritäten sind charakterisiert durch dem Gesamtdrehimpuls J , entstanden durch die Kopplung von Spin S mit dem Relativdrehimpuls L , die Parität π und dem Isospin T . $J^\pi = 1^+$ und 2^+ Delta-Nukleon Moden sollten wegen der starken $L=0$ Komponente die Wechselwirkung am stärksten spüren; dies sollte sich im Spektrum durch eine exponierte Lage zeigen.

Bis jetzt wurde nur die relative Aufspaltung diskutiert; von eminenter Bedeutung ist jedoch die Größe der Aufspaltung, die direkt die effektive Stärke der Delta-Nukleon Wechselwirkung reflektiert. Beim Nukleon-Nukleon System führt die Wechselwirkung zu einer Absenkung des tiefsten Niveaus (dem Deuteron) um lediglich 2 MeV. Eine derart geringe Aufspaltung des Delta-Nukleon Spektrums würde nicht die experimentell beobachtete, in Figur A 1/1 dargestellte Resonanzstruktur erklären: vom Experiment sind Aufspaltungen in der Größenordnung von 100 MeV mit breiten überlappenden Resonanzen verschiedener Multipolarität zu erwarten. Der dynamische Zusammenhang zwischen Spektrum und Wechselwirkung macht eine sorgfältige Analyse der Delta-Nukleon Wechselwirkung notwendig.

2.1 DIE DELTA-NUKLEON WECHSELWIRKUNG

Die Delta-Nukleon Wechselwirkung ist zunächst einer direkten experimentellen Untersuchung, etwa in einem Streuexperiment, nicht zugänglich. Im folgenden soll darum versucht werden, diese Wechselwirkung zu konstruieren im Rahmen eines Boson - Austausch - Modells, das sich im Fall der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung bereits bewährt hat (Hos 60, Hos 61, Bry 67, Ued 68, Hol 72, Erk 74, Haa 74, Gre 76, Hol

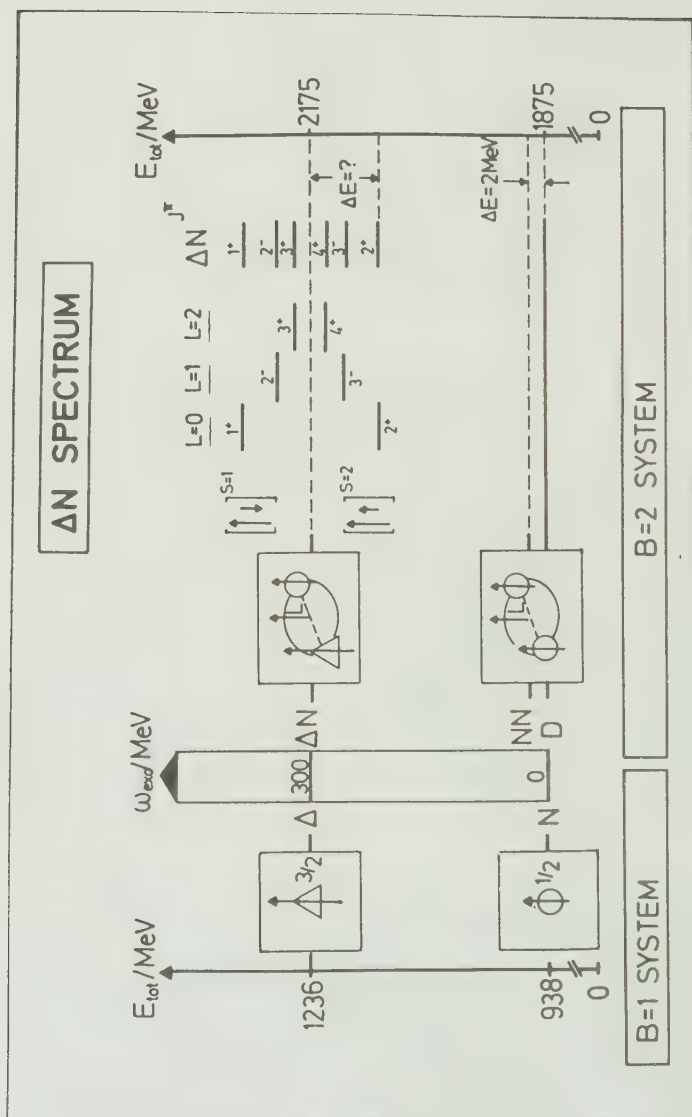


Fig. A 2/ 1a
Schematische Darstellung des Delta-Nukleon Spektrums.

THE DYNAMICS OF THE Δ N-SYSTEM

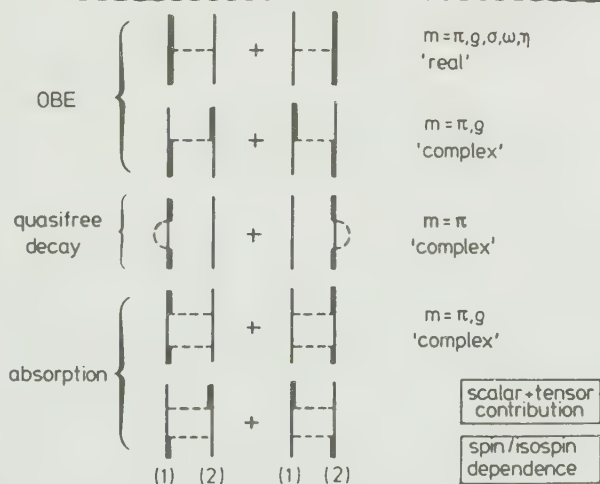
$$H_0 = T_{\text{rel.}} + h_{\text{int.}}^{(1)} + h_{\text{int.}}^{(2)}$$

$$H = H_0 + W$$

Δ N-Hamiltonian

$$W = W(1,2) + W(2,1)$$

Δ N-interaction



$$H_0 |v\rangle = \epsilon_v |v\rangle$$

$$H |\mu\rangle = \epsilon_\mu |\mu\rangle$$

$$|\mu\rangle = \sum_v c_v |v\rangle$$

Fig. A 2/ 1b

Die Dynamik des Delta-Nukleon Systems. Ein-Boson-(OBE) und Zwei-Boson (TBE) Austauschbeiträge.

76, Dil 76, Are 78, Gre 79, Kis 79, Hol 81). Die dabei benötigten Parameter (wie zum Beispiel die Meson-Nukleon-Nukleon Kopplungskonstanten beziehungsweise die entsprechenden Cut-off-Massen) werden aus den vorliegenden, an Nukleon-Nukleon Streuphasen angepaßten Meson-Austausch-Potentialen entnommen. Meson-Nukleon-Delta und Meson-Delta-Delta Kopplungskonstanten werden über das Quarkmodell auf Meson Nukleon-Nukleon Kopplungskonstanten bezogen. Damit erhält man für das Delta-Nukleon Potential eine etwas modifizierte Yukawa-Potentialstruktur im Ortsraum. Die Forderung der Austauschsymmetrie der Wechselwirkung bedingt im Unterschied zum Nukleon-Nukleon Fall zwei Terme (vergleiche Figur A 2/ 1b). In der hier vorgestellten Arbeit wurden verschiedene Strukturbeiträge berücksichtigt, nämlich:

- Ein - Boson - Austausch (OBE)-Beiträge;
- quasifreie Zerfallsbeiträge;
- absorptive (nichtmesonische) Beiträge
(d.h. spezielle Zwei-Boson-Austausch-Terme (TBE)).

Dabei muß man neben den sogenannten Direkten-Beiträgen, auch die Austausch-Anteile explizit berücksichtigen, bei denen die Anregungsenergie von einem Baryon auf das andere übertragen wird. Diese so konstruierte Delta-Nukleon Wechselwirkung unterscheidet sich von der niederenergetischen Nukleon-Nukleon Wechselwirkung in einer wesentlichen Eigenschaft: oberhalb der Pion-Produktionsschwelle, d.h. insbesondere im Energiebereich der vermuteten Dibaryonresonanzen, ist diese Wechselwirkung notwendigerweise komplex. Dies rührt daher, daß in diesem Energiebereich das Pion reell ausgetauscht werden kann, was schon im OBE-Potential zu einem Imaginärteil führt. Das "leichte" Pion nimmt demnach bei der Delta-Nukleon Potentialformulierung eine Sonderrolle ein. In der Figur A 2/ 2 ist dieser Pion-Beitrag zum Delta-Nukleon Potential explizit aufgeführt.

Zur Erläuterung ist in Abbildung A 2/ 3 der lokale Teil der

$W_{NN}(1,2)$ Monopol am Vertex		Spin	Isospin	Radialfunktion
				π
SPIN	DIREKT	$\underline{\Sigma} \cdot \underline{\Sigma}$	$\underline{I} \cdot \underline{I}$	$\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\lambda^2 - m^2}{\lambda^2 - \lambda^{\pi\pi}} \right) \left(\frac{\lambda^{\pi\pi}}{m} \right)^3 \frac{e^{-\lambda^{\pi\pi} r}}{\lambda^{\pi\pi} r} - \left(\frac{\lambda^{\pi\pi 2} - m^2}{\lambda^{\pi\pi 2} - \lambda^2} \right) \left(\frac{\lambda}{m} \right)^3 \frac{e^{-\lambda r}}{\lambda r} \right\}$
	AUSTAUSCH	$\underline{S}^{\pi\pi} \underline{S}^{\pi\pi}$	$\underline{I}^{\pi\pi} \underline{I}^{\pi\pi}$	$- \frac{1}{3} \frac{(f^{\pi\pi})^2}{4\pi} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \mu \left\{ \frac{\cos \mu r}{\mu r} + \left(\frac{\lambda^{\pi\pi}}{\mu} \right)^3 \left[1 - \left(\frac{\lambda^{\pi\pi 2} + \mu^2}{\lambda^{\pi\pi 2}} \right) \frac{2 - \lambda^{\pi\pi}}{2} \right] \frac{e^{-\lambda^{\pi\pi} r}}{\lambda^{\pi\pi} r} + i \frac{\sin \mu r}{\mu r} \right\}$
TENSOR	DIREKT	$\underline{S}_{12}(\hat{r})$	$\underline{I} \cdot \underline{I}$	$+ \frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \cdot \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\lambda^2 - m^2}{\lambda^2 - \lambda^{\pi\pi 2}} \right) \left(\frac{\lambda^{\pi\pi}}{m} \right)^3 \left(1 + \frac{3}{\lambda^{\pi\pi} r} + \frac{3}{(\lambda^{\pi\pi} r)^2} \right) \frac{e^{-\lambda^{\pi\pi} r}}{\lambda^{\pi\pi} r} - \left(\frac{\lambda^{\pi\pi 2} - m^2}{\lambda^{\pi\pi 2} - \lambda^2} \right) \left(\frac{\lambda}{m} \right)^3 \left(1 + \frac{3}{\lambda r} + \frac{3}{(\lambda r)^2} \right) \frac{e^{-\lambda r}}{\lambda r} \right\}$
	AUSTAUSCH	$\underline{S}_{12}(\hat{r})$	$\underline{I}^{\pi\pi} \underline{I}^{\pi\pi}$	$- \frac{1}{3} \frac{(f^{\pi\pi})^2}{4\pi} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \mu \left\{ \left(1 - \frac{3}{(\mu r)^2} \right) \frac{\cos \mu r}{\mu r} - \frac{3}{\mu r} \frac{\sin \mu r}{\mu r} + \left(\frac{\lambda^{\pi\pi}}{\mu} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{3}{\lambda^{\pi\pi} r} + \frac{3}{(\lambda^{\pi\pi} r)^2} \right) + \left(\frac{\lambda^{\pi\pi 2} + \mu^2}{\lambda^{\pi\pi 2}} \right) \frac{1 + \lambda^{\pi\pi}}{2} \right] \frac{e^{-\lambda^{\pi\pi} r}}{\lambda^{\pi\pi} r} + i \left[\left(1 - \frac{3}{(\mu r)^2} \right) \frac{\sin \mu r}{\mu r} + \frac{3}{\mu r} \frac{\cos \mu r}{\mu r} \right] \right\}$

Fig. A 2/ 2

Ortsdarstellung des Ein Pion Austauschpotentials (OPEP) aufgeschlüsselt nach Spin-, Tensor-, Direkten und Austausch-Beiträgen.

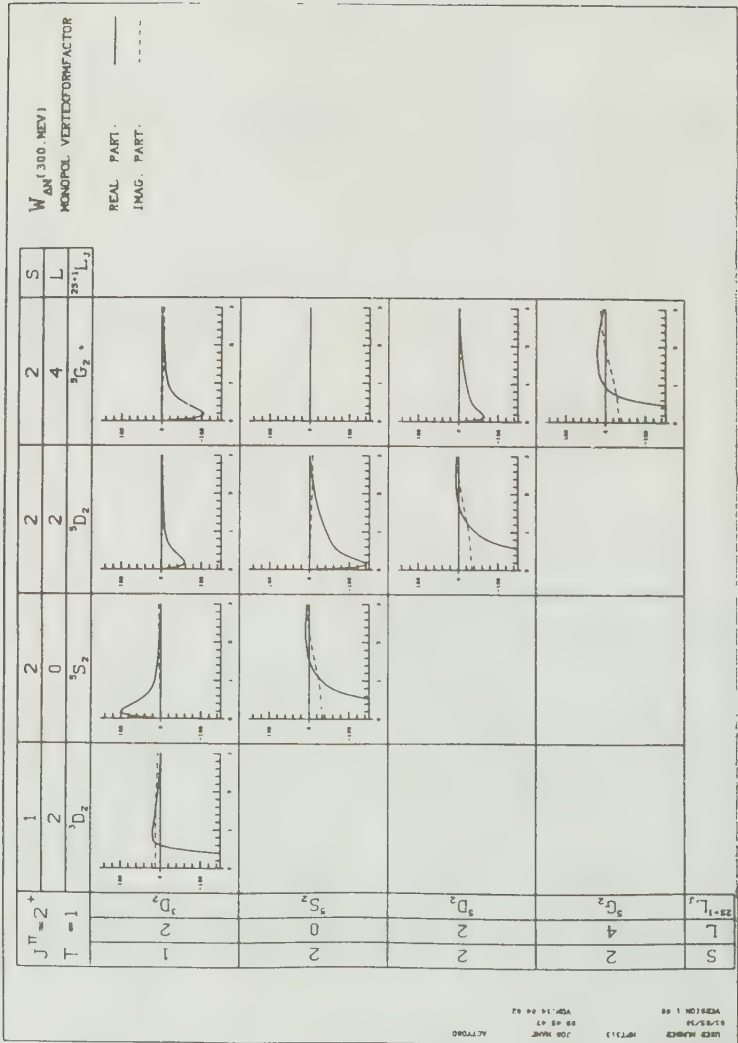


Fig. A 2/3
 Das OBE $J^\pi = 2^+$, $T = 1$ Übergangspotential für eine Anregungsenergie von 300 MeV, aufgeschlüsselt nach verschiedenen L, S $\rightarrow$ L, S-Beiträgen.

Wechselwirkung in Form von Übergangspotentialen für die Isospin $T=1$ Multipolaritäten $J^{\bar{K}} = 1^+$ bzw. 2^+ angegeben. Die 2^+ Moden sind beispielsweise aus vier L, S-Kombinationen aufgebaut; wegen der Potentialsymmetrie reduziert sich die sich ergebende 4×4 Matrix auf zehn nichttriviale Beiträge. Die Einzelpotentiale selbst sind komplex; ihre Radialabhängigkeit wird bestimmt durch "konspirative" Beiträge verschiedener Mesonen, mit spezifischen Kopplungskonstanten und unterschiedlichen Reichweiten. Die Tensorwechselwirkung gibt Anlaß zu nichttrivialen Kopplungspotentialen (nichtdiagonale Potentiale).

2.2 DAS EIGENWERTPROBLEM

Nach der Untersuchung der Delta-Nukleon Dynamik soll nun der Delta-Nukleon Hamiltonoperator für dieses Baryon-Baryon Problem formuliert werden (Kli 83). Der Operator besteht aus drei Anteilen:

$$H_{\Delta N} = T_{rel} + h_{int}(1) + h_{int}(2) + W_{\Delta N}(1,2) \quad (\text{A 2.2/ 1})$$

$$H_{\Delta N} | \mu \rangle = E_{\mu} | \mu \rangle \quad (\text{A 2.2/ 2})$$

Die Bedeutung der einzelnen Anteile ist in Teil B 2 erläutert (siehe auch Figur A 2/16). Die Beiträge der kinetischen Energie und der Wechselwirkung sind strukturell schon aus dem Nukleon-Nukleon System bekannt; neu hinzu kommen die sogenannten internen baryonischen Hamiltonoperatoren: h_{int} . Sie beschreiben die interne Struktur der Baryonen und sind diagonal im Raum der Ein-Baryon Zustände. Ihre Eigenwerte für die freien Baryonen sind die (komplexen) Massen von Nukleon und Delta. Der so konstruierte Hamiltonoperator ist notwendigerweise nichthermitesch. Das Lösen der Schrödingergleichung entspricht dem Lösen eines Systems von gekoppelten Gleichungen. Die Eigenwerte sind consequen-

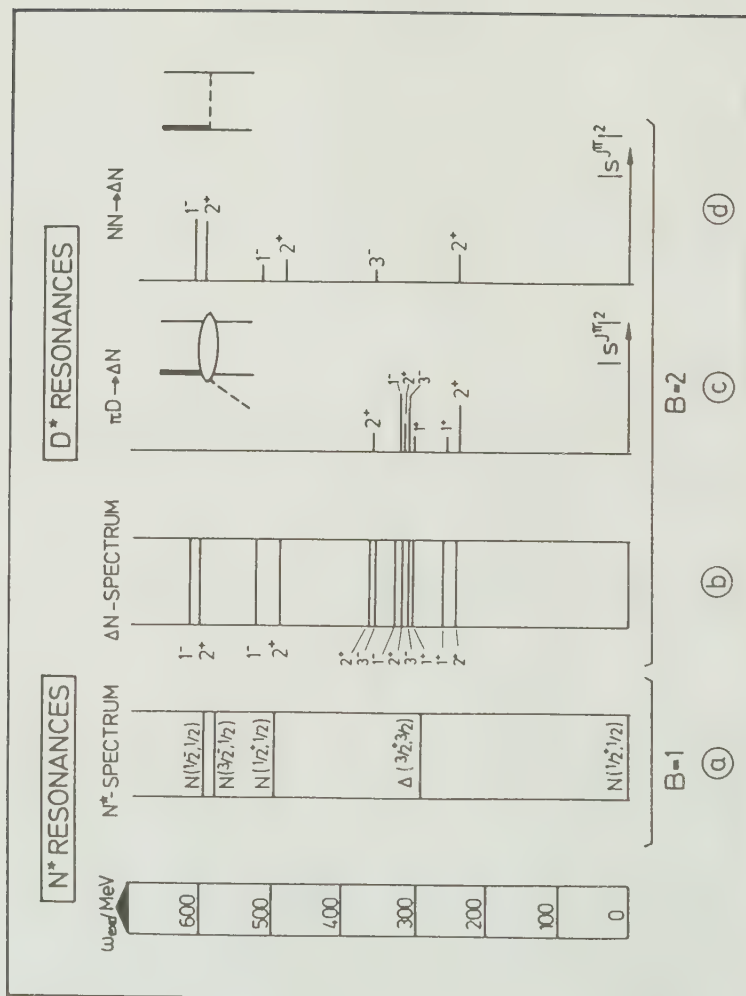


Fig. A 2/ 4
 Vergleich von N*- (a) und D*-Resonanzen (b). Die Stärke der Ankopplung D*-Moden an den πD - und NN-Kanal ist in (c) und (d) veranschaulicht.

terweise komplex; dies ist unmittelbar verständlich, da zerfallende Kontinuumszustände beschrieben werden. Das Ergebnis einer konkreten Rechnung mit realistischen Inputdaten liefert das in Figur A 2/ 4b angeführte Delta-Nukleon Spektrum; zum Vergleich ist nochmals das N^* -Spektrum (vergleiche Figur A 2/ 4a) angegeben. Wie schon qualitativ festgestellt, steht der elementaren Delta-Resonanz ein ganzes Spektrum im $B=2$ System gegenüber. Die eingangs gestellte Frage nach der Energieaufspaltung kann nun beantwortet werden: sie ist in der Größenordnung von 100 MeV. Auch die bezüglich $J^\pi=1^+$ und 2^+ Moden gemachten Strukturüberlegungen werden bestätigt. Beide Spektralzustände fallen durch starke Absenkung innerhalb des gesamten Spektrums auf. Insgesamt läßt sich feststellen, daß die, durch die Wechselwirkung bewirkte Aufspaltung des Delta-Nukleon Systems im Mittel wesentlich größer ist als die analoge Aufspaltung des Nukleon-Nukleon Systems.

2.3 GEWICHTETE DELTA-NUKLEON SPEKTREN

Welche Bedeutung kommt einem so generierten Spektrum in einer Reaktion zu? Relevant dafür sind die Übergangsstärken, das heißt die Stärke der Ankopplung eines Kanals an dieses Spektrum. Ein derart gewichtetes Spektrum ist in Figur A 2/ 4c angegeben: als Abszisse ist das Betragsquadrat der (Pion-Deuteron $\rightarrow$ Delta-Nukleon) Übergangsstärken aufgetragen. Wie man sieht, tragen nur wenige Eigenmoden fast die gesamte Übergangsstärke: es kommt offensichtlich zu einer konstruktiv kohärenten Überlagerung der Elementar-amplituden.

Die Gewichtung ist reaktionsspezifisch: während Figur A 2/ 4c den Pion-Deuteron Aspekt des Delta-Nukleon Spektrums zeigt, ist in Figur A 2/ 4d die (Nukleon-Nukleon $\rightarrow$ Delta-Nukleon) Übergangsstärke eingetragen. Wieder gibt es konstruktiv kohärente Delta-Nukleon Moden; das Bild im Detail hat sich aber verändert. Die Energiegewichtung fällt anders

TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

MULTIPOLARITY DEPENDENCE

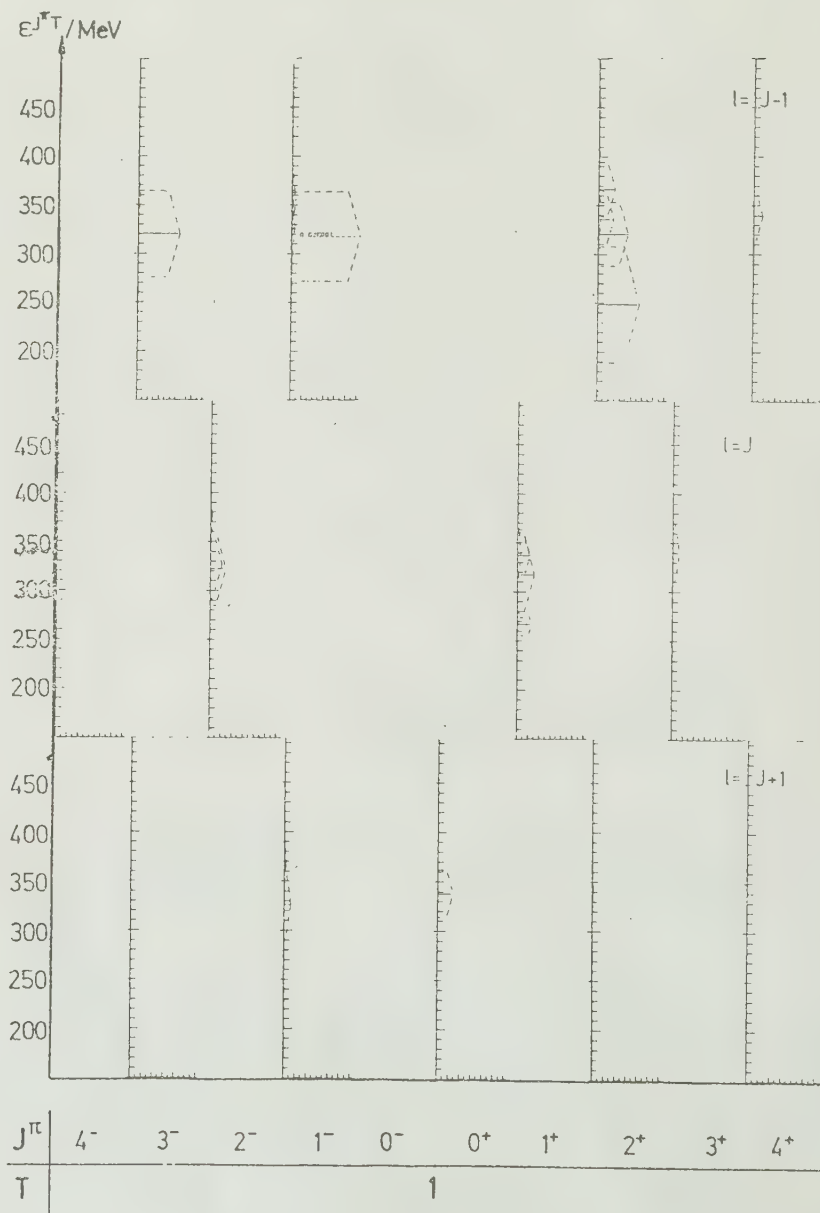
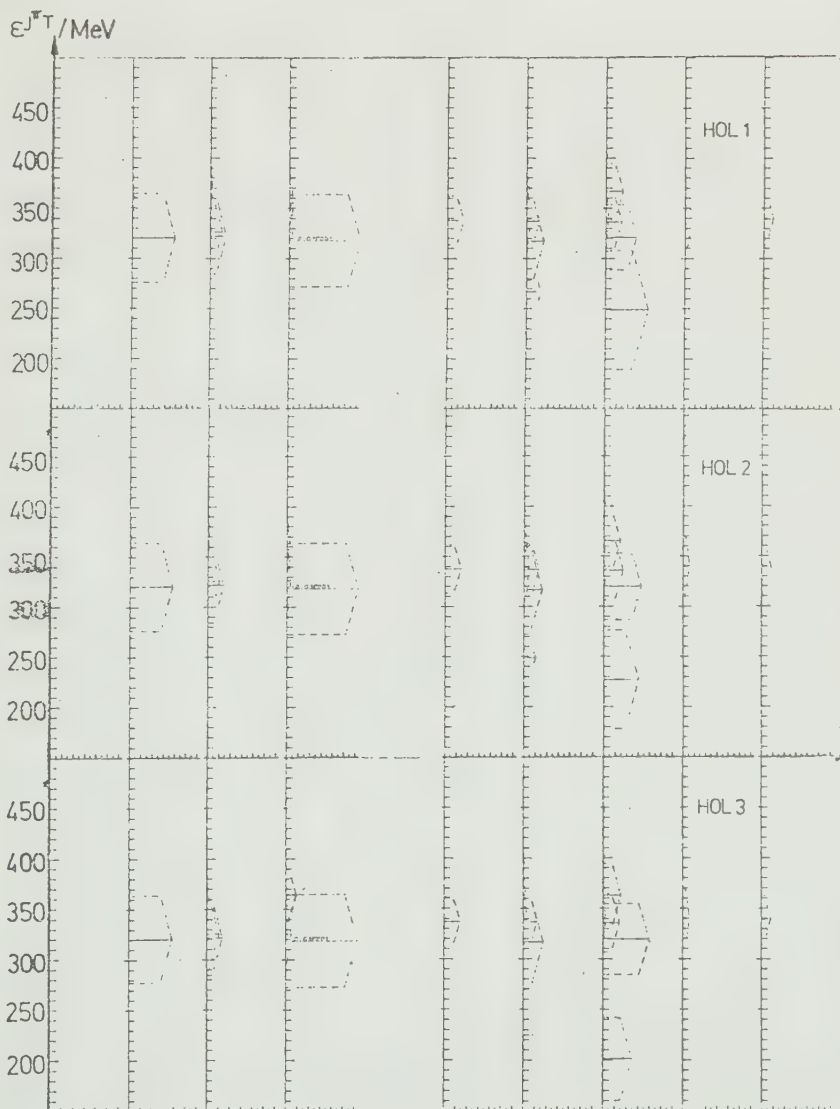


Fig. A 2/5

$\pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsstärke (300 MeV Anregungsenergie)

TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$ INPUT DATA DEPENDENCE



J^π	4^-	3^-	2^-	1^-	0^-	0^+	1^+	2^+	3^+	4^+
l	4	2	2	0		1	1	1	3	3
s					1					

Fig. A 2/ 6 Abhängigkeit der Pion-Deuteron Übergangsstärke für verschiedene Inputdatensätze HOL 1/2/3 ($\omega = 300$ MeV).

aus. Dies reflektiert die Tatsache, daß der Delta-Nukleon Formationsprozeß für den Pion-Deuteron Kanal einerseits und den Nukleon-Nukleon Kanal andererseits z.B. auf verschiedene Impulsbereiche sensitiv ist.

In der Figur A 2/ 5 sind die Pion-Deuteron Übergangsstärken aufgeschlüsselt nach verschiedenen Multipolaritäten für die möglichen Kopplungen von l und s aufgetragen. Hierbei bezeichnet l den Relativdrehimpuls zwischen Pion und Deuteron, s den Kanalspin (für den Pion-Deuteron Kanal gilt $s=1$). Es ist unmittelbar einsichtig, daß es je nach Parität ein oder zwei Kopplungsmöglichkeiten in den Übergangsstärken gibt. Auffällig ist, daß stets die "gestreckte Kopplung", charakterisiert durch $l=J-1$, die Hauptbeiträge zur Übergangsstärke liefert. Wie schon angemerkt, handelt es sich um Kontinuumszustände; ihre Breiten sind in Form der gestrichelten Pfeile angedeutet.

Das bisher verwendete Delta-Nukleon Potential hat Modellcharakter und ist deshalb mit Unsicherheiten behaftet (Beispiel: Wahl der Kopplungskonstanten oder Formfaktoren). Um ein Gefühl für diese Unsicherheiten zu bekommen, sollen drei verschiedene Delta-Nukleon Potentialmodelle miteinander verglichen werden, deren Parameter jeweils aus realistischen Analysen der Nukleon-Nukleon Streudaten gewonnen wurden. Das Ergebnis ist verblüffend: alle Eigenmoden haben in allen drei Modellen die gleiche energetische Lage und die gleiche Pion Deuteron Gewichtung; lediglich für die jeweils tiefsten 1^+ und 2^+ Moden ergibt sich eine Umgewichtung: je energetisch tiefer der Spektralzustand liegt, desto stärker ist er in seiner Übergangsstärke reduziert zugunsten höherliegender Delta-Nukleon Moden (vergleiche Figur A 2/ 6).

3. DIE T-MATRIX

Verbindungsstück zwischen Spektrum und Observablen ist die T-Matrix. Von verschiedenen Anteilen zur T-Matrix soll hier nur der dominante Beitrag einbezogen werden. Dieser wird im sogenannten Resonanz-Fluoreszenz Modell berechnet:

$$T_{fin, in} = \langle \psi_{fin} | L^\dagger G L | \psi_{in} \rangle \quad (A 3 / 1)$$

Nach der Anregung des Delta-Nukleon Systems propagiert dieses als Ganzes, bevor es wieder in den Ausgangskanal zerfällt. Der Propagator kann als Summe über energiegewichtete "Eigenprojektoren" geschrieben werden:

$$G = \sum_{\mu} \frac{|\mu\rangle \langle \tilde{\mu}|}{\omega - E_{\mu}} \quad (A 3 / 2)$$

Diese Form für den Greensoperator gibt, im Unterschied zur Darstellung mittels Matrix-Inversion, die Möglichkeit, explizit die Resonanzstruktur zu untersuchen. Damit erhält man für die T-Matrix:

$$T_{fin, in} = \sum_{\mu} \frac{\langle \psi_{fin} | L^\dagger | \mu \rangle \langle \tilde{\mu} | L | \psi_{in} \rangle}{\omega - E_{\mu}} \quad (A 3 / 3)$$

Die Eigenmoden legen die Polstruktur der T-Matrix fest. Die Übergangsmatrixelemente treten als reaktionsspezifischer Filter auf.

4. OBSERVABLE IN DER ELASTISCHEN PION-DEUTERON STREUUNG

Aus der T-Matrix beziehungsweise der S-Matrix kann man, wie in Teil C erläutert wird, die Observablen einer Reaktion berechnen. Im Fall der elastischen Pion-Deuteron Streuung sind folgende Größen beobachtbar:

REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+\pi^0)$

COMPLETE SET OF OBSERVABLES

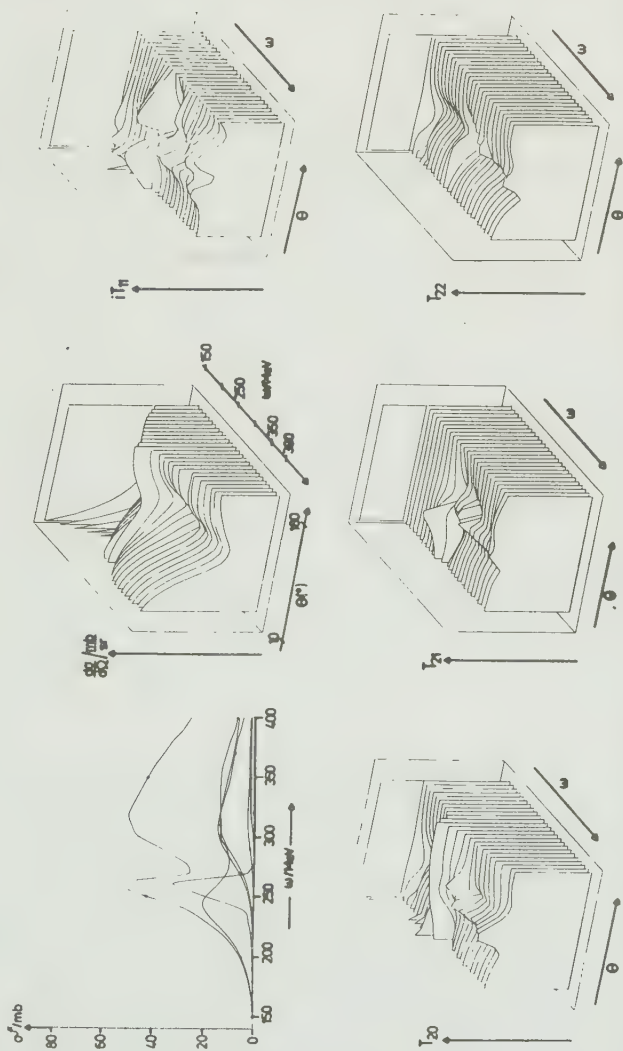


Fig. A 4/ 2
Wie Fig. A 4.1, jedoch für Anregungsenergien zwischen 150 und 390 MeV.

- der totale (elastische) Wirkungsquerschnitt
- der differentielle Wirkungsquerschnitt
- die Vektoranalysierstärke $iT(11)$
- die Tensoranalysierstärken $T(20)$, $T(21)$, $T(22)$

In der Figur A 4/1 ist ein vollständiger Satz von Observablen für 390 MeV Anregungsenergie angegeben, das entspricht 294 MeV kinetischer Energie des Pions im Laborsystem. Zusätzlich ist die zugrundeliegende S-Matrix angegeben.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt liegt im Millibarn-Bereich (30 mb unter Vorwärtswinkeln). Er hat ein ausgeprägtes Minimum bei 100 Grad (0.03 mb) und steigt im Großwinkelbereich wieder an (0.2 mb).

Die Vektoranalysierstärke zeigt oszillatorische Struktur. Sie hat zwei ausgeprägte Maxima bei 75 Grad (0.25) und 120 Grad (0.3) und Minima bei 95 Grad (-0.1) und 160 Grad (-0.15). Für 0 und 180 Grad verschwindet $iT(11)$; dieses Verhalten wird von den zugrundeliegenden assoziierten Legendre-Polynomen erzwungen.

Die Tensoranalysierstärken sind im Vergleich zu $iT(11)$ noch stärker strukturiert. Auch hier führen die Legendre-Polynome dazu, daß $T(21)$ und $T(22)$ für 0 bzw. 180 Grad verschwinden. Nur $T(20)$ kann hier einen von Null verschiedenen Wert annehmen.

Wie ernst muß man dieses Ergebnis nehmen? Dazu soll soweit es möglich ist, mit den vorliegenden experimentellen Daten verglichen werden. Der Vergleich zwischen dem Experiment und der Theorie führt beim differentiellen Wirkungsquerschnitt zu guter Übereinstimmung im gesamten Winkelbereich; sogar das Minimum und der Anstieg unter Rückwärtswinkeln wird beschrieben. Für die Vektoranalysierstärke ist im Vergleich zum Experiment die Größenordnung richtig; auch die Struktur der Daten wird grob wiedergegeben.

Dies ist ein Beispiel für eine Energie. Alle Observablen sind in Figur A 4/2 in einem Energiebereich zwischen 150

und 390 MeV in 10 MeV Schritten angegeben. Die Observablen, differentieller Wirkungsquerschnitt und Analysierstärken, sind als Fläche (als Funktion des Winkels und der Energie) dargestellt. Die sehr unterschiedliche Struktur dieser fünf "Observablenflächen" reflektiert stets die gleiche Delta-Nukleon Dynamik: Die Oberflächenstruktur der Analysierstärken ist viel aufgerauhter als die des Wirkungsquerschnitts; offensichtlich sind die Analysierstärken viel sensitiver auf Details der Wechselwirkung.

Nun soll ein kleiner Teil dieser Oberflächenstrukturen mit praktisch dem gesamten Vorrat an experimentellem Datenmaterial verglichen werden (siehe auch Anhang X5). Wenn man von den umstrittenen Messungen der Tensoranalysierstärke $T(20)$ bei 260 MeV Anregungsenergie absieht (Holt 79, Holt 81, Ulb 82a, Ulb 82b, Grü 82, Chr 83), kann nur der differentielle Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke einbezogen werden. Für die kinetische Energie des Pions im Laborsystem (Anregungsenergie) 116 (243) MeV, 142 (266) MeV, 181 (300) MeV, 217 (331) MeV, 231 (343) MeV, 254 (360) MeV, 274 (380) MeV und 294 (395) MeV sind in der Figur A 4/3 dem Experiment drei Ergebnisse für realistische Potentialansätze gegenübergestellt. Die experimentelle Information stammt aus folgenden Quellen:

- für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:
 Gabathuler et al. Nuc. Phys. A350 (1980) 253
 für die kinetische Energie des Pions im Laborsystem:
 116, 142, 181, 217, 231, 254, 292 MeV, beziehungsweise
- für die Analysierstärke $iT(11)$:
 Bolger et al. Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 167
 Bolger et al. Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1667
 M. Meyer private communication (1983)
 für die kinetische Energie des Pions im Laborsystem:
 142, 219, 256, 275, 294 MeV

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

INPUT DATA UNCERTAINTIES

HOL1— HOL2---- HOL3-----

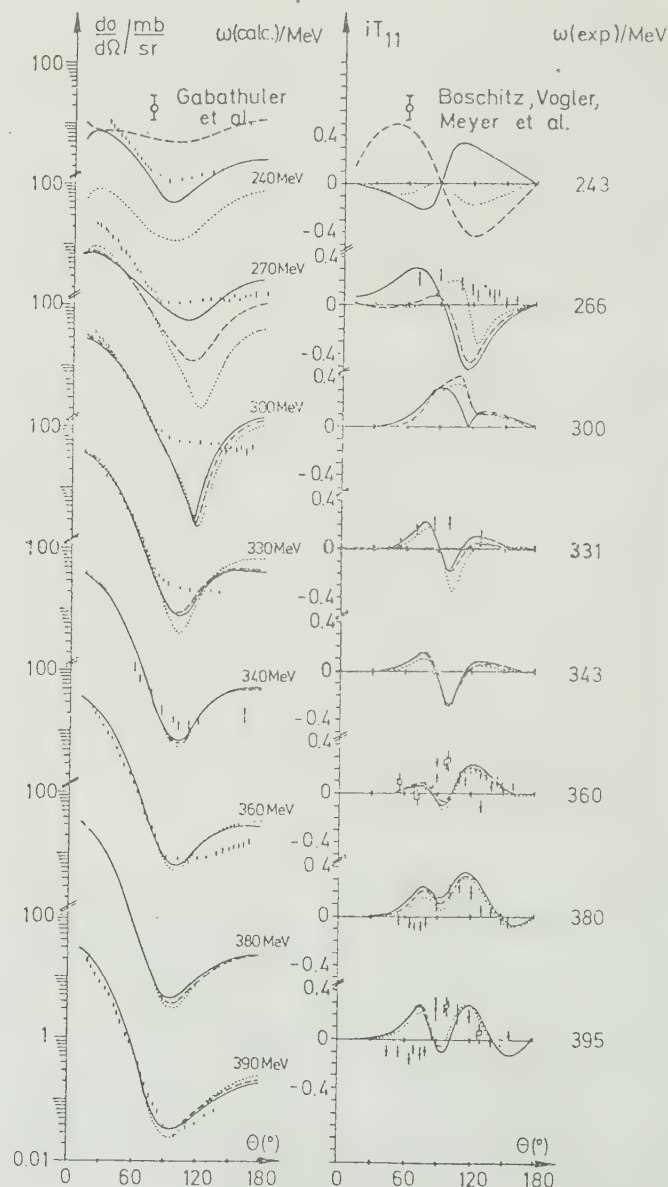


Fig. A 4/ 3

Systematischer Vergleich von Experiment und D^* Rechnungen für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion für verschiedene Anregungsenergien. Daten aus Gab 80, Bol 81, Bol 82, Mey 83.

Vergleich mit dem Experiment

Differentieller Wirkungsquerschnitt:

Für 243 und 266 MeV bestehen gewisse Schwierigkeiten, den Vorwärtzanstieg der Daten zu reproduzieren. Für die Energien zwischen 266 und 330 MeV treten auch Differenzen bei großen Streuwinkeln zu Tage: die Rechnungen zeigen ein ausgeprägtes Minimum und einen deutlichen Anstieg im Großwinkelbereich, eine Struktur, die in den Daten nicht wiederzufinden ist. Im Bereich von 343 bis 395 MeV Anregungsenergie verschwindet diese Diskrepanz mehr und mehr. Es kann im gesamten Winkelbereich eine gute Übereinstimmung festgestellt werden.

Vektoranalysierstärke:

Generell liegen die Rechnungen in der richtigen Größenordnung. Für 266 MeV machen Rückwärtswinkel Schwierigkeiten in der Beschreibung. Die Rechnungen zeigen ein Minimum, das sich in den experimentellen Daten nicht wiederfindet. Für 331 MeV wird die Datenstruktur nachempfunden. Im Bereich zwischen 360 und 395 MeV legt das experimentelle Datenmaterial eine leicht oszillierende Struktur nahe; die berechneten Kurven zeigen ein derartiges Verhalten, allerdings etwas winkelvesetzt (20 Grad).

Diskussion:

Als wesentlichstes Resultat findet man über einen weiten Energiebereich von 240 bis 400 MeV realistische Ergebnisse für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke. Für 240 und 266 MeV Anregungsenergie liefern die a priori gleichermaßen realistischen Modelle in beiden Observablen relativ große Unterschiede. Dies liegt begründet in den tiefliegenden, gegenüber dem Restspektrum deutlich abgesenkten $J^\pi=1^+$, $T=1$ und $J^\pi=2^+$, $T=1$ Resonanzstrukturen, die in den drei Parametersätzen im Energiebe-

reich zwischen 220 und 280 MeV liegen. Diese Sonderrolle war schon bei den Übergangsstärken zu erkennen (vergleiche Figur A 2/6). Offensichtlich ist man in diesem Energiebereich äußerst sensitiv auf Details der Wechselwirkung. Dies ist, neben den fehlenden nichtresonanten Beiträgen, sicher ein wesentlicher Grund für im unteren Energiebereich auftretende Differenzen im Vergleich mit dem Experiment. Für höhere Energien fällt die Beschreibung in allen Ansätzen für die Delta-Nukleon Dynamik ziemlich einheitlich aus, sowohl für die Vektoranalysierstärke, als auch, in noch eindeutigerer Weise, für den differentiellen Wirkungsquerschnitt. Insgesamt wird das mit Holinde 1 bezeichnete Modell der Dynamik favorisiert.

Ein umfassender Vergleich zwischen D*-Rechnungen und dem Experiment wird im Abschnitt C 2.4 vorgestellt und diskutiert. Für den Augenblick soll dieser erste Vergleich mit dem Experiment zeigen, daß das D*-Modell eine vielversprechende Basis zur Untersuchung des Dibaryonproblems darstellt. Dies gilt um so mehr, da die gezeigten Ergebnisse nicht in bezug auf das Experiment "getrimmt", sondern mit Standardinputparametern und ohne Backgroundkorrekturen erzeugt wurden.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Vorgestellt wird ein Modell, bei dem die Quarkanregungen eines di-nuklearen Systems dynamisch im Rahmen eines "Dibaryonen-Modells" (D*-Modell) behandelt werden. Die Baryon-Baryon Wechselwirkung wird in einem Ein-Boson Austausch (OBE) und Zwei-Bosonen Austausch (TBE) Modell konstruiert. Die Eigenmoden des Systems ergeben sich durch Lösen des nichtthermiteschen Eigenwertproblems. Diese Eigenmoden verschiedener Multipolarität bestimmen die Pole der T-Matrix und damit ein $B=2$ Resonanzspektrum des Dibaryonsystems. Dieses Spektrum reflektiert die zugrundeliegende Baryon-Baryon Dynamik. Charakteristika des Spektrums sind:

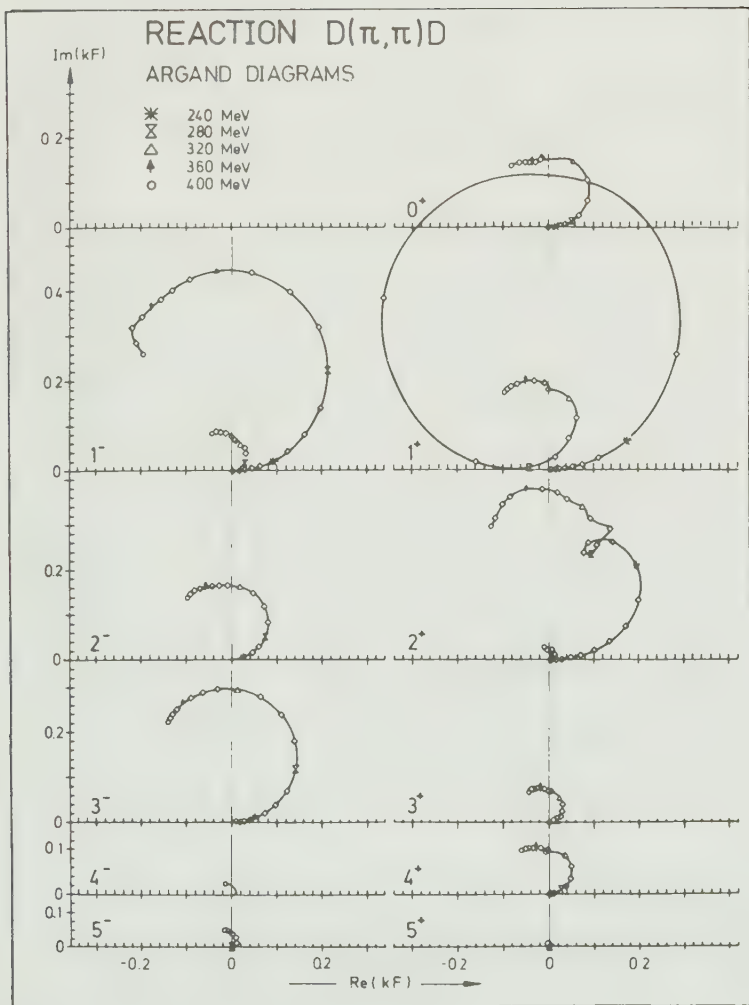


Fig. A 5/ 1a

Argand-Diagramme der elastischen Pion Deuteron Streuung für Multipolaritäten bis zu $J=5$. Unterschiedliche Diagramme zu einer Multipolarität entsprechen den Beiträgen von paralleler und antiparalleler Kopplung von l und s zu J .

ΔN RESONANCE SPECTRA/ENERGY

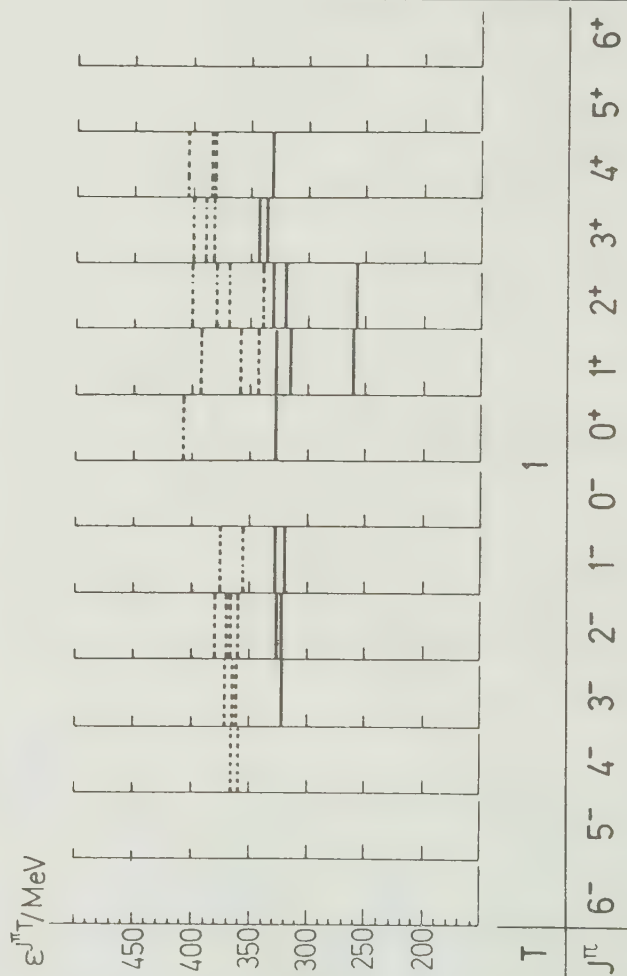


Fig. A 5/ 1b Pion-Deuteron Aspekt des Delta-Nukleon Resonanzspektrums: durchgezogene Linien repräsentieren im Argand-Diagramm identifizierte Resonanzen, gestrichelte eingezeichnete D^* -Resonanzen werden nicht merklich angeregt. Über den pion-Deuteron Kanal können nur $T=1$ Resonanzen erreicht werden.

- Die Aufspaltung im Delta-Nukleon System ist typisch 100 MeV.
- Die jeweils tiefsten $J^P=1^+$ und 2^+ $T=1$ Spektralzustände sind energetisch deutlich vom Rest des Spektrums abgesetzt.

Der elementaren Delta-Resonanz steht im $B=2$ System ein ganzes Resonanzspektrum gegenüber.

Die Delta-Nukleon Dynamik wurde über elastische Streuung von Pionen an Deuteronen getestet. Das gewichtete Spektrum wird wesentlich bestimmt durch 1^+ , 2^+ , 0^- , 1^- und 3^- Resonanzstrukturen. Innerhalb der Modellunsicherheiten erhält man eine realistische Beschreibung des vorliegenden experimentellen Datenmaterials.

Argand-Diagramme erscheinen besonders geeignet, Dibaryonresonanzen darzustellen. In Figur A 5/1 sind für verschiedene Multipolaritäten die Argand-Plots aufgetragen. Alle Diagramme zeigen typischen Resonanzcharakter. Besonders deutlich treten wieder die 1^+ , 2^+ , 0^- , 1^- und 3^- Resonanzstrukturen zu Tage. Hervorzuheben sind die 1^+ und 2^+ Diagramme wegen ihres deutlichen und spezifischen Resonanzcharakters. Die Loop-Struktur im 2^+ -Plot bei 260 MeV Anregungsenergie ist im Einklang mit der experimentell verifizierten $^1D_2$ Dibaryon-Resonanz. Ähnliches gilt für die $^3F_3$ Resonanz bei 320 MeV.

Eine Würdigung aller vorgestellten Ergebnisse legt den Schluß nahe, daß ein bedeutender Anteil der "exotischen" Dibaryonresonanzen bereits im D^* -Modell enthalten ist: auf der Grundlage der zur Zeit vorliegenden experimentellen Daten ist ein Schluß auf den Einfluß "exotischer", über die Di-Baryon-Struktur hinausführender Effekte verfrüht. Andererseits zeigt die vorliegende Untersuchung, daß mit der systematischen Analyse der elastischen Pion-Deuteron-Streuung wesentliche Eigenschaften der Delta-Nukleon-Wechselwirkung aufgeklärt werden können. Das erscheint um so

realistischer, da nach dem gleichen, hier vorgestellten Verfahren auch andere Reaktionen, wie zum Beispiel eine $N(N,\pi)D$ Reaktion, beziehungsweise elastische Nukleon-Nukleon Streuung in diesem Energiebereich dazu verwendet werden können, die gleiche elementare Dynamik zu testen; derartige Rechnungen sind zur Zeit im Gange.

Abschließend soll auf den Modellcharakter der vorliegenden Untersuchung hingewiesen werden: in dem Maße wie sich das Verfahren als ein realistischer und praktikabler Zugang zum Studium der Delta-Nukleon Wechselwirkung erweist, erscheint es möglich, auch andere Baryon-Baryon-Systeme auf diese Art zu untersuchen. Als aussichtsreicher Kandidat ist hierbei das $N^*(1470)-N$, beziehungsweise das Delta-Delta-System besonders naheliegend, ebenso wie die Strangeness $S=-1$ (NY^*) Systeme.

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

TEIL B

B DAS MODELL

1. Das Reaktionsmodell
 - 1.1 Resonanz-Fluoreszenzmodell
 - 1.2 Das Konzept
2. Das Dibaryon im D^* -Modell
 - 2.1 Struktur der Hadronen
 - 2.2 Beschreibung des Dibaryons
 - 2.2.1 Das Quarkbild
 - 2.2.2 Das D^* -Modell
3. Struktur des Baryon-Baryon Systems
 - 3.1 Symmetrie der Baryon-Baryon Wechselwirkung
 - 3.2 Die Baryon-Baryon Wellenfunktion
 - 3.2.1 Der Baryon-Baryon-Elementar-Strukturzustand
 - 3.2.2 Baryon-Baryon (Basis) Wellenfunktion mit definiertem Symmetrieverhalten unter Ortsraumpermutation
 - 3.2.3 Die Delta-Nukleon Basis-Wellenfunktion
 - 3.3 Baryon-Baryon Wechselwirkungsmatrixelemente
 - 3.3.1 Beiträge zum Matrixelement
 - 3.3.2 Übergang von der Impulsraumdarstellung auf die Ortsraumdarstellung

- 4 Die Delta-Nukleon Dynamik
 - 4.1 Konstruktion der Wechselwirkung
 - 4.1.1 Effektive Lagrangians
 - 4.1.2 Propagatoren
 - 4.1.3 Formfaktoren
 - 4.2 Das OBE-Potential
 - 4.2.1 Das OBE-Impulsraumpotential
 - 4.2.2 Das OBE-Ortsraumpotential
 - Charakteristika der OBE-Potentialstruktur
 - Diskussion der OBE-Potentialstruktur
 - Vergleich verschiedener Baryon-Baryon Systeme
 - Delta-Nukleon Exchange-Potentialanteile
 - Parameterstudien
 - 4.2.3 Das OBE-Übergangspotential
 - 4.2.4 Die OBE-Potentialmatrix in der Oszillatorbasis
 - 4.3 Der Absorptionsbeitrag
 - 4.3.1 Das Delta-Nukleon Absorptionspotential im Impulsraum
 - 4.3.2 Das Delta-Nukleon Ortsraumpotential
 - 4.3.3 Die absorptive Breite
 - 4.3.4 Das Delta-Nukleon Absorptions-Übergangspotential
 - 4.4 Der Quasifreie Zerfall
 - 4.4.1 Das Impulsraumpotential
 - 4.4.2 Das Ortsraumpotential
 - 4.4.3 Die freie / quasifreie Breite
 - 4.5 Zusammenfassung

- 5. Das Eigenwertproblem
- 5.0 Grundsätzliches zum Lösen eines nichthermiteschen Eigenwertproblems
- 5.1 Lösungsmethoden
 - 5.1.1 Gekoppelte Kanäle
 - 5.1.2 Diagonalisation
- 5.2 Diskussion der Lösungen
 - 5.2.1 Globale Abhängigkeiten
 - 5.2.2 Abhängigkeit von Inputdaten
 - 5.2.3 Modellabhängigkeit
 - 5.2.4 Formfaktorabhängigkeit
 - 5.2.5 Abhängigkeit von mesonischen Freiheitsgraden
 - 5.2.6 Abhängigkeit von der Pion-Nukleon-Delta Kopplung
 - 5.2.7 Modellraumabhängigkeit

DAS MODELL

Das D*-Modell das hier vorgestellt werden soll, enthält natürlich gewisse Vorurteile:

1. hinsichtlich der Behandlung bzw. Beschreibung des $B=2$ Dibaryon-Systems,
2. hinsichtlich der Einbeziehung der dynamischen Vorstellung vom Dibaryon bei der Berechnung von Observablen einer Reaktion (Reaktionsmodell).

Reaktionsmechanismus und Dibaryondynamik müssen aufeinander abgestimmt sein. Ansonsten sind alle Modellannahmen erlaubt, solange sie physikalischer Vorstellungswelt entsprechen und der Vergleich zum Experiment Erhärtung, Bestätigung oder Widerspruch zur vorgefaßten Meinung liefert. Je klarer die Formulierung des Problems ist, um so detaillierter ist das Feed-Back, desto gezielter kann der Input an Vorurteilen modifiziert werden, desto näher ist man dem Verständnis.

Deshalb soll in den nächsten Abschnitten versucht werden, sorgfältig die Ingredienzen des Modells herauszuarbeiten. Dabei wenden wir uns zunächst dem Reaktionsmechanismus zu, der die Rahmenbedingungen für die Dibaryondynamik festlegt. Ergebnis soll ein reaktionsübergreifendes Konzept sein. Die folgenden Kapitel befassen sich mit dem universellen Kernstück, der Parametrisierung des Dibaryons.

1. DAS REAKTIONSMODELL

Die Physikalische Größe, die in einer Reaktion den Übergang vom Eingangskanal $|\psi_{in}\rangle$ in Ausgangskanal $|\psi_{fin}\rangle$ beschreibt ist die T-Matrix

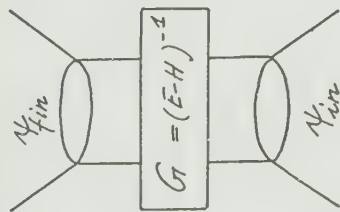
$$T_{fin,in} = \langle \psi_{fin} | \hat{T} | \psi_{in} \rangle$$

(B 1.1/ 1)

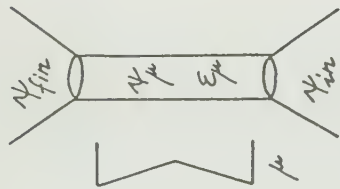
Die T-Matrix enthält modellhaft Vorstellungen über den Verlauf einer Reaktion.

1.1 RESONANZ FLUORESCENZMODELL

In diesem Abschnitt soll ein Modell beschrieben werden, das von der expliziten Ausbildung eines Zwischensystems ausgeht. Anregungszustände des Zwischensystems werden aus einem reellen Kanal gefüttert, der stark ankoppelt, propagieren, und zerfallen unabhängig davon wieder in einen offenen Kanal. Es handelt sich also um "bound states embedded in the continuum" (BSEC) (Fan 35, Fan 61), die als Doorway-Zustände fungieren (Fes 67, Kis 76, Hir 79). Dieses System transferiert Information vom Bildungskanal in den Zerfallskanal. In der dabei auftretenden Informationsmodulation steckt der Response des Zwischensystems. In der T-Matrix sind daher direkt ablesbar die Charakteristika des Doorwaysystems. Dieses Verfahren entspricht dem Resonanz - Fluoreszenz-Prozeß der Atomphysik. Insofern spricht man vom sogenannten Resonanz-Fluoreszenz-Modell.



=



$$\langle N_{fin} / T / N_{aiz} \rangle =$$

$$\begin{aligned} \langle N_{fin} / \mathcal{L}^+ G \mathcal{L} / N_{aiz} \rangle &= \sum_{\mu} \langle N_{fin} / \mathcal{L}^+ / N_{\mu} \rangle \frac{\langle \tilde{N}_{\mu} / \mathcal{L} / N_{aiz} \rangle}{\omega - \epsilon_{\mu}} \\ &= \sum_{\mu} \frac{\langle N_{fin} / \mathcal{L}^+ / N_{\mu} \rangle \langle \tilde{N}_{\mu} / \mathcal{L} / N_{aiz} \rangle}{\omega - \epsilon_{\mu}} \end{aligned}$$

Fig. B 1.1/ 1
Schematische Darstellung des Resonanz-Floureszenz Modells

Formal erhält man für die T-Matrix:

$$T = L_{in}^+ G L_{in}$$

(B 1.1/ 2)

mit den Übergangsoperatoren L_{in}^+ und L_{in} für die Bildung, bzw. den Zerfall des Zwischensystems.

Die Propagation des Zwischensystems wird beschrieben durch einen Propagator

$$G = (E - H)^{-1}$$

(B 1.1/ 3)

der die Kenntnis des Hamiltonoperators H für das Zwischensystem voraussetzt. Für ein System im Kontinuum führt das auf einen nichthermiteschen Hamiltonoperator (Kli 83).

Das Lösen der Schrödingergleichung

$$H |\psi_\mu\rangle = E_\mu |\psi_\mu\rangle$$

(B 1.1/ 4)

liefert die Eigenmoden $|\psi_\mu\rangle$

Die hermitesch konjugierte Schrödingergleichung

$$H^+ |\tilde{\psi}\rangle = \tilde{E}_\mu |\tilde{\psi}_\mu\rangle$$

(B 1.1/ 5)

führt auf die Eigenmoden $|\tilde{\psi}_\mu\rangle$

Mittels dieses biorthogonalen Funktionensystems

$\{|\psi_\mu\rangle; |\tilde{\psi}_\mu\rangle\}$ kann der Propagator G umgeschrieben werden

als Summe über energiegewichtete "Eigenprojektoren" (Wil 65, Mos 53)

$$G = \sum_{\mu} \frac{| \psi_{\mu} \rangle \langle \tilde{\psi}_{\mu} |}{E - \epsilon_{\mu}}$$

(B 1.1/ 6)

Damit erhält man für die T-Matrix

$$\begin{aligned} T_{fin, in} &= \\ &= \sum_{\mu} \frac{\langle \psi_{fin} | L_{fin}^+ | \psi_{\mu} \rangle \langle \tilde{\psi}_{\mu} | L_{in} | \psi_{in} \rangle}{E - \epsilon_{\mu}} \end{aligned}$$

(B 1.1/ 7)

Für $E = \epsilon_{\mu}$ hat die T-Matrix (also auch die S-Matrix) einen Pol. Dies ist ein Charakteristikum einer Resonanz (ausführlicher siehe Abschnitt B5.2). Die Eigenmoden $|\psi_{\mu}\rangle$ übernehmen also die Rolle von Zwischenresonanzen bei der Energie $E = \epsilon_{\mu}$. Welche Zwischenresonanzen mit definiertem Eingangs- und Ausgangskanal erreicht werden können und wie stark eine mögliche Anregung ist, wird durch die Übergangsmatrixelemente

$$\langle \psi_{fin} | L_{fin}^+ | \psi_{\mu} \rangle$$

bzw.

$$\langle \tilde{\psi}_{\mu} | L_{in} | \psi_{in} \rangle$$

(B 1.1/ 8)

festgelegt.

1.2 DAS KONZEPT

Da die Observablen einer Reaktion in bekannter Weise mit der T-Matrix verknüpft sind (vergleiche Teil C), liegt nun ein Konzept vor, das im Rahmen des Resonanz-Fluoreszenz-Modells eine Ankopplung von Eingangs- und Ausgangskanal einer Reaktion an dynamisch generierte Zwischenresonanzen erlaubt.

Strategie zur Berechnung von Observablen:

1. Konstruktion des Hamiltonoperators H
2. Lösen des Eigenwertproblems
3. Berechnen von Übergangsmatrixelementen und damit der T-Matrix
4. Berechnen von Observablen wie Wirkungsquerschnitten, Polarisationsgrößen

Nur die Punkte 3 und 4 sind reaktionsspezifisch!

Die Punkte 1 und 2 gelten für jedes Zwischensystem

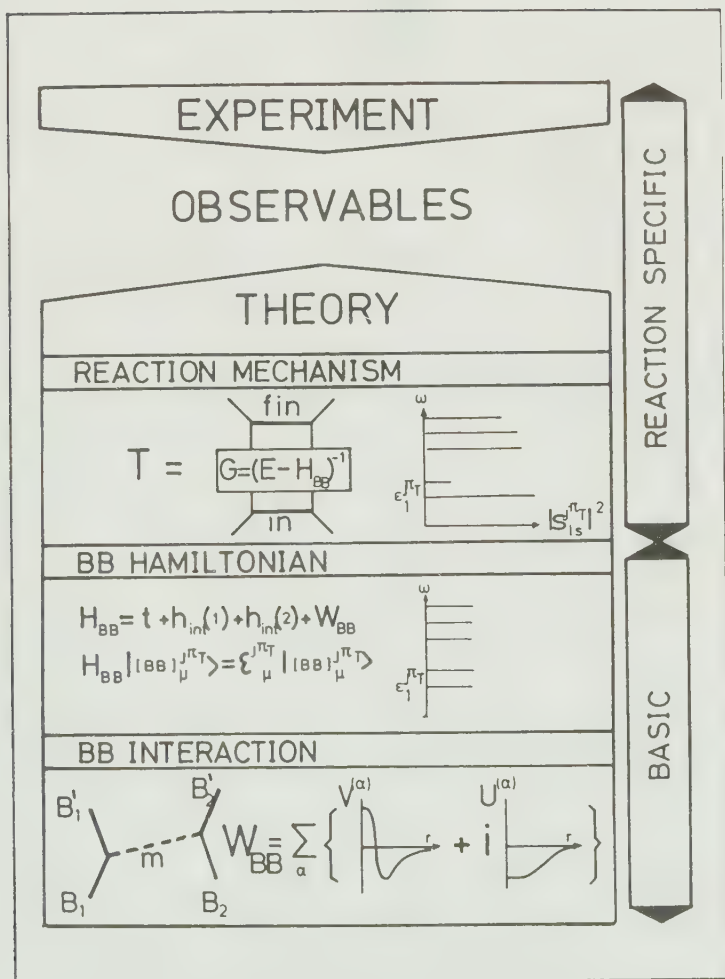


Fig. B 1.2/ 1

Berechnung von Observablen verschiedener Reaktionen im Rahmen des Resonanz-Fluoreszenz Modells.

2. DAS DIBARYON IM D*MODELL

2.1 STRUKTUR DER HADRONEN

Hadronen sind nicht strukturlos, sondern sind aufgebaut aus subhadronischen Konstituenten wie Quarks und Gluonen. Konsequenterweise sollten diese Quark-Freiheitsgrade in der Kernphysik berücksichtigt werden.

Die Verwendung des Quarkmodells bringt qualitatives und quantitatives Verständnis der experimentell verifizierten Resonanzstruktur des Nukleons $B=1$ (Par 82, Bur 83) (vergleiche Figur B 2.1/ 1 und 2). Man kann diese Resonanzen auffassen als Eigenmoden zu einem sogenannten internen baryonischen Hamiltonoperator

$$h_B^{int} |B_\nu\rangle = m_{B_\nu} |B_\nu\rangle$$

(B 2.1/ 1)

wobei für ein Teilchen auf der Massenschale der Realteil des komplexen Eigenwerts m_B die Resonanzenergie angibt, der Imaginärteil ist mit der Breite der Resonanz verknüpft:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} m_{B_\nu} &= M_{B_\nu} \\ \operatorname{Im} m_{B_\nu} &= -\frac{1}{2} \Gamma_{B_\nu} \end{aligned}$$

(B 2.1/ 2)

Diese Eigenwertgleichung beschreibt also die innere dynamische Struktur des Baryons (Kli 83).

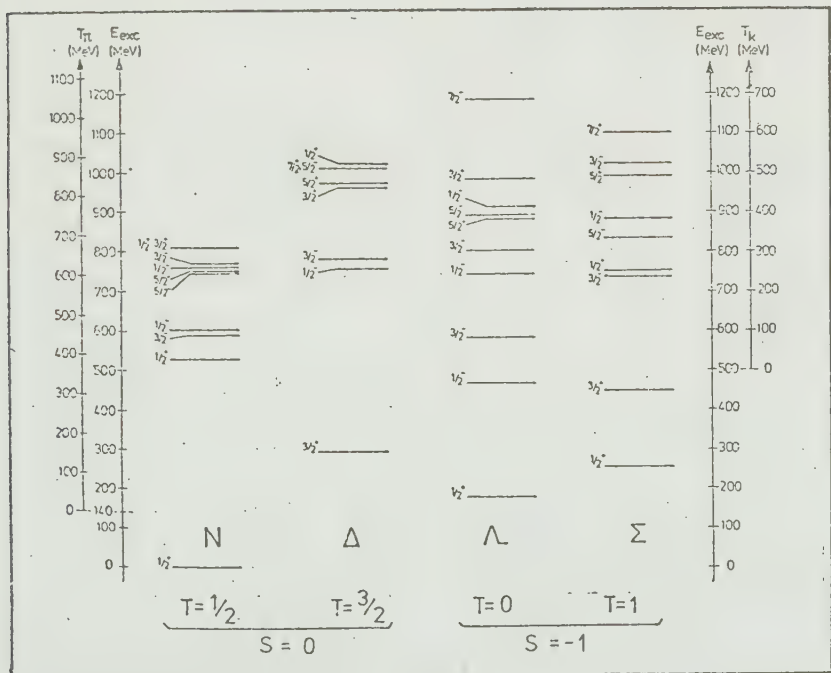
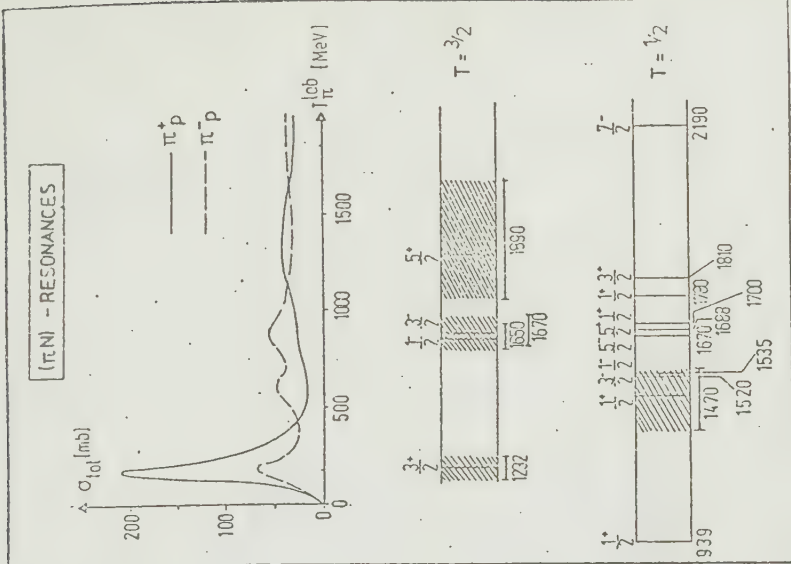


Fig. B 2.1/ 1
Das Baryon-Spektrum

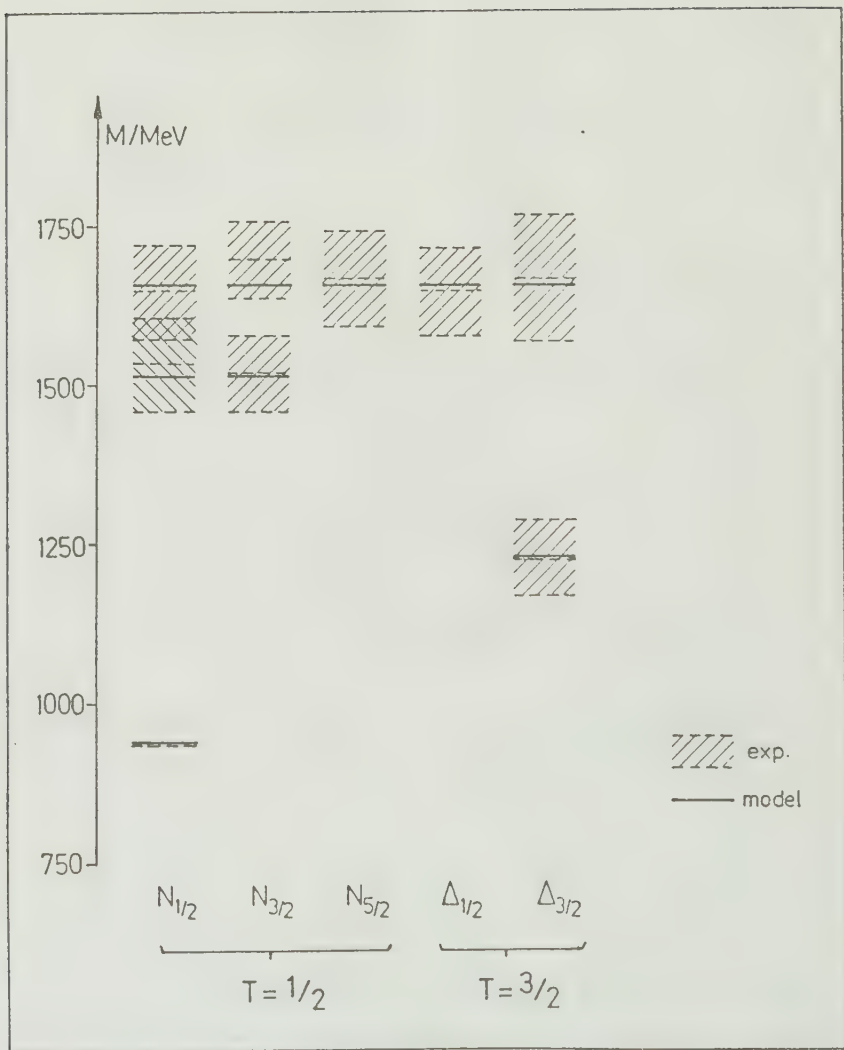


Fig. B 2.1/ 2
 N^* -Spektrum ($S=0$) im nichtrelativistischen Quarkmodell (Bur
 83).

2.2 BESCHREIBUNG DES DIBARYONS

Wie kann man die subnuklearen Freiheitsgrade einbeziehen bei der Behandlung von Systemen mit der Baryonenzahl $B=2$?

Betrachten wir beispielsweise das Nukleon-Nukleon-System als den wohl am besten untersuchten Vertreter. Die beiden Nukleonen wechselwirken miteinander. Bei kleinen Nukleon-Nukleon-Abständen wird die Wechselwirkung sicher stark von subhadronischen Effekten bestimmt sein. Bei großen Nukleon-Nukleon-Abständen kennt man, wegen des Confinements, nur noch color singlet Objekte (=Hadronen); hadronische Freiheitsgrade sind ausschlaggebend für das Nukleon-Nukleon-Potential.

Der Versuch, die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung auf der Basis des 6-Quark-Systemes zu formulieren, ist bisher unbefriedigend geblieben. Grund sind Schwierigkeiten beim Übergang vom subnuklearen zum hadronischen Bereich (Lib 77, DeT 78, Tok 80, Fae 83). Insofern ist die Konstruktion von Nukleon-Nukleon-Potentialen in fruchtbarer und vernünftiger Form im konventionellen Meson-Austausch-Bild nach Vin Man (Cot 63, Cot 73, Lac 75, Vin 79, Vin 80a, Vin 80b, Vin 80c) nur möglich auf dem Weg von außen nach innen (vergleiche Figur B 2.2/ 1), das bedeutet

- möglichst gute Beschreibung des Nukleon-Nukleon-Potentials auf Basis hadronischer Freiheitsgrade im Bereich des langreichweitigen Anteils.
- Ableiten des kurzreichweitigen Potentials über subhadronische Ingredienzen beinhaltende vertrauenswürdige Modelle: in der Praxis wird in einer modernen Nukleon-Nukleon-Potentialbeschreibung, dem Paris-Potential, dieser Teil der Wechselwirkung in Form eines phänomenologisch eingeführten Cores parametrisiert (Vin 75).

Betrachten wir nun ein allgemeines $B=2$ System wie es etwa

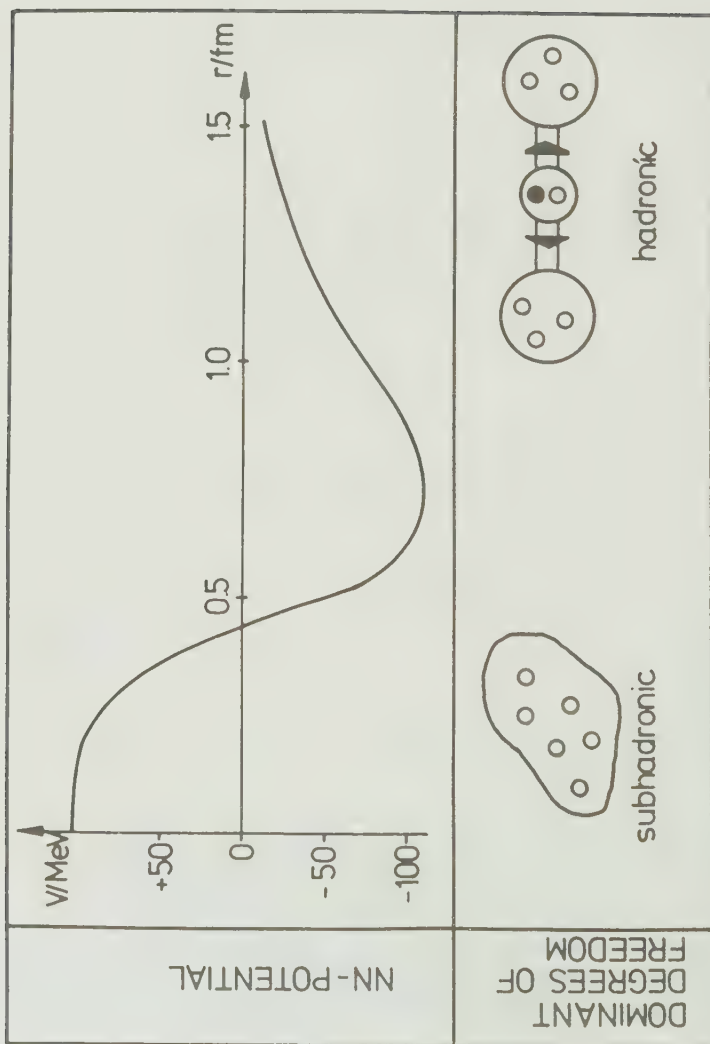


Fig. B 2.2/ 1
Dominante Freiheitsgrade für verschiedene Nukleon-Nukleon Potentialbereiche.

erzeugt werden kann durch Beschuß eines Deuterons mit verschiedenen ($B=0$)-Proben.

Von entscheidender Bedeutung ist die Vorstellung über die Struktur des entstehenden $B=2$ Systems (Di-Baryons). Im Wesentlichen gibt es wieder die zwei natürlichen Alternativen (vergleiche Figur B 2.2/ 2):

- Das Dibaryon im Quarkbild als Konglomerat von Quarks
- Das Dibaryon im D^* -Modell als farblose Bags

2.2.1 DAS QUARKBILD

Die erste Vorstellung führt (ohne Berücksichtigung von sea-quarks) auf ein 6-Quark-Problem, das es zu lösen gilt! Dies ist von verschiedenen Autoren, wie De Tar (Det 78) oder Libermann (Lib 77) oder Toki (Tok 80) getan worden. Schwierigkeiten treten auf beim Einbeziehen der so berechneten Dibaryonzustände in ein Reaktionsmodell. Die Ankopplung der Quark-Dibaryonzustände an die physikalische Außenwelt ist im Prinzip ungelöst (Confinement), Übergangsstärken können "modellhaft" angegeben werden.

2.2.2 DAS D^* -MODELL

Die zweite Vorstellung schließt die subhadronischen Freiheitsgrade nicht aus, sondern macht nur eine Einschränkung hinsichtlich des sogenannten Farbfreiheitsgrades. Die sich formierenden Bags sind farblose Objekte, aber nicht notwendigerweise Nukleonen, sondern beliebige, nukleonische Anregungen, d.h. Baryonen. Subhadronische Freiheitsgrade werden demnach berücksichtigt, soweit sie sich in "baryonischen" und "mesonischen" Freiheitsgraden manifestieren. Im Folgenden gilt es, dieses Dibaryonsystem zu beschreiben.

Natürlich werden die beiden Baryonen wechselwirken. In Analogie zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung wird das dort erfolgreiche Konzept übertragen (Sug 68, Hau 74, Kis 79,

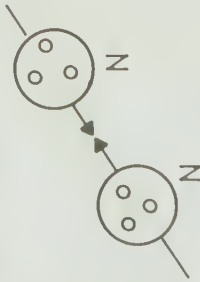
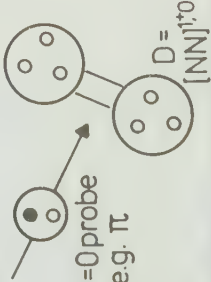
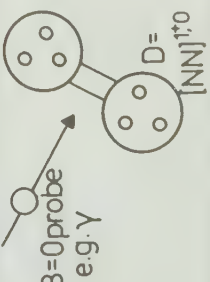
EXCITATION MECHANISM	DIBARYON	POSSIBLE INTERPRETATION
		 quark-picture : $[6q]^{J^P}$
 B=0 probe e.g. π		 D*-model : $[BB']^{J^P}$
 B=0 probe e.g. γ		

Fig. B 2.2/ 2
Alternative Vorstellungen zum "Dibaryon".

Gre 79, Are 78, Hol 81) und bei der Konstruktion eines Potentials versucht, den langreichweitigen Anteil so gut wie möglich im Mesonaustauschbild zu formulieren (Dil 76) und den kurzreichweitigen subhadronischen Teil gegebenenfalls analog dem Paris-Zugang einzuführen (Lac 75). Wie für das Nukleon-Nukleon-System erwartet man durch die Baryon-Baryon-Wechselwirkung eine multipolaritätsabhängige Aufspaltung des ursprünglich entarteten Baryon-Baryon-Niveaus. Die Größe der Aufspaltung ist dabei ein Maß für die "Starke" der Wechselwirkung.

Die oben entwickelte Vorstellung vom Dibaryon als Baryon-Baryon-Mode soll nun in den Hamiltonoperator umgesetzt werden

$$H_{B_1 B_2} = T(1,2) + H^{int}(1,2) + W_{B_1 B_2}(1,2)$$

(B 2.2/ 1)

Der Baryon-Baryon-Hamiltonoperator besteht aus drei Teilen:
- der Betrag der kinetischen Energie der beiden Objekte wird berücksichtigt über die üblichen Einteilchenoperatoren

$$T(1,2) = t(1) + t(2)$$

(B 2.2/ 2)

$$t(i) = - \frac{\hbar^2}{2 M_i} \nabla_i^2$$

(B 2.2/ 3)

- die sogenannte internen baryonischen Hamiltonoperatoren beschreiben die interne baryonische Struktur der farblosen Bags und spezifizieren so die beteiligten Baryonen (Kli 83)

$$H^{int}(1,2) = h^{int}(1) + h^{int}(2)$$

(B 2.2/ 4)

(vergleiche Gleichung B 2.1/ 1)

- die Baryon-Baryon-Wechselwirkung beschreibt die Dynamik

des Baryon-Baryon-Systems; sie reflektiert dabei die Kopplung von internen Freiheitsgraden der Konstituenten mit der Relativbewegung. Die Konstruktion dieser Wechselwirkung wird im Folgenden im Detail vorgestellt.

Im Rahmen des D^* -Modells ist es nun möglich, die zur Auswertung der T-Matrix notwendigen Zwischenresonanzen dynamisch zu generieren. Quarkfreiheitsgrade sind über baryonische und mesonische Freiheitsgrade involviert (vergleiche hierzu Figur B 2.2/ 3).

3. STRUKTUR DES BARYON-BARYON-SYSTEMS

3.1 SYMMETRIE DER BARYON-BARYON-WECHSELWIRKUNG

Wie die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung muß auch die Baryon-Baryon-Wechselwirkung gewisse Symmetrieeigenschaften erfüllen, die bei der Konstruktion beachtet werden müssen (Mos 68). Diese Forderungen sind:

1. Translationsinvarianz
2. Galilei-Invarianz
3. Austausch-Symmetrie
4. Rotations-Invarianz
5. Ladungs-Invarianz
6. Spiegelungs-Invarianz
7. Zeitumkehr-Invarianz

Die Forderung der Hermitizität wie sie bei der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung unterhalb der Pion-Schwelle gestellt wird, muß man bei der Formulierung einer allgemeinen Baryon-Baryon-Wechselwirkung aufgeben.

3.2 DIE BARYON-BARYON-WELLENFUNKTION

3.2.1 DER BARYON-BARYON-ELEMENTAR-STRUKTUR-ZUSTAND

Für die Grundstruktur einer Baryon-Baryon-Wellenfunktion im Schwerpunktsystem wählt man (unter Berücksichtigung der Wechselwirkung-Symmetrien) folgenden Ansatz

$$\begin{aligned}
 & [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{LS \vec{T}_2 T_2}^{\vec{T} T} (\underline{r})' = \\
 & = \int_{LS}^{\vec{T} T} (\underline{r}) \left[\bar{Y}(\underline{r}) \times \left[\chi_{\alpha}^{(1)} \chi_{\beta}^{(2)} \right]_S^S \right]_{\vec{T}_2}^{\vec{T}} \left[\chi_{\alpha}^{(1)} \chi_{\beta}^{(2)} \right]_{T_2}^T \quad (\text{B 3.2/ 1})
 \end{aligned}$$

$$\underline{r} = \underline{r}_1 - \underline{r}_2 ; \quad r = |\underline{r}| ; \quad \hat{r} = \underline{r} / r$$

(B 3.2/ 2)

Dabei ist festgelegt, daß das Baryon $B_\alpha(B_\beta)$ am Ort $\underline{r}_i$ den Spin $S_\alpha(S_\beta)$ und den Isospin $T_\alpha(T_\beta)$ besitzt. In Bezug auf die oben formulierten Symmetrien liegt es nahe, die Kopplung zum Gesamtdrehimpuls J und Gesamtisospin T zu wählen. Die explizite Gestalt der Radialwellenfunktion f_{LS} kann nicht vorgeschrieben, sie muß durch Lösen der Schrödinger-Gleichung bestimmt werden. Die Radialwellenfunktion f_{LS} wird im Folgenden oft auch nach harmonischen Oszillatoren entwickelt

$$f_{LS}^{JT}(r) = \sum_N c_{NLS}^{JT} R_{NL}(r)$$

(B 3.2/ 3)

Die Unkenntnis der Funktion f_{LS} ist damit durch die Koeffizienten c_{NLS} parametrisiert. Die Wellenfunktion

$$\begin{aligned} [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{NLS \frac{1}{2} T_2}^{JT}(\underline{r}) &= \\ &= R_{NL}(r) \left[Y_L(\hat{r}) \times \left[X_{\frac{1}{2}}^{S(1)} \times X_{\frac{1}{2}}^{S(2)} \right]_{\frac{1}{2}}^S \right]_{\frac{1}{2}}^T \left[X_{\frac{1}{2}}^{T(1)} \times X_{\frac{1}{2}}^{T(2)} \right]_{\frac{1}{2}}^T \end{aligned}$$

(B 3.2/ 4)

soll künftig als Basis-Elementar-Wellenfunktion bezeichnet werden. Sie ist Ausgangspunkt beim Lösen der Schrödinger-Gleichung mittels Diagonalisation.

Man kann aus einem Baryon-Baryon Elementar-Strukturzustand

$$[B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N)LS \frac{1}{2} T_2}^{JT}$$

(B 3.2/ 5)

NOTATION

Gesamt-BB-Elementar-Wellenfunktion

$$\begin{aligned} [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) &= \\ &= f_{LS}^{\bar{T}_F} [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) \end{aligned}$$

Gesamt BB - Basis - Elementar - Wellenfunktion

$$\begin{aligned} [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{NL\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) &= \\ &= R_{NL} [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{NL\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) \end{aligned}$$

Winkel - Spin - Isospin - Anteil: (Geometrie-Anteil)

$$\begin{aligned} [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) &= \\ &= [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{LS\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) [B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{\bar{T}_2}^{\bar{T}_F} \end{aligned}$$

Winkel-Spin Term:

$$[B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{LS\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}(\underline{r}) = [Y_{\alpha}^{(1)} \times [Y_{\beta}^{(2)} \times Y_{\beta}^{(2)}]_{\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}]_{\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}$$

Isospin-Term:

$$[B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)}]_{\bar{T}_2}^{\bar{T}_F} = [Y_{\alpha}^{(1)} \times Y_{\beta}^{(2)}]_{\bar{T}_2}^{\bar{T}_F}$$

alle möglichen anderen Elementar-Strukturzustände gewinnen durch Anwendung entsprechender Permutationsoperatoren:

1. Orts-Permutation

$$\hat{P}_{ij}^A (1) [B_\alpha(i) B_\beta(j)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} = [B_\alpha(j) B_\beta(i)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} \quad (\text{B 3.2/ 6})$$

2. Baryonen-Permutation

$$\hat{P}_{ij}^A (B) [B_\alpha(i) B_\beta(j)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} = [B_\beta(i) B_\alpha(j)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} \quad (\text{B 3.2/ 7})$$

Das Ergebnis ist in Tab. B 3.2/ 2 zusammengestellt.

Berücksichtigt man die durch Umkoppeln zu erhaltende Beziehung

$$[B_\beta(j) B_\alpha(i)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} = (-1)^{L+S+T} [B_\alpha(i) B_\beta(j)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} \quad (\text{B 3.2/ 8})$$

so reduzieren sich die Baryon-Baryon-Strukturen im Fall

- $B_\alpha * B_\beta$ auf zwei Elementarstrukturen

$$\begin{aligned} & [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} \\ & [B_\beta(1) B_\alpha(2)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} \end{aligned} \quad (\text{B 3.2/ 9})$$

wobei die zweite einfach durch Vertauschen der Baryonen

(= Anwendung von $P_{12}(B)$) aus der ersten entsteht.

- $B_\alpha = B_\beta =: B$ auf eine Elementarstruktur

$$[B(1) B(2)]_{(N)LS\bar{T}_2\bar{T}_2}^{\bar{T}_T} \quad (\text{B 3.2/10})$$

BB Elementarstrukturen		
PERMUTATION	$B_\alpha \neq B_\beta$	$B_\alpha = B_\beta$
11	$[B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T}$	$[B^{(1)} B^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T}$
$P_{12}(B)$	$[B_\beta^{(1)} B_\alpha^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T}$	
$P_{12}(1)$	$[B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T} = (-1)^{L+1+T} [B_\beta^{(1)} B_\alpha^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T}$	$[B^{(1)} B^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T} = (-1)^{L+1+T} [B^{(1)} B^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T}$
$P_{12}(1) P_{12}(B)$	$[B_\beta^{(1)} B_\alpha^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T} = (-1)^{L+1+T} [B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{(N)LS\frac{1}{2}T}^{-\frac{1}{2}T}$	

Tab. B 3.2/2
Übersicht über mögliche Baryon-Baryon Elementarstrukturen.

3.2.2 BARYON - BARYON - (BASIS) - WELLENFUNKTION MIT DEFINIERTEM SYMMETRIEVERHALTEN UNTER ORTSRAUMPERMUTATION

Die (Austausch-) Symmetrie der Wechselwirkung legt nahe, Wellenfunktionen mit definierter Symmetrie zu betrachten. Eine Wellenfunktion mit definiertem Symmetrieverhalten unter dem Operator

$$\hat{P}_{12} := \hat{P}_{12}(\underline{r})$$

(B 3.2/11)

ist entweder symmetrisch oder antisymmetrisch

$$\hat{P}_{12} \Psi = \pm \Psi$$

(B 3.2/12)

Insofern können zwei Typen von Baryon-Baryon-Wellenfunktionen konstruiert werden:

die symmetrische (Basis) - Wellenfunktion:

$$\left\{ B_{\alpha} B_{\beta} \right\}_{(N)LS\frac{1}{2}T_2}^{\frac{7}{2}T}(\underline{r}) :=$$

$$= N_0 \left(\left[B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)} \right]_{(N)LS\frac{1}{2}T_2}^{\frac{7}{2}T}(\underline{r}) + \left[B_{\alpha}^{(2)} B_{\beta}^{(1)} \right]_{(N)LS\frac{1}{2}T_2}^{\frac{7}{2}T}(\underline{r}) \right)$$

(B 3.2/13)

und die antisymmetrische (Basis)-Wellenfunktion:

$$\left[B_{\alpha} B_{\beta} \right]_{(N)LS\frac{1}{2}T_2}^{\frac{7}{2}T}(\underline{r}) :=$$

$$= N_0 \left(\left[B_{\alpha}^{(1)} B_{\beta}^{(2)} \right]_{(N)LS\frac{1}{2}T_2}^{\frac{7}{2}T}(\underline{r}) - \left[B_{\alpha}^{(2)} B_{\beta}^{(1)} \right]_{(N)LS\frac{1}{2}T_2}^{\frac{7}{2}T}(\underline{r}) \right)$$

(B 3.2/14)

BB Basis-Wellenfunktion mit definiertem Symmetrieverhalten unter Ortspermutation			
SYMMETRIE	$B_A \neq B_B$	$B_A = B_B =: B$	
<u>Symmetrisch:</u> $N_0 \cdot ([B_A^{(1)} B_B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T})^{J_T} (r)$ $+ [B_A^{(1)} B_B^{(1)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r)$	$\{B_A B_B\}_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) =$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} ([B_A^{(1)} B_B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) + (-)^{L+1} [B_A^{(1)} B_B^{(1)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r))$ $= f_{LS}^{J_T}(r) \cdot \{B_A B_B\}_{LS T_2}^{J_T} (r')$	$\{BB\}_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) =$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + (-)^{L+1}) [B^{(1)} B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r)$ $= f_{LS}^{J_T}(r) \cdot \{BB\}_{LS T_2}^{J_T} (r')$	$\{BB\}_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) =$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + (-)^{L+1}) [B^{(1)} B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r)$ $= f_{LS}^{J_T}(r) \cdot \{BB\}_{LS T_2}^{J_T} (r')$
<u>Antisymmetrisch:</u> $N_0 \cdot ([B_A^{(1)} B_B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T})^{J_T} (r)$ $- [B_A^{(2)} B_B^{(1)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r)$	$[B_A B_B]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) =$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} ([B_A^{(1)} B_B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) - (-)^{L+1} [B_A^{(2)} B_B^{(1)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r))$ $= f_{LS}^{J_T}(r) \cdot [B_A B_B]_{LS T_2}^{J_T} (r')$	$[BB]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) =$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - (-)^{L+1}) [B^{(1)} B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r)$ $= f_{LS}^{J_T}(r) \cdot [BB]_{LS T_2}^{J_T} (r')$	$[BB]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r) =$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - (-)^{L+1}) [B^{(1)} B^{(2)}]_{N_0 L S T_2}^{J_T} (r)$ $= f_{LS}^{J_T}(r) \cdot [BB]_{LS T_2}^{J_T} (r')$

Tab. B 3.2/ 3
 Baryon-Baryon Wellenfunktion mit definiertem Symmetrieverhalten unter Ortspermutation.

N_0 bezeichnet dabei die Normierungskonstante.

Während sich im Falle identischer Baryonen diese Summe aus zwei Elementarstrukturen zusammenfassen läßt, bleiben im Falle verschiedener Baryonen stets zwei unabhängige Elementarstrukturen bestehen. Aus technischen Gründen ist es günstiger, die Reihenfolge der Teilchenkoordinaten beizubehalten. Dies gelingt unter Verwendung der Beziehung (B 3.2/8). Alle Baryon-Baryon -(Basis) -Wellenfunktionen definierter Symmetrie sind in Tab. B 3.2/ 3 zusammengestellt.

3.2.3 DIE DELTA - NUKLEON - (BASIS) - WELLENFUNKTION

Welcher Symmetrietyp für die Wellenfunktion tatsächlich zutrifft hängt ab

- von der Symmetrie des Ausgangszustands
- von der Symmetrie des Übergangsoperators

Wird z.B. ein N-System generiert durch Beschuß von Deuteronen mit Pionen, so können nur antisymmetrische ΔN Zustände erreicht werden, weil der Ausgangszustand (Deuteron) antisymmetrisch und der Übergangsoperator ($\chi_{\pi NN} [\Delta N]$) symmetrisch ist. Das gleiche Argument führt auch im Fall anderer Eingangskanäle (Nukleon-Nukleon, pD) auf eine antisymmetrische ΔN -Wellenfunktion:

$$[\Delta N]_{(N)LS T_2 T_2}^{T_1 T_2} (1)$$

(B 3.2/15)

3.3 BARYON - BARYON - WECHSELWIRKUNGS - MATRIXELEMENT

3.3.1 BEITRÄGE ZUM MATRIXELEMENT

Mit der oben angegebenen antisymmetrischen Wellenfunktion

$$[B_{\alpha} B_{\beta}]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} (\underline{L}) = \langle \underline{L} | [B_{\alpha} B_{\beta}]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} \rangle$$

(B 3.3/ 1)

kann das Wechselwirkung-Matrixelement

$$\langle [B_{\alpha} B_{\beta}]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} (\underline{L}) | \bar{V}_{B_{\alpha} B_{\beta}} (\underline{L}, \underline{L}') | [B_{\alpha} B_{\beta}]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} (\underline{L}') \rangle$$

(B 3.3/ 2)

berechnet werden. Im Folgenden wird die explizite $-r$ -Abhängigkeit unterdrückt.

In diesem Abschnitt sollen die Auswirkungen der Symmetrie in Wellenfunktion und Potential auf das Matrixelement untersucht werden.

In Figur B 3.3/ 1 und B 3.3/ 2 sind für den Fall $B_{\alpha} = B_{\beta} = B$ wie auch für $B_{\alpha} \neq B_{\beta}$ sämtliche mögliche Anteile aufgelistet. Das Ausnutzen der Symmetrie der Wellenfunktion reduziert die Anzahl der Terme im Fall $B_{\alpha} = B_{\beta} = B$ auf einen einzigen.

$$\langle [BB]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} | \bar{V}_{BB} | [BB]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} \rangle =$$

$$= \frac{1}{4} (1 - (-)^{L+S+T}) (1 - (-)^{L+S+T})$$

$$\langle [B(1)B(2)]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} | \bar{V}_{BB} | [B(1)B(2)]_{(N)LS T_2 T_2}^{TT} \rangle$$

(B 3.3/ 3)

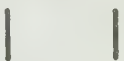
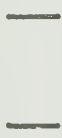
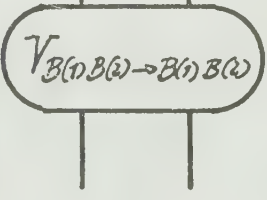
V_{BB}		final BB-structure
		$[B(1) \quad B(2)]_{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}$ 
initial BB-structure	$[B(1) \quad B(2)]_{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}$ 	

Fig. B 3.3/ 1
 Baryon-Baryon Potentialbeiträge (identische Baryonen)

$V_{B_\alpha B_\beta}$		final BB-structure	
		$\begin{array}{c} [B_\alpha^{(1)} \quad B_\beta^{(2)}]_{\substack{1'2'3'4' \\ 1'2'3'4'}}^{F_1 F_2} \\ \qquad \end{array}$	$\begin{array}{c} [B_\beta^{(1)} \quad B_\alpha^{(2)}]_{\substack{1'2'3'4' \\ 1'2'3'4'}}^{F_1 F_2} \\ \qquad \end{array}$
initial BB-structure	$\begin{array}{c} [B_\alpha^{(1)} \quad B_\beta^{(2)}]_{\substack{1'2'3'4' \\ 1'2'3'4'}}^{F_1 F_2} \\ \qquad \end{array}$		
	$\begin{array}{c} [B_\beta^{(1)} \quad B_\alpha^{(2)}]_{\substack{1'2'3'4' \\ 1'2'3'4'}}^{F_1 F_2} \\ \qquad \end{array}$		

Fig. B 3.3/ 2
Baryon-Baryon Potentialbeiträge (verschiedene Baryonen)

Für $B_\alpha + B_\beta$ jedoch bringt die definierte Symmetrie der Wellenfunktion keine Reduktion. Nutzt man zusätzlich die Wechselwirkung-Symmetrie aus, läßt sich das Gesamtmatrixelement schreiben:

$$\begin{aligned} & \langle [B_\alpha B_\beta]_{(N')L'J'_{12}T'_2}^{JT} | V_{B_\alpha B_\beta} | [B_\alpha B_\beta]_{(N)LJ_{12}T_2}^{JT} \rangle = \\ & = \langle [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N')L'J'_{12}T'_2}^{JT} | V_{B_\alpha B_\beta} | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N)LJ_{12}T_2}^{JT} \rangle \\ & - (-)^{L'+J'+T} \langle [B_\beta(1) B_\alpha(2)]_{(N')L'J'_{12}T'_2}^{JT} | V_{B_\alpha B_\beta} | [B_\alpha(1) B_\beta(1)]_{(N)LJ_{12}T_2}^{JT} \rangle \end{aligned}$$

(B 3.3/ 4)

Es genügt bei der Berechnung des Matrixelements sich in einem Kanal (z.B. Eingangskanal) auf eine Elementarstruktur zu beschränken, im anderen Kanal (Ausgangskanal) muß die voll (anti-) symmetrisierte Wellenfunktion eingesetzt werden. Der erste Summand soll als "direkter" Anteil, der zweite als "Austausch"-Anteil des Wechselwirkung -Matrixelements bezeichnet werden. Beim direkten Matrixelement bleibt die Zuordnung der Koordinaten zu den Baryonen erhalten, beim Austausch Matrixelement werden die Baryonen formal vertauscht.

Dementsprechend besitzt die Baryon-Baryon-Wechselwirkung strukturell ebenfalls zwei Anteile:

$$\begin{aligned} V_{B_\alpha B_\beta}^{direct} & = | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N')L'J'_{12}T'_2}^{JT} \rangle \langle [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N)LJ_{12}T_2}^{JT} | * \\ & * \langle [B_\alpha(1) B_\beta(1)]_{(N')L'J'_{12}T'_2}^{JT} | V_{B_\alpha B_\beta} | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{(N)LJ_{12}T_2}^{JT} \rangle \end{aligned}$$

(B 3.3/ 5)

$$\langle [B_x B_\beta]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} | V_{B_x B_\beta}^- | [B_x B_\beta]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle =$$

$$= \sum_{B_x B_\beta} \left\{ \langle [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} | V_{B_x B_\beta}^{\text{direct}} | [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle \right. \\ \left. - (-)^{L_1 S_1 + T} \langle [B_\beta^{(n)} B_x^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} | V_{B_x B_\beta}^{\text{exchange}} | [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle \right\}$$

$$V_{B_x B_\beta}^{\text{direct}} = | [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle \langle [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} | V_{B_x B_\beta}^- | [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle < [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} |$$

$$V_{B_x B_\beta}^{\text{exchange}} = \begin{cases} | [B_\beta^{(n)} B_x^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle \langle [B_\beta^{(n)} B_x^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} | V_{B_x B_\beta}^- | [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} \rangle < [B_x^{(n)} B_\beta^{(n)}]_{N_1 L_1 S_1 T_1}^{J_1} | \\ 0 & \text{for } B_x = B_\beta \end{cases} \quad \text{for } B_x \neq B_\beta$$

$$c_{B_x B_\beta} = \begin{cases} c^{(\neq)} = 1 & \text{for } B_x \neq B_\beta \\ c^{(=)} = \frac{1}{4} (1 - (-)^{L_1 S_1 + T}) (1 - (-)^{L_1 S_1 + T}) & \text{for } B_x = B_\beta \end{cases}$$

Fig. B 3.3/ 3
Struktur der allgemeinen Baryon-Baryon Wechselwirkung.

$$V_{B_\alpha B_\beta}^{-\text{exchange}} := \left| [B_\beta^{(1)} B_\alpha^{(2)}]_{(N) L' S' T' T'_z}^{J' T'} \right\rangle \left\langle [B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{(N) L T S T_z}^{J T} \right| + \\
+ \left\langle [B_\beta^{(1)} B_\alpha^{(2)}]_{(N) L' S' T' T'_z}^{J' T'} \right| V_{B_\alpha B_\beta}^- \left| [B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{(N) L T S T_z}^{J T} \right\rangle$$

(B 3.3/ 6)

Formal läßt sich für beliebige Baryon-Baryon-Systeme das Wechselwirkung-Matrixelement verallgemeinert schreiben wie in Figur B 3.3/3 aufgeführt.

3.3.2 ÜBERGANG VON DER IMPULSRAUMDARSTELLUNG AUF DIE ORTSRAUMDARSTELLUNG

Das Baryon-Baryon-Potential wird im Impulsraum konstruiert. Den Übergang von der Impulsraumdarstellung zur Ortsraumdarstellung vermittelt die Transformation:

$$V_{B_\alpha B_\beta}^-(\underline{r}, \underline{r}') := \\
= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p' d^3 p e^{i \underline{p}' \cdot \underline{r}} V_{B_\alpha B_\beta}^-(\underline{p}', \underline{p}) e^{-i \underline{p} \cdot \underline{r}'}$$

(B 3.3/ 7)

Gilt

$$V_{B_\alpha B_\beta}^-(\underline{p}', \underline{p}) = V_{B_\alpha B_\beta}^-(q = \underline{p}' - \underline{p})$$

(B 3.3/ 8)

so ergibt sich:

$$V_{B_\alpha B_\beta}^-(\underline{r}, \underline{r}') = \delta(\underline{r} - \underline{r}') V_{B_\alpha B_\beta}^-(\underline{r})$$

(B 3.3/ 9)

mit

$$V_{B_1 B_2}^-(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 q e^{-i q r} V_{B_1 B_2}^-(q)$$

(B 3.3/10)

und damit ein lokales Potential.

4. DIE DELTA - N DYNAMIK

4.1 KONSTRUKTION DER DELTA - N WECHSELWIRKUNG

Erfahrungen mit der Baryon -Baryon -Wechselwirkung sind im Wesentlichen im Nukleon-Nukleon-System gemacht worden. Dabei hat sich die Yukawa'sche Idee der Vermittlung einer Wechselwirkung durch Austausch von Mesonen, bestens bewährt, zumindest für Nukleon-Nukleon-Relativabstände größer als 1 fm (Hos 60, Hos 61, Ued 68, Sug 68, Hol 72, Haa 74, Erk 74, Hol 76, Ana 77, Lac 80, Cot 80, Lac 81, Hol 81, Gre 79, Gre 76, Kis 79, Are 78). Es liegt nahe, diesen feldtheoretischen Zugang auch auf beliebige Baryon-Baryon - Systeme zu übertragen. Mesonen übertragen dabei den 4 - Impuls $q = (\omega, \vec{q})$ von einem Baryon auf das andere Baryon und bewirken dadurch eine Baryon-Baryon-Kraft. Im Unterschied zum Nukleon-Nukleon -System müssen aber die beteiligten Baryonen vor und nach dem Emissions- bzw. Absorptionsprozess nicht in ihrer Identität erhalten bleiben. Der Betrag der übertragenen Energie ω ist ein wesentliches Kriterium, welche Baryonen in Betracht kommen (vergleiche Figur B 4.1/ 1).

Bei diesen, im Vergleich zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung viel komplizierteren Verhältnissen, soll in bezug auf die systematische Einordnung der für die Formulierung der Wechselwirkung wesentlichen Prozesse konzeptionelle Klarheit erreicht werden durch Verwendung des Feshbach'schen Projektionsformalismus (Fes 67, Kis 76, Hir 79). Dabei wird der Hilbertraum H mittels Projektionsoperatoren (P, D, R) in orthogonale Teilräume zerlegt:

$$H = H_P \oplus H_D \oplus H_R$$

(B 4.1/ 1)

In diesem Bild kann der Austausch eines Mesons formal

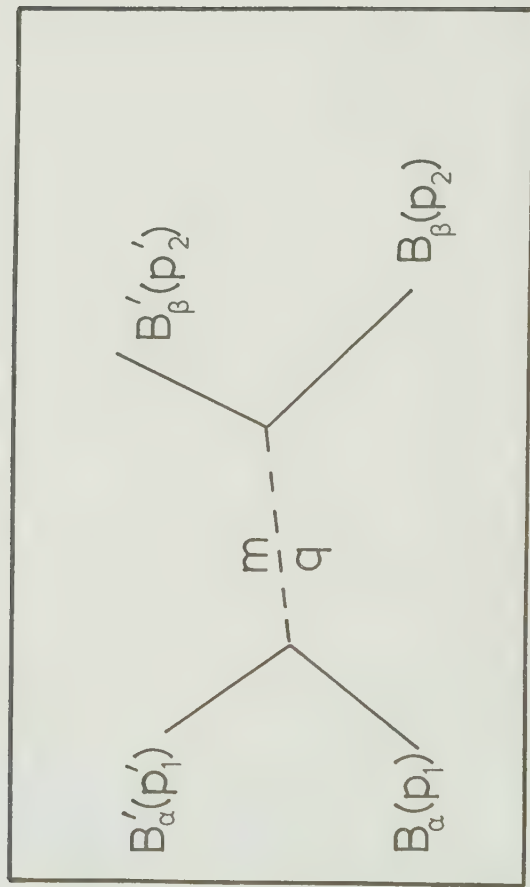


Fig. B 4.1/ 1
Wechselwirkung von Baryonen im Meson-Austausch-Bild

beschrieben werden als das Ankoppeln des Ausgangs-Baryon-Baryon-Systems (P-Raum) an einen Meson-Baryon-Baryon-Kanal (vergleiche Tab. B 2.2/ 1). Natürlich tragen neben dem Ein-Bosonen-Austausch bei der Baryon-Baryon-Wechselwirkung auch Mehrmesonenaustausche bei. Für den Fall der Δ N-Wechselwirkung soll aber nur ein Meson in diesem Kanal betrachtet werden. Dieser mesonische Kanal wird formal aufgefaßt als Doorway-Zustand (D-Raum).

Das Baryon -Baryon-System kann nur über diesen Kanal zerfallen oder formiert werden, andere Zwischensysteme (R-Raum) können nur über diesen Kanal erreicht werden (Doorwayhypothese). Die Operatoren P, D, und R erfüllen als Projektoren die Beziehungen:

$$\begin{aligned}\hat{P} + \hat{D} + \hat{R} &= 1 \\ \hat{P}^2 &= \hat{P}; \quad \hat{D}^2 = \hat{D}; \quad \hat{R}^2 = \hat{R} \\ \hat{P} \cdot \hat{D} &= 0; \quad \hat{P} \cdot \hat{R} = 0; \quad \hat{D} \cdot \hat{R} = 0\end{aligned}$$

(B 4.1/ 2)

Ziel ist den auf dem gesamten Hilbertraum operierenden Hamiltonoperator formal auf einen nur auf dem Teilraum H_P operierenden effektiven Hamiltonoperator umzuschreiben. Damit kann die Schrödingergleichung, definiert im gesamten Hilbertraum, reduziert werden auf eine Gleichung, deren Lösungen im P-Raum H_P angesiedelt sind.

Natürlich kann man weder die eine noch die andere Gleichung exakt lösen. Stets notwendige Approximationen werden so aber physikalisch transparenter.

Die Einschränkungen auf den P-Raum erreicht man, indem man die Schrödingergleichung im gesamten Hilbertraum

$$H\psi = E\psi$$

(B 4.1/ 3)

den Projektoren P, D und R unterwirft und die so entstehen-

den drei gekoppelten Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\hat{P}\hat{H}\hat{P}\hat{P}\gamma + \hat{P}\hat{H}\hat{D}\hat{D}\gamma + \hat{P}\hat{H}\hat{R}\hat{R}\gamma &= E\hat{P}\gamma \\ \hat{D}\hat{H}\hat{P}\hat{P}\gamma + \hat{D}\hat{H}\hat{D}\hat{D}\gamma + \hat{D}\hat{H}\hat{R}\hat{R}\gamma &= E\hat{D}\gamma \\ \hat{R}\hat{H}\hat{P}\hat{P}\gamma + \hat{R}\hat{H}\hat{D}\hat{D}\gamma + \hat{R}\hat{H}\hat{R}\hat{R}\gamma &= E\hat{R}\gamma\end{aligned}$$

(B 4.1/ 4)

formal nach P auflöst. Unter häufiger Verwendung oben aufgeführter Projektor-Beziehungen erhält man mit der Notation

$$\hat{H}_x = \hat{H} + \hat{H}\hat{X} \frac{1}{E - \hat{X}\hat{H}\hat{X}} \hat{X}\hat{H}$$

(B 4.1/ 5)

die Gleichung

$$E\hat{P}\gamma = \hat{P}\hat{H}_{RD}\hat{P}\hat{P}\gamma$$

(B 4.1/ 6)

bzw. ausgeschrieben

$$\begin{aligned}E\hat{P}\gamma &= \left\{ \hat{P}\hat{H}\hat{P} + \hat{P}\hat{H}\hat{R} \frac{1}{E - \hat{R}\hat{H}\hat{R}} \hat{R}\hat{H}\hat{P} \right. \\ &+ \left(\hat{P}\hat{H}\hat{D} + \hat{P}\hat{H}\hat{R} \frac{1}{E - \hat{R}\hat{H}\hat{R}} \hat{R}\hat{H}\hat{D} \right) * \\ &\quad * \frac{1}{E - \hat{D}\hat{H}\hat{D} - \hat{D}\hat{H}\hat{R} \frac{1}{E - \hat{R}\hat{H}\hat{R}} \hat{R}\hat{H}\hat{D}} * \\ &\left. + \left(\hat{D}\hat{H}\hat{P} + \hat{P}\hat{H}\hat{R} \frac{1}{E - \hat{R}\hat{H}\hat{R}} \hat{R}\hat{H}\hat{P} \right) \right\} \hat{P}\gamma\end{aligned}$$

(B 4.1/ 7)

Nach Verwendung der Doorway - Bedingung

$$\hat{P}\hat{H}\hat{R} = \hat{R}\hat{H}\hat{P} = 0$$

(B 4.1/ 8)

die aussagt, daß eine Kopplung der P-Kanäle an den Restraum R nur über den Doorwayraum D erfolgen kann, und Entwicklung des Nenners ergibt sich

$$\hat{H}_{\text{eff}} \hat{P} \hat{N} = E \hat{P} \hat{N}$$

(B 4.1/ 9)

mit dem effektiven Hamiltonoperator

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{eff}} = & \hat{P} \hat{H} \hat{P} + \\ & + \hat{P} \hat{H} \hat{D} \frac{1}{E - \hat{D} \hat{H} \hat{D}} \hat{D} \hat{H} \hat{P} + \\ & + \hat{P} \hat{H} \hat{D} \frac{1}{E - \hat{D} \hat{H} \hat{D}} \hat{D} \hat{H} \hat{R} \frac{1}{E - \hat{R} \hat{H} \hat{R}} \hat{R} \hat{H} \hat{D} \frac{1}{E - \hat{D} \hat{H} \hat{D}} \hat{D} \hat{H} \hat{P} \\ & + \dots \end{aligned}$$

(B 4.1/10)

Vergleich mit dem Hamiltonoperator (siehe Abschnitt über den Reaktionsmechanismus Kap B1) läßt folgende Identifikationen zu

$$\hat{H}_{BB'}^{(0)}(1,2) = \hat{T}(1,2) + \hat{H}_{BB}^{\text{int}}(1,2) = \hat{P} \hat{H} \hat{P}$$

$$\begin{aligned} \hat{W}_{BB}^{(1,2)} = & \hat{P} \hat{H} \hat{D} \frac{1}{E - \hat{D} \hat{H} \hat{D}} \hat{D} \hat{H} \hat{P} \\ & + \hat{P} \hat{H} \hat{D} \frac{1}{E - \hat{D} \hat{H} \hat{D}} \hat{D} \hat{H} \hat{R} \frac{1}{E - \hat{R} \hat{H} \hat{R}} \hat{R} \hat{H} \hat{D} \frac{1}{E - \hat{D} \hat{H} \hat{D}} \hat{D} \hat{H} \hat{P} \end{aligned}$$

(B 4.1/11)

Nun soll dieser Formalausdruck für das uns interessierende ΔN -System in physikalische Prozesse repräsentierende Graphen übersetzt werden.

in \ fin		P	D		R	
		ΔN	$mN\Delta$	mNN	NN	
P	ΔN				0	0
	$mN\Delta$			0		
D	mNN		0			
	NN	0				
R		0				
	NN					

Fig. B 4.1/ 2

Formulierung der Delta-Nukleon Wechselwirkung mit Hilfe des Feshbachschen Projektionsformalismus.

						
						
$m\Delta N$	mNN	mNN				D
		NN				R
		mNN				D

Fig. B 4.1/ 3

Beiträge zur Delta-Nukleon Wechselwirkung:
 Bild 1 und 2: Ein-Boson-Austausch Beitrag;
 Bild 3 und 4: quasifreie Zerfallsbeiträge;
 Bild 5 und 6: absorptive Beiträge.

Dazu definiert man:

P-Raum	$N\Delta$ -Zustände
D-Raum	$m\Delta$ N-Zustände
	$m\overline{NN}$ -Zustände
	($m = \overline{\sigma}, \omega, \rho, \pi, \eta, \dots$ -Meson)
R-Raum	alle restlichen möglichen Hilbertraumzustände

Eine Zusammenfassung aller Kanäle und entsprechender Übergangsoperatoren ist in Figur B 4.1/ 2 aufgeführt.

Berücksichtigung der Δ N-Wechselwirkung $W_{\Delta N}$ bis zur 2. Ordnung unter Einbeziehung ausschließlich des Nukleon-Nukleon-Systems aus dem R -Raum ergibt die in Figur B 4.1/ 3 aufgeführten Wechselwirkungs-Graphen. Im Fall der einmaligen Ankopplung an den Doorway - Raum treten zwei Graphentypen auf:

- Der übliche Ein-Bosonen-Austausch-Prozeß (One Boson Exchange: OBE), bei dem das Meson zwischen den beiden Baryonen echt ausgetauscht wird (Figur B 4.1/ 3 Bild 1, 2). Verläuft die Wechselwirkung über den $m\Delta$ N-Kanal, bleibt die Identität der Baryonen beim Mesonenaustausch erhalten (Direkter Prozeß). Bei der Ankopplung des Meson-Nukleon-Nukleon-Kanals wird dagegen die Anregungsenergie, die beim Zerfall des Δ frei wird, von einem Baryon auf das andere übertragen (Austausch-Prozeß). Über diesen Wechselwirkungs-Mechanismus wird das Δ N -Potential explizit energieabhängig.
- Der Zerfallsprozeß eines Baryons im Verbund der beiden Baryonen (Figur B 4.1/ 3 Nummer 3, 4). Das zweite Spektator-Baryon ist dynamisch nur über die Δ N-Wellenfunktion und kinematisch über die Relativkoordinate involviert. Man spricht vom quasi-freien Zerfall eines Baryons.

Auch der Absorptionsprozeß (siehe Figur B 4.1/ 3 Bild 5, 6) in Form der Ankopplung des Nukleon-Nukleon-Rest-Raum-Zweischensystems über zweimaligen Meson Austausch (D-Raum: Two-Boson-Exchange: TBE) kann über zwei unterschiedliche Mecha-

nismen verlaufen. Einmal wird die Anregungsenergie, die beim Zerfall des Δ frei wird, nach Durchlaufen des Nukleon-Nukleon -Kanals wieder demselben Baryon zugeführt; im anderen Fall geht die Anregungsenergie auf das zweite Baryon über. In Analogie zum OBE-Bild wird auch hier von "Direkter"- und "Austausch"-Wechselwirkung gesprochen.

Zusammenfassung:

Bei der Entwicklung nach Loop-Diagrammen bis zur 1. Ordnung sind strukturell für die ΔN -Wechselwirkung drei Anteile berücksichtigt:

1. Ein Boson Austausch (OBE)
2. quasifreier Zerfall
3. absorptive (nichtmesonische) Beiträge
(d.h. spezielle Zwei Boson Austausch Terme)

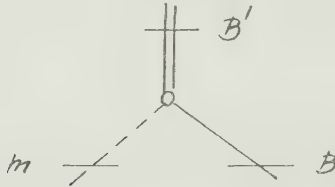
Die angegebenen Übergangsoperatoren und Propagatoren (vergleiche B 4.1/11) sind für die explizite Auswertung der Graphen ungeeignet, da ihre mathematische Handhabung zu große Schwierigkeiten aufwirft. Es ist deshalb notwendig sich durch geeignete Näherungen praktikable Operatoren bzw. Propagatoren zu verschaffen.

4.1.1 EFFEKTIVE WECHSELWIRKUNGS - LAGRANGIAN

Handhabbare Übergangsoperatoren - wie oben gefordert - stehen mit der effektiven Wechselwirkung - Lagrangian zur Verfügung. Er beschreibt die Ankopplung des Baryonenraums an ein Baryon - Meson oder Baryon - Photon (allg. Baryon - ($B=0$) - Teilchen) - Kontinuum.

Den Formationsprozeß $m + B \rightarrow B^-$ beschreibt der Operator:

$$\mathcal{L}_{mBB'} = f_{mBB'} \hat{\sigma}_{BB'}^{\text{Spin}} \hat{\sigma}_{BB'}^{\text{Isospin}}$$



(B 4.1/12)

Den Zerfallsprozeß $B^- \rightarrow m + B$ beschreibt der hermitesch - konjugierte Operator.

$$\mathcal{L}_{B'Bm} = [\mathcal{L}_{mBB'}]^{\dagger}$$

A Feynman diagram representing the decay process $B' \rightarrow m + B$. It features a central vertex (a small circle). A double solid line labeled B' enters from the bottom. A dashed line labeled m exits to the top left, and a solid line labeled B exits to the top right.

(B 4.1/13)

Konstruktion der Wechselwirkung - Lagrangians

Die Struktur des Wechselwirkung - Lagrangian wird bestimmt durch:

- Invarianzforderungen, die verträglich sind mit den Symmetrieforderungen an das Baryon-Baryon-Potential (siehe Kapitel B 3.1).

- das Prinzip der maximalen Einfachheit d.h. von verschiedenen möglichen Operatorstrukturen wird im Allgemeinen die einfachste ausgewählt.

Die Stärke der Ankopplung des Mesons (Photons) an das Baryon wird über eine dimensionslose reelle Kopplungskonstante f berücksichtigt. f wird durch Modellrechnung (Quarkmodell (Bro 75, DeS 63, Are 75), Chew - Low (Che 56)) oder durch Datenfits (Nukleon-Nukleon - Streuung (Haa 74, Bry 69)) festgelegt.

Die Gestalt der Spin und Isospinübergangsoperatoren ist multipolaritätsabhängig.

Relativistisch formulierte Operatoren sind für die spätere Anwendung (vergleiche Tab. B 4.1/ 4) in nichtrelativistischer und statischer Näherung (Baryonenimpulse vernachlässigt) angegeben (vergleiche (Mos 68, Bro 75, Dil 76, Erk 74, Hol 72, Bry 67, Gre 67)).

Die dabei auftretenden Spin (bzw. Isospin) - Vektorübergangsoperatoren sind in sphärischen Komponenten wie folgt definiert

$$\bar{S}_{BB'} := \left((\bar{S}_{BB'}^1)_1; (\bar{S}_{BB'}^1)_0; (\bar{S}_{BB'}^1)_{-1} \right) \quad (\text{B 4.1/14})$$

mit

$$(\bar{S}_{BB'}^1)_\lambda := \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\langle S_{B'} \| \bar{S}_{BB'} \| S_B \rangle}{[1S_B] \langle S_B |} \quad (\text{B 4.1/15a})$$

NOTATION	J^P	MEQN	SPIN- OPERATOR $\hat{O}_{BB'}$		
			relative	lowest order nonrelativistic, non static approximation	static approximation
SPIN	scalar	0^+	$-\sqrt{\frac{1}{2}} g_s \bar{\psi} \psi \phi$	g_s	g_s
	pseudo scalar	0^-	$\sqrt{\frac{1}{2}} i g_p \bar{\psi} \gamma_5 \psi \phi$	$\frac{1}{2M} g_p \vec{\sigma} \cdot \vec{B} (\vec{k}_m - \alpha \vec{k}_g)$	$\frac{1}{2M} g_p \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \vec{k}_m$
	vector	1^-	$\sqrt{\frac{1}{2}} i g_v \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \phi_\mu +$ $+\frac{1}{4M} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi (\partial_\mu \phi - \partial_\mu \phi_\mu)$	$g_v (1 + \frac{1}{2M} \epsilon_m \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \alpha (\vec{k}_m - \alpha \vec{k}_g))$	$g_v (1 + \frac{1}{2M} \epsilon_m \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{k}_m)$
ISOSPIN			ISOSPIN- OPERATOR $\hat{O}_{BB'}$		
NOTATION	J^P	MEQN			
scalar	0	$\bar{5}$ 10 2	1		
vector	1	$\bar{5}$ 3	$\vec{I}_{BB'} \cdot \vec{\phi}_m$		

Tab. B 4.1/ 4a
Spin und Isospin Operatoren im Meson-Baryon-Baryon System.

Bezeichnungen:

$\overline{S}_{BB'}$	Baryon B Baryon B' Spinübergangsoperator
$\overline{I}_{BB'}$	Baryon B Baryon B' Isospinübergangsoperator
$\underline{k}_B$	Baryon - Impuls
α	Masseabhängiger Vorfaktor
$\underline{k}_m$	Meson - Impuls
$\underline{\epsilon}_m$	Meson - Polarisationsvektor
$\underline{\phi}_m$	Meson - Isospin - Wellenfunktion
M	Nukleonenmasse
$\psi, \bar{\psi}$	Baryon - Wellenfunktion

Tabelle B 4.1/ 4b

Erläuterung der in Tabelle B 4.1/ 4a verwendeten Symbole

MESONS	π	ρ	ω	δ	ω
$J^P T$	$0^-, 1$	$1^-, 1$	$0^-, 0$	$0^+, 0$	$1^-, 0$
	$\mathcal{L}_{\pi NN} =$ $= -i \frac{f_\pi}{m_\pi} (\bar{\psi} \psi) (\underline{1} \cdot \underline{\phi})$	$\mathcal{L}_{\rho NN} =$ $= -i \frac{f_\rho}{m_\rho} \underline{\epsilon} (\underline{\Sigma} \times \underline{q}) (\underline{1} \cdot \underline{\phi})$	$\mathcal{L}_{\omega NN} =$ $= -i \frac{f_\omega}{m_\omega} (\bar{\psi} \psi) (\underline{1} \cdot \underline{q})$	$\mathcal{L}_{\delta NN} =$ $= -f_\delta$	$\mathcal{L}_{\omega NN} =$ $= f_\omega$
	$\mathcal{L}_{\pi N \Delta} =$ $= -i \frac{f_\pi}{m_\pi} (\underline{\Sigma} \cdot \underline{q}) (\underline{1} \cdot \underline{\phi})$	$\mathcal{L}_{\rho N \Delta} =$ $= -i \frac{f_\rho}{m_\rho} \underline{\epsilon} (\underline{\Sigma} \times \underline{q}) (\underline{1} \cdot \underline{\phi})$	$\mathcal{L}_{\omega N \Delta} =$ $= -i \frac{f_\omega}{m_\omega} (\underline{1} \cdot \underline{q})$	$\mathcal{L}_{\delta N \Delta} =$ $= -f_\delta$	$\mathcal{L}_{\omega N \Delta} =$ $= f_\omega$
	$\mathcal{L}_{\pi N \Delta} =$ $= -i \frac{f_\pi}{m_\pi} (\underline{S} \cdot \underline{q}) (\underline{1} \cdot \underline{\phi})$	$\mathcal{L}_{\rho N \Delta} =$ $= -i \frac{f_\rho}{m_\rho} \underline{\epsilon} (\underline{S} \times \underline{q}) (\underline{1} \cdot \underline{\phi})$			

Tab. B 4.1/ 5
Effektive Meson-Baryon-Baryon Lagrangians (Baryon = Nukleon, Delta).

wobei

$$\langle S_{B'} | \bar{b}_{BB'} | S_B \rangle = \text{reduziertes Matrixelement}$$

$$[|S_{B'}\rangle \langle S_B|]_\lambda^1 = \text{formaler Übergangsoperator}$$

(B 4.1/15b)

Zusammenfassung:

Für die beiden beteiligten Baryonen, Nukleon und Delta, sowie die bei der Definition des D - Raumes angegebenen Mesonen, ergeben sich unter Berücksichtigung der multipolaritäts- und mesonenunabhängigen Operatorstrukturen die in Tab. B 4.1/ 5 aufgeführten effektiven Wechselwirkungs-Lagrangians in statischer Näherung. Auf Grund der isoskalaren Natur des σ , ω und η - Mesons ist der Übergang

$$\Delta \rightarrow N + m \quad (m = \sigma, \omega, \eta)$$

nicht möglich, da an diesem Vertex die Auswahlregel gelten muß. Dementsprechend gibt es keine $mN\Delta$ - Lagrangians für σ, ω, η

Das η - Meson gleicht bis auf diesen Unterschied im Isospinoperator dem π - Meson. In beiden Fällen handelt es sich um pseudoskalare Mesonen negativer innerer Parität also $J^P = 0^-$. Dagegen weisen die beiden Vektormesonen ρ und ω mit $J^P = 1^-$ auch schon in der Spinoperatorstruktur Unterschiede auf.

4.1.2 Propagatoren

Der Meson Propagator

Gemäß dem oben dargelegten Formalismus sind die Doorway -

Raum Propagatoren unter Verwendung des Hamiltonian DHD einzubeziehen.

$$\hat{G}_D = (E - \hat{D}\hat{H}\hat{D})^{-1}$$

(B 4.1/16)

In statischer Näherung, d.h. für unendlich schwere Baryonen reduziert sich jedoch dieser Propagator auf den rein mesonischen Anteil (Kli 83, Dur 77, Mos 68). In relativistischer Formulierung ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} G_m(q) &= (q_4^2 - m^2)^{-1} = -(q^2 + m^2 - \omega^2)^{-1} \\ &= G_m(q, \omega) \end{aligned}$$

(B 4.1/17)

wobei $q_4 = (\omega, \vec{q})$ der übertragene 4er - Impuls, m die Masse des ausgetauschten Mesons bezeichnet.

Im Allgemeinen sind die Parameter q und ω unabhängig; das bedeutet, daß die Mesonen virtuell (off - shell) ausgetauscht werden können.

Falls jedoch die Dispersionsrelation

$$q^2 + m^2 = \omega^2$$

(B 4.1/18)

erfüllt ist hat der Propagator einen Pol, d.h. die ausgetauschten Mesonen sind auf der Massenschale (on - shell) und damit reell (siehe hierzu Figur B 4.1/6).

Es zeigen sich daher zwei strukturell verschiedene Situationen, die unterschiedliche mathematische Behandlung erfordern (vergleiche Figur B 4.1/ 7).

- $\omega < m$: nur virtueller Mesonenaustausch möglich

G_m hat keinen Pol auf der reellen Achse

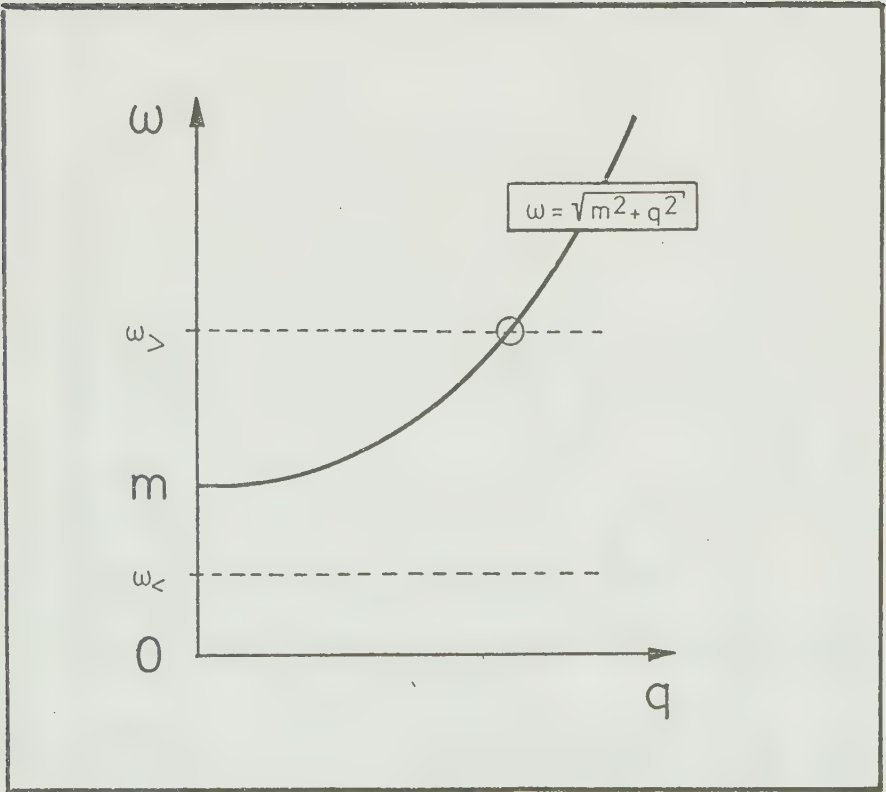


Fig. B 4.1/ 6

Definitionsbereich des Propagators $G=G(q,\omega)$. Die Kurve bezeichnet die Lage der Polstellen. Im Bereich $\omega < m$ ist nur virtuelle, für $\omega > m$ auch reelle Mesonpropagation möglich.

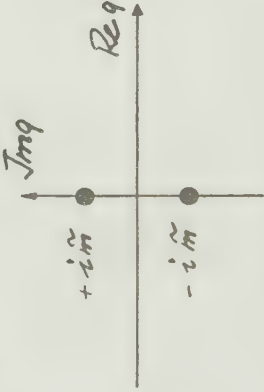
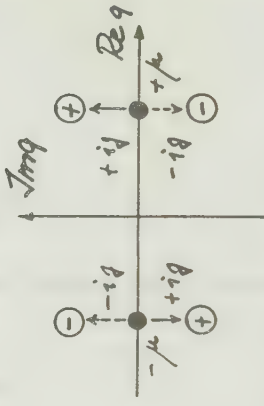
MESON EXCHANGE	VIRTUAL	REAL
energy propagator	$\omega < m$ $G_m = - \frac{1}{q^2 + \tilde{m}^2}$ $\tilde{m} = \sqrt{m^2 - \omega^2}$	$\omega \geq m$ $G_m = - \frac{1}{q^2 - \mu^2}$ $\mu = \sqrt{\omega^2 - m^2}$
reference mass		
complex q-plane		
poles	poles only on the imaginary axis	poles on the real axis

Fig. B 4.1/ 7
 Darstellung der Pole des Propagators in der komplexen q-Ebene für virtuellen bzw. realen Mesonenaustausch.

- $\omega > m$: auch reeller Mesonenaustausch möglich

G_m hat Pole bei $\pm \mu$

Der Energieparameter ω ist von außen festgelegt durch die dem Baryon-Baryon - System zur Verfügung gestellten Energie ω_{exc} .

Für den Zusammenhang zwischen ω_{exc} und der ausgetauschten Energie ω gilt:

- im Direkten Prozeß:

Die Identität der beteiligten Baryonen bleibt bei Emission und Absorption des Mesons erhalten, dh. die Anregungsenergie ω_{exc} bleibt im wesentlichen in ein und demselben Baryon gespeichert. Die vom Meson übertragene Energie ω ist vergleichsweise klein:

Modellannahme $\omega = 0$: es ist nur virtueller Mesonenaustausch möglich; diese Situation ist schon aus der Konstruktion der Nukleon-Nukleon - Wechselwirkung im Niederenergiebereich bekannt.

- im Austausch - Prozeß:

Die Identität der beteiligten Baryonen bleibt bei Emission und Absorption des Mesons nicht erhalten. dh. die Anregungsenergie ω_{exc} wird im wesentlichen von einem Baryon auf das andere transferiert.

Modellannahme: $\omega = \omega_{exc}$: je nach Anregungsenergie ist auch reeller Mesonenaustausch möglich.

- im $\Delta N \rightarrow$ Nukleon-Nukleon Übergangspotential:

Die in dem baryonischen Freiheitsgrad Delta gespeicherte Energie ω_{exc} wird vollständig freigesetzt und manifestiert sich nach dem Austausch des Mesons nicht mehr in einer lokalisierten baryonischen Anregung. Die beiden Baryonen im Endzustand sind ununterscheidbar. Sie besitzen beide die gleiche Energieverteilung.

Modellannahme: $\omega = \omega_{exc}/2$: reeller Mesonenaustausch ist für Energien größer als die zweifache Mesonenmasse möglich.

Gerade bei Pion induzierten Reaktionen am $B=2$ - System im Mittelenergiebereich ist die Anregungsenergie ω_{exc} in einer Größenordnung, die zumindest einen reellen Pion - Austausch im sogenannten Austausch-Prozeß zuläßt. Die damit verknüpfte Polstruktur im Propagator wird für bemerkenswerte Auswirkungen im Ortsraumpotential verantwortlich sein, die die Tatsache reflektieren, daß das (π) - Meson auf die Massenschale kommen kann:

Ein reelles π - Meson muß nicht notwendigerweise am baryonischen Partner ankoppeln, sondern kann ins Kontinuum laufen und im Detektor nachgewiesen werden. Ein solcher, die Lebensdauer des Ursprungs Baryon-Baryon-Systems reduzierender Prozeß schlägt sich in einer das spezielle Baryon-Baryon-System charakterisierenden Breite nieder. Wir erwarten also eine komplexe Baryon - Baryon - Wechselwirkung in Zusammenhang mit dem "OBE-Austausch Prozeß". Dies ist ein aus der Niederenergie-Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung bisher nicht bekanntes Phänomen!

Der Nukleon-Nukleon - Propagator

Der zweite Typ von Propagator wie er im obigen Formalismus abgeleitet wurde beschreibt (mit der oben gemachten Einschränkung) die Propagation des Nukleon-Nukleon - Restraumzustandes.

$$\hat{G}_R = (E - \hat{R}\hat{H}\hat{R})^{-1}$$

(B 4.1/19)

In nichtrelativistischer Näherung reduziert sich der Propagator auf die Form

$$G_{NN} = \frac{1}{E_{NN} - E_{NN}(E)}$$

(B 4.1/20)

wobei $E_{NN}(k)$ die (nichtrelativistische) Gesamtenergie des Nukleon-Nukleon-Zwischenzustands bezeichnet,

$$E_{NN}(k) = \left(M_N + \frac{k^2}{2M_N} \right) + \left(M_N + \frac{k^2}{2M_N} \right) \quad (\text{B 4.1/21})$$

M_N ist die Nukleonenmasse, k bezeichnet den Nukleonimpuls. Mit $E_{\Delta N}$ ist die Energie des Ausgangs - ΔN - Zustands bezeichnet:

$$\begin{aligned} E_{\Delta N} &= E_D + \omega \\ &= 2M_N - E_D + \omega \end{aligned}$$

(B 4.1/22)

E_D ist die Deuteronruheenergie, ω die Anregungsenergie, E_D steht für die Deuteronbindungsenergie (2.22 MeV). Vernachlässigt man die Deuteronbindungsenergie, so erhält man für die Nukleon-Nukleon - Propagation:

$$G_{NN}(k) = \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{M_N}}$$

(B 4.1/23)

4.1.3 Formfaktoren

Im Boson Austausch Bild erfolgt der Austausch eines Mesons im Allgemeinen nicht auf der Massenschale (d.h. off-shell). Aus Meson - Baryon Experimenten mit dem Meson auf der Massenschale, sind jedoch nur on shell Kopplungskonstanten verfügbar. Einen Zusammenhang zwischen der on-shell und

off-shell Ankopplung eines Mesons stellt der Formfaktor her (Dil 76, Bon 74).

$$f_{\alpha B_1 B_2}(q_4^2) = f_{\alpha B_1 B_2}(q_4^2 = m^2) F(q_4^2)$$

(B 4.1/24)

wobei

$f_{\alpha B_1 B_2}(q_4^2)$ die Off-shell Kopplungskonstante und

$f_{\alpha B_1 B_2}(q_4^2 = m^2)$ die On-shell Kopplungskonstante bezeichnet.

$F(q_4^2)$ bezeichnet den Formfaktor.

Natürlich sind auch die Baryonen Off-shell. Eine Korrektur wird im Allgemeinen vernachlässigt. Im On-shell Fall ergibt sich die Gleichung

$$F(q_4^2) = 1$$

(B 4.1/25)

Unter Berücksichtigung dieser Randbedingung kann man für den Formfaktor den phänomenologischen Ansatz machen:

$$F(q_4^2) = \left(\frac{\Lambda_\alpha^2 - m_\alpha^2}{\Lambda_\alpha^2 - q_4^2} \right)^{n_\alpha} = F(q_4^2, \Lambda_\alpha^2, n_\alpha)$$

(B 4.1/26)

Es treten zwei Struktur - Parameter auf:

- die Cut - off - Masse Λ_α
- der Exponent n_α

Notation:

$$n_\alpha = \begin{cases} 1/2 & \text{Pilkuhn oder Wurzel Formfaktor} \\ 1 & \text{Monopol Formfaktor} \\ 2 & \text{Dipol Formfaktor} \end{cases}$$

Die Abhängigkeit von diesem Parameter läßt sich wie folgt beschreiben:

- je kleiner Λ desto stärker werden hohe q bei festgehaltenem n_α unterdrückt.
- je größer n_α desto stärker werden hohe q bei festgehaltenem Λ unterdrückt

Natürlich sind diese Strukturparameter mesonenspezifisch; ebenso sind die Cut - off - Parameter vertexspezifisch. Siehe dazu die Erläuterung am Beispiel der Ankopplung des π -Mesons an das Δ bzw. das N in Figur B 4.1/ 9 nach (Dil 82).

Aus technischen Gründen (Umrechnen von Kopplungskonstanten und Cut - off Massen für verschiedene Potentialmodelle) wird es notwendig werden, Beziehungen zwischen Formfaktoren mit unterschiedlichen Exponenten abzuleiten. Eine Entwicklung des Nenners liefert bei Mitnahme von Termen bis zur Ordnung q^4 ($q = (\omega, \vec{q})$) die Beziehung:

$$\left(\frac{\Lambda_1^2 - m^2}{\Lambda_1^2 - q_4^2} \right)^{n_1} = f_{n_1 n_2} \left(\frac{\Lambda_2^2 - m^2}{\Lambda_2^2 - q_4^2} \right)^{n_2} \quad (\text{B 4.1/27})$$

$f_{n_1 n_2}$ wird als Korrekturfaktor der Kopplungskonstante zuge-schlagen. Unter Verwendung der Abkürzung

$$\tilde{\Lambda}_i := \sqrt{\Lambda_i^2 - \omega^2} \quad \text{bzw.} \quad \tilde{m}_i := \sqrt{m^2 - \omega^2} \quad (\text{B 4.1/28})$$

erhält man folgende Relationen:

- für die Cut - off Parameter:

$$\tilde{\Lambda}_1 = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \tilde{\Lambda}_2 \quad (\text{B 4.1/29})$$

- für den Korrekturfaktor $f_{n_1 n_2}$:

$$f_{n_1 n_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{n_2} \tilde{\Lambda}_1^{2(n_2 - n_1)} \frac{(\tilde{\Lambda}_1^2 - \tilde{m}^2)^{n_1}}{(\frac{n_2}{n_1} \tilde{\Lambda}_1^2 - \tilde{m}^2)^{n_2}} \quad (\text{B 4.1/30})$$

COUPLING CONSTANTS

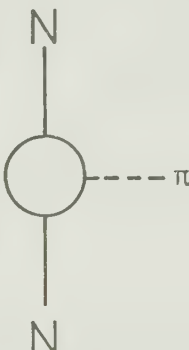
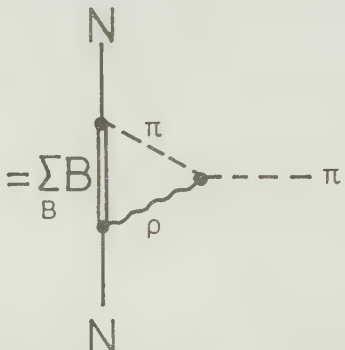
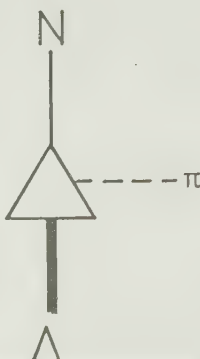
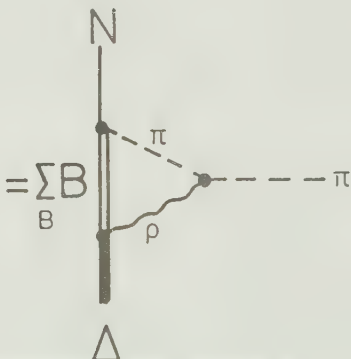
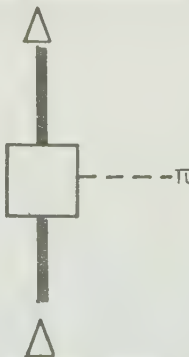
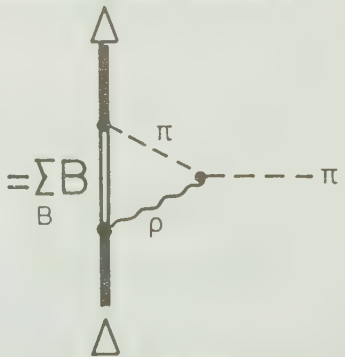
$f_{\pi NN}$		
$f_{\pi N\Delta}$		
$f_{\pi\Delta\Delta}$		

Fig. B 4.1/ 9
Meson-Baryon Kopplung.

Für $\Lambda_1 \gg m$ gilt:

$$f_{n_1 n_2} = 1$$

d.h. die Kopplungskonstante wird im Fall großer Cut-Off Massen nicht renormiert.

Nachdem nun alle notwendigen Hilfsmittel wie
effektive Lagrangians,
Propagatoren
und Formfaktoren

bereitgestellt wurden, kann die Konstruktion der ΔN - Wechselwirkung in Angriff genommen werden. Dabei soll zuerst der OBE Anteil des Potentials vorgestellt werden. (Abschnitt B 4.2). Im Kapitel B 4.3 wird die Ankopplung an den Nukleon-Nukleon - Kanal über ein Absorptionspotential mit einbezogen. Der Abschnitt B 4.4 ist dem quasifreien Zerfall des Δ ($\Delta \rightarrow \pi N$) im Verband der beiden Baryonen und seinem Beitrag zum ΔN - Potential gewidmet.

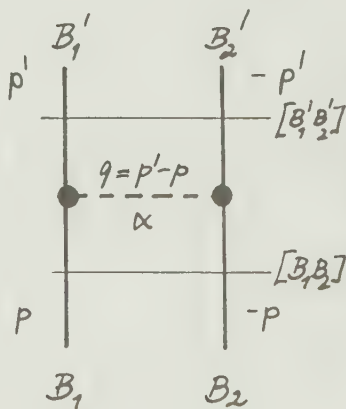
Eine kurze Zusammenfassung (Abschnitt B 4.5) schließt das Kapitel über die Delta Nukleon Dynamik ab.

4.2 DAS OBE - WECHSELWIRKUNGS - POTENTIAL

Gemäß dem Abschnitt "Konstruktion der ΔN - Wechselwirkung" wird der OBE - Anteil des Potentials durch die Graphen 1, 2 aus Figur B 4.1/3 beschrieben. Die Übersetzung der Graphen in FormelAusdrücke geschieht nach oben entwickelter Vorschrift unter Benutzung der approximativen, aber dafür praktikablen Übergangsoperatoren und Projektoren. Resultat wird die ΔN - Wechselwirkung im Impulsraum sein. Der Übergang zum Ortsraumpotential erfolgt gemäß Gl. B 3.3/10.

IMPULSRaum POTENTIAL

$$\langle p' | V_{[B_1 B_2][B'_1 B'_2]}^{OBE} | p \rangle$$



$$\begin{matrix} \swarrow^+ \\ \propto B'_1 B'_1(1) \end{matrix} \frac{1}{q^2 - m_\pi^2} \begin{matrix} \searrow \\ \propto B'_2 B'_2(2) \end{matrix}$$

$$= V_{[B_1 B_2][B'_1 B'_2]}^{OBE}(q)$$

Fig. B 4.2/ 1
Das OBE-Impulsraumpotential.

4.2.1 Das OBE - Impulsraumpotential

Nach dem Auswerten des Feynmandiagramms (vergleiche Figur B 4.2/1) erhält man für die Prozesse 1 und 2 aus Abb. B 4.1/3 das Impulsraumpotential:

$$V_{\Delta N}^{OBE}(q_4) = \sum_{\alpha=\sigma, \omega, \rho, \pi, \eta} (V_{\alpha}^{direct}(q_4) + V_{\alpha}^{exchange}(q_4))$$

(B 4.2/ 1)

mit

$$\begin{aligned} V_{\alpha}^{direct}(q_4) &= L_{\alpha\Delta\Delta}^+(q) \frac{1}{q_4^2 - m_{\alpha}^2} L_{\alpha NN}(q) \\ &= L_{\alpha\Delta\Delta}^+(q) \frac{1}{\omega^2 - q^2 - m_{\alpha}^2} L_{\alpha NN}(q) \\ &= V_{\alpha}^{direct}(q, \omega) \end{aligned}$$

(B 4.2/ 2)

bzw.

$$\begin{aligned} V_{\alpha}^{exchange}(q_4) &= L_{\alpha NN}^+(q) \frac{1}{q_4^2 - m_{\alpha}^2} L_{\alpha\Delta\Delta}(q) \\ &= L_{\alpha NN}^+(q) \frac{1}{\omega^2 - q^2 - m_{\alpha}^2} L_{\alpha\Delta\Delta}(q) \\ &= V_{\alpha}^{exchange}(q, \omega) \end{aligned}$$

(B 4.2/ 3)

MESONS	π	ρ	η	ω
F^+, T	$0, 1$	$1, 1$	$0, 0$	$1, 0$
Δ $\bar{N}$ $\bar{N}$ Δ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$\Sigma \bar{6}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$2 \Sigma \bar{6}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$\Sigma \bar{6}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin
Δ $\bar{N}$ $\bar{N}$ Δ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$\Sigma \bar{6}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$2 \Sigma \bar{6}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$\Sigma \bar{6}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin	$\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ $\frac{1}{3} \frac{1}{m^2}$ spin

Fig. B 4.2/ 2

Das $08E-\Delta N$ -Impulsraumpotential aufgeschlüsselt nach Beiträgen verschiedener Mesonen zum Direkten und zum Austausch-Anteil der Wechselwirkung.

In der Tab. B 4.2/ 2 ist das Impulsraumpotential aufgeschlüsselt nach den Beiträgen einzelner Mesonen zum direkten wie zum Austausch-Anteil der Wechselwirkung dargestellt.

Das Potential ist in dieser statischen Näherung nur abhängig vom 4 - Relativimpuls $q = (\omega, \underline{q})$. Da auf Grund des isoskalaren Charakters von $\bar{\sigma}, \omega$ und η - Meson keine $m + N \rightarrow \Delta$ Übergänge ($m = \bar{\sigma}, \omega, \eta$) möglich sind, tragen nur $\bar{\pi}$ und f Meson zum Austausch Potential bei. Im Direkten Prozeß können alle angegebenen Mesonen ausgetauscht werden.

Auf Grund der Spinstruktur ergeben sich für $\bar{\pi}, f, \eta$, - Meson durch formales Umkoppeln Spinbeträge

$$\underline{\Sigma(1)} \cdot \underline{\bar{\sigma}(2)} \quad \text{bzw.} \quad \underline{S(1)} \cdot \underline{S(2)}$$

(B 4.2/ 4)

und Tensorbeträge

$$A_{12}(\underline{\hat{q}}) = \frac{3(\underline{\Sigma(1)}\underline{\hat{q}})(\underline{\bar{\sigma}(2)}\underline{\hat{q}})}{q^2} - \underline{\Sigma(1)} \cdot \underline{\bar{\sigma}(2)}$$

$$S_{12}(\underline{\hat{q}}) = \frac{3(\underline{S(1)}\underline{\hat{q}})(\underline{S(2)}\underline{\hat{q}})}{q^2} - \underline{S(1)} \cdot \underline{S(2)}$$

(B 4.2/ 5)

Für ω und $\bar{\sigma}$ Meson fehlt diese charakteristische Spin - Operatorstruktur. Man erhält also nur einen zentralen Beitrag.

Der Strukturunterschied von pseudoskalaren ($\bar{\pi}$) und vektoriellen (f) - Meson bezüglich der effektiven Lagrangian drückt sich im Impulsraumpotential nicht mehr in der Operatorstruktur, sondern nur noch im Vorfaktor aus.

Für die isovektoriellen Mesonen (π, ρ) ergeben sich die Isospinoperatoren

$$\underline{J}(1) \underline{J}(2) \quad \text{bzw} \quad \underline{T}^{\downarrow}(1) \underline{T}^{\uparrow}(2) \quad (\text{B 4.2/ 6})$$

deren Struktur den Spinbeträgen entspricht.

4.2.2 Das OBE - Ortsraumpotential

Die Fouriertransformation des Impulsraumpotentials (vergleiche Gl. B 3.3/10) liefert das OBE - Ortsraumpotential. Eine allgemeine Darstellung unter Zulassung von komplexen effektiven Massen

$$\tilde{m}_\alpha = \sqrt{m_\alpha^2 - \omega^2} \quad \alpha = \sigma, \omega, \rho, \pi, \eta \quad (\text{B 4.2/ 7})$$

ist ergänzt durch explizite Angabe eines der Potentiale in dem uns interessierenden Mittlerenergiebereich

$$m_\pi < \omega < \min(m_\sigma, m_\omega, m_\rho, m_\eta, \Lambda_\sigma, \Lambda_\omega, \Lambda_\rho, \Lambda_\pi, \Lambda_\eta) \quad (\text{B 4.2/ 8})$$

unter Verwendung nur reeller effektiver Massen

$$\begin{aligned} \tilde{m}_\alpha &= \sqrt{m_\alpha^2 - \omega^2} & \alpha &= \sigma, \omega, \rho, \pi \\ \mu &= \sqrt{\omega^2 - m_\pi^2} \end{aligned} \quad (\text{B 4.2/ 9})$$

Das explizite Ausschreiben des Imaginärteils soll dabei die Schlüsselrolle des Pions unterstreichen.

V_{NN} Nukleon-Nukleon		Spin isospin operator	radial dependence		radial dependence	
CENTRAL	direct	$\mathbb{1}$	$-\frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(5)	$\frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(6)
	direct	$\mathbb{1}$	$\frac{1}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(7)		
SPIN	direct	$\vec{S} \cdot \vec{S}$	$\frac{1}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(10)		
	direct	$\vec{S} \cdot \vec{S}$	$\frac{1}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(10)	$\frac{2}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(8)
TENSOR	direct	$\mathbb{1}$	$\frac{1}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(12)		
	direct	$\vec{L} \cdot \vec{L}$	$\frac{1}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(12)	$-\frac{1}{3} \frac{f_{\pi\pi}^2}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(9)

Tab. B 4.2/ 3c

OBE NN-Potential im Ortsraum mit Pilkuhn-Vertex-Formfaktor.

$V_{\Delta N}$ Pilkuhn vertex		Spin isospin operator	radial dependence		radial dependence	
CENTRAL	direct	$\mathbf{1} \quad \mathbf{1}$	$-\frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(5)	$\frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(6)
	direct	$\mathbf{1}$	$\frac{1}{3} \frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(7)		
SPIN	direct	$\underline{\mathbf{S}} \cdot \underline{\mathbf{I}}$	$\frac{1}{3} \frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(7)	$\frac{2}{3} \frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(8)
	exchange	$\underline{\mathbf{S}} \cdot \underline{\mathbf{I}} \quad \underline{\mathbf{T}} \cdot \underline{\mathbf{T}}$	$\frac{1}{3} \frac{(f_m^2)^2}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{m}\right)^3 \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$	(8)	$\frac{2}{3} \frac{(f_m^2)^2}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{m}\right)^3 \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$	(9)
TENSOR	direct	$\mathbf{A}_T(\hat{r})$	$\frac{1}{3} \frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(4)		
	direct	$\underline{\mathbf{S}} \cdot \underline{\mathbf{I}}$	$\frac{1}{3} \frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(7)	$-\frac{1}{3} \frac{f_m^2}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	(9)
	exchange	$\underline{\mathbf{S}} \cdot \underline{\mathbf{I}} \quad \underline{\mathbf{T}} \cdot \underline{\mathbf{T}}$	$\frac{1}{3} \frac{(f_m^2)^2}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \left(1 + \frac{3}{\tilde{m}r} + \frac{3}{(\tilde{m}r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda}r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda}r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$	(7)	$-\frac{1}{3} \frac{(f_m^2)^2}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \left(1 + \frac{3}{\tilde{m}r} + \frac{3}{(\tilde{m}r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda}r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda}r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$	(9)

Tab. B 4.2/ 3b

OBE- ΔN -Potential im Ortsraum mit Pilkuhn-Vertex-Formfaktor unter Verwendung komplexer Massen $\tilde{m}$.

$V_{\Delta N}$ Pilkuhn-Vertexfaktor		spin / isospin operator	radial dependence	radial dependence
CENTRAL	direct	$\mathbb{1}$	$-\frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	$\frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$
	exchange	$\mathbb{1}$	$-\frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	$-\frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$
SPIN	direct	$\vec{S} \cdot \vec{S}$	$\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	$\frac{2}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$
	exchange	$\vec{S} \cdot \vec{S}$	$\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	$\frac{2}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$
TENSOR	direct	$\frac{1}{2} (\vec{r} \cdot \vec{r})$	$-\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	$-\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$
	exchange	$\frac{1}{2} (\vec{r} \cdot \vec{r})$	$-\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$	$-\frac{1}{3} \frac{f^{\pi\pi}}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2}\right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$

Tab. B 4.2/ 3c

OBE- ΔN -Potential im Ortsraum mit Pilkuhn-Vertex-Formfaktor im Mittelenergiebereich unter expliziter Angabe des Imaginärteils des Pion-Potentials.

$V_{\Delta N}$ monopole vertex ff	spin operator	radial dependence	radial dependence
CENTRAL	direct	$1 \quad 1 \quad -\frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (5)	$\frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (5)
	direct	$1 \quad 1 \quad -\frac{f_m}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (6)	
SPIN	direct	$\frac{1}{2} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (7)	
	direct	$\frac{1}{2} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (8)	$\frac{2}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (9)
	exchange	$S_2^{\dagger} S_1^{\dagger} T_1^{\dagger} T_2^{\dagger} \quad -\frac{f_m}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (10)	$\frac{2}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (11)
TENSOR	direct	$1 \quad 1 \quad -\frac{f_m}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (12)	
	direct	$\frac{1}{2} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (13)	$-\frac{1}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (14)
	exchange	$S_2^{\dagger} S_1^{\dagger} T_1^{\dagger} T_2^{\dagger} \quad -\frac{f_m}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (15)	$-\frac{1}{3} \frac{f_m}{4\pi} m \left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\}$ (16)

Tab. B 4.2/ 3d

OBE- ΔN -Potential im Ortsraum mit Monopol-Vertex-Formfaktor unter Verwendung komplexer Massen $\tilde{m}$ und gleichem Cut-off Parameter für mNN und m $\Delta\Delta$ -Vertex.

[illegible]

Tab. B 4.2 / 3e

Wie Tab. B 4.2/3d, jedoch für unterschiedliche Cut-off Massen.

Auf den folgenden Seiten (Tab. B 4.2/ 3 a - e) ist das Ortsraumpotential analytisch angegeben für

- verschiedene Baryon-Baryon - Systeme : ΔN , Nukleon-Nukleon, $\Delta\Delta$, um charakteristische Züge der ΔN - Wechselwirkung im Vergleich mit dem "bekannten" Nukleon-Nukleon - System aufzudecken.
- verschiedene Formfaktoren : Monopol, Palkuhn, um den phänomenologischen Teil des Potentials durch Variation besser austesten zu können.

Dabei sind die Potentiale aufgeschlüsselt

- nach Operatorstrukturen, um Geometrieeinflüsse besser beurteilen und von dynamischen Effekten besser diskriminieren zu können;
- nach mesonischen Beiträgen, um das Wechselspiel zwischen verschiedenen Mesonen auch in Hinblick auf Parameterstudien effektiv kontrollieren zu können.

CHARAKTERISTIKA DER OBE - POTENTIALSTRUKTUR

Operatorstruktur

Wie schon beim Impulsraumpotential kann man auch das Ortsraumpotential aufschlüsseln nach verschiedenen Operatorstrukturen. Es ergeben sich für die beteiligten Mesonen sieben verschiedene Spin - Isospin - Operator - Aggregate:

$$\hat{O}^{\text{Spin}} [B'_\alpha B'_\beta] [B_\alpha B_\beta] \quad (1)$$

$$\hat{O}^{\text{Isospin}} [B'_\alpha B'_\beta] [B_\alpha B_\beta]$$

(B 4.2/10)

Sie sind formal in Tab. B 4.2/ 4 zusammengestellt. Es handelt sich bei den nichttrivialen Operatoren stets um Strukturen, die aus Spin (Isospin) Vektoroperatoren der beteiligten Baryonen zusammengesetzt sind.

OPERATORSTRUKTUREN

		SPIN- $\hat{R}$ OPERATOR: $\sigma_{\alpha\beta}^{SPIN} [B_{\alpha} B_{\beta}] [A_{\alpha} B_{\beta}]$		ISASPIN OPERATOR: $\sigma_{\alpha\beta}^{ISASPIN} [B_{\alpha} B_{\beta}] [A_{\alpha} B_{\beta}]$
central		$\mathbb{1}$	isospin central	$\mathbb{1}$
spin	direct	$\vec{S}(1) \cdot \vec{S}(2) - \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha}$	isospin - central	$\mathbb{1}$
	exchange	$\vec{S}(1) \cdot \vec{S}(2) - \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha}$	isospin - spin	$\vec{T}(1) \cdot \vec{T}(2) - \frac{1}{2} \tau_{\alpha\beta} \tau_{\beta\alpha}$
tensor	direct	$\Delta_{\alpha\beta}^{(12)} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha}$	isospin - central	$\mathbb{1}$
	exchange	$\Delta_{\alpha\beta}^{(12)} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha}$	isospin - spin	$\vec{T}(1) \cdot \vec{T}(2) - \frac{1}{2} \tau_{\alpha\beta} \tau_{\beta\alpha}$
tensor	direct	$\Delta_{\alpha\beta}^{(12)} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha}$	isospin - spin	$\vec{T}(1) \cdot \vec{T}(2) - \frac{1}{2} \tau_{\alpha\beta} \tau_{\beta\alpha}$
	exchange	$\Delta_{\alpha\beta}^{(12)} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha}$	isospin - spin	$\vec{T}(1) \cdot \vec{T}(2) - \frac{1}{2} \tau_{\alpha\beta} \tau_{\beta\alpha}$

Tab. B 4.2/ 4a

Spin- und Isospin-Operatorstrukturen im OBE-Potential.

DEFINITION VON OPERATOREN

$$\underline{B}_{\kappa\kappa'} = ((\underline{B}_{\kappa\kappa'})_1; (\underline{B}_{\kappa\kappa'})_0; (\underline{B}_{\kappa\kappa'})_{-1})$$

$$(\underline{B}_{\kappa\kappa'})_\lambda = \frac{1}{\lambda} \langle S_{\kappa'} | \underline{B}_{\kappa\kappa'} | S_{\kappa} \rangle [1 S_{\kappa'}] \langle S_{\kappa} |]_\lambda^1$$

$$[1 S_{\kappa'}] \langle S_{\kappa} |]_\lambda^1 = \sum_{S_{\kappa\kappa'}} (-)^{S_{\kappa'} - S_{\kappa\kappa'}} (S_{\kappa'} S_{\kappa\kappa'}) S_{\kappa} S_{\kappa\kappa'} / 1 \lambda \quad | S_{\kappa'} S_{\kappa\kappa'} \rangle \langle S_{\kappa} S_{\kappa\kappa} |$$

Isospinoperatoren $\underline{I}$ sind analog zu Spinoperatoren $\underline{S}$ definiert!

$$A_{\kappa\kappa'} B_{\beta\beta'}(\underline{x}) = 3(\underline{B}_{\kappa\kappa'}^{(1) \cdot \underline{x}})(\underline{B}_{\beta\beta'}^{(1) \cdot \underline{x}}) - \underline{B}_{\kappa\kappa'}^{(1)} \underline{B}_{\beta\beta'}^{(1)}$$

SPIN-OPERATOREN:

$$\underline{S} = \underline{S}_{NN}$$

$$\underline{\Sigma} = \underline{S}_{\Delta\Delta}$$

$$\underline{S}^\uparrow = \underline{S}_{N\Delta}$$

$$\underline{S}^\downarrow = \underline{S}_{\Delta N}$$

TENSOR-OPERATOREN:

$$A_{12} = \begin{cases} A_{NN, NN} & (NN \text{ System}) \\ A_{\Delta\Delta, NN} & (\Delta N \text{ System}) \\ A_{\Delta\Delta, \Delta\Delta} & (\Delta\Delta \text{ System}) \end{cases}$$

$$S_{12} = A_{\Delta N, N\Delta}$$

$$S_{12}^\uparrow = A_{N\Delta, NN}$$

$$S_{12}^\downarrow = A_{\Delta N, NN}$$

REDUZIERTE MATRIXELEMENTE:

$$\langle \frac{1}{2} || \underline{S} || \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{6}$$

$$\langle \frac{3}{2} || \underline{\Sigma} || \frac{3}{2} \rangle = \sqrt{15}$$

$$\langle \frac{3}{2} || S_{12}^\uparrow || \frac{1}{2} \rangle = 2$$

$$\langle \frac{1}{2} || S_{12}^\downarrow || \frac{3}{2} \rangle = -2$$

Radialstruktur

Die Radialabhängigkeit ist für unterschiedliche Operatorstrukturen bzw. mesonische Beiträge zu diesen Operatoren verschieden.

Charakteristika der Radialstruktur:

- typisch ist das Auftreten des Yukawa-Terms e^{-mr}/mr in allen Beiträgen.
- im Zentralterm geht der Quotient aus Cut-off und Mesonenmasse m mit dem Exponenten 1 ein, im Spin / Tensorterm dagegen mit dem Exponenten 3. Dieser Unterschied geht auf die unterschiedliche q -Abhängigkeit im Impulsraumpotential zurück
(Zentral: $1/(q_0^2 - m^2)$ sonst $q^2/(q_0^2 - m^2)$)
- im Tensorterm wird der Yukawaterm mit dem hinlänglich bekannten Vorfaktor $(1 + 3/(mr) + 3/(mr)^2)$ gewichtet.
- die Energieabhängigkeit geht nur über den Austausch-Term ein, weil nur hier nach der oben dargestellten Modellvorstellung Energie von einem Baryon zum anderen transportiert wird.
- nur über den Austausch-Term wird das Potential oberhalb der entsprechenden Mesonenschwelle komplex, weil nur hier das Meson auf die Massenschale kommen kann, d.h. an einem offenen Kanal ankoppelt (der aber selbst nicht explizit berücksichtigt wird). Als Konsequenz ergeben sich oszillierende Potentialanteile (travelling waves), die die Wechselwirkung bedeutend langreichweitiger werden lassen, als sie unterhalb der Mesonenschwelle ist.
- die Abhängigkeit vom Cut-off Parameter - durch die Wahl des Formfaktors festgelegt - prägt die Radialstruktur entscheidend. Der Formfaktor parametrisiert die Unkenntnis bei kleinen Abständen r .

Dementsprechend erwartet man, daß sich Unterschiede im Formfaktor bei kleinen Abständen im Potential niederschlagen. Eine Untersuchung des Potentialverhaltens für $r \rightarrow 0$ ist für verschiedene Formfaktoren in der Tab B 4.2/

$V_{\Delta N}$ Pilkuhn formally	Spin operator	isospin operator	radial structure for $r \rightarrow 0$	
CENTRAL	direct	$\mathbb{1}$	$\mathbb{1}$	$\left\{ \frac{e^{-\mu r}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow [\Lambda - m]$
	exchange	$\mathbb{1}$	$\mathbb{1}$	
SPIN	direct	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\left\{ \frac{e^{-\mu r}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \frac{1}{m} \left[1 - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^2 \right] r^{-1} \rightarrow \infty$
	exchange	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\left\{ \frac{e^{-\mu r}}{mr} + \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \frac{1}{m} \left[1 + \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^2 \right] r^{-1} \rightarrow \infty$ $\left\{ \frac{A_{12} \mu r}{\mu r} \right\} \rightarrow 1$
TENSOR	direct	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	
	exchange	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{r}$	$\left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-\mu r}}{mr} - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow -\frac{1}{2m\Lambda} \left[1 - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^2 \right] r^{-2} \rightarrow \infty$ $\left\{ \left(1 - \frac{3}{(\mu r)^2} \right) \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} - \frac{3}{\mu r} \frac{A_{12} \mu r}{\mu r} + \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \frac{1}{2\Lambda} \left[1 + \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^2 \right] r^{-1} \rightarrow \infty$ $\left\{ \left(1 - \frac{3}{(\mu r)^2} \right) \frac{A_{12} \mu r}{\mu r} + \frac{3}{\mu r} \frac{A_{12} \mu r}{\mu r} \right\} \rightarrow 0$

Tab. B 4.2/ 5a

Verhalten des Radialanteils des OBE-Potentials mit Pilkuhn-Vertex-Formfaktor für $r \rightarrow 0$.

VAN monopol vertex	Spin		operator	radial structure for $r \rightarrow 0$
	spin	class		
CENTRAL	direct	1	1	$\left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m} \right) \left[1 + \left(\frac{k^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{\Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \left[1 - \frac{k^2 m^2}{2 \Lambda^2} \right] \frac{\Lambda}{m} - 1$
	direct	2	1	
SPIN	direct	1	1	
	direct	2	1	
	exchange	1	1	$\left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m} \right) \left[1 + \left(\frac{k^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{2 \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \frac{\Lambda}{m} - 1$
	exchange	2	1	$\left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} + \left(\frac{1}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{k^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{2 \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \frac{\Lambda}{m} + 1$
TENSOR	direct	1	1	
	direct	2	1	
	exchange	1	1	$\left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m} \right) \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{k^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow 0$
	exchange	2	1	$\left\{ \left(1 - \frac{3}{mr} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} + \frac{3}{mr} \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{1}{m} \right) \left[\left(1 - \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{k^2 m^2}{\Lambda^2} \right) \frac{1 + \Lambda r}{2} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow 0$

Tab. B 4.2/ 5b

Wie Tab. B 4.2/ 5a, jedoch mit Monopol-Vertex-Formfaktor für $r \rightarrow 0$; mNN und m Δ Cut-off Massen sind gleich.

VAN monopol vertex		Spin isosp.		radial structure for $r \rightarrow 0$
		operator		
CENTRAL	direct	$\mathbb{1}$	$\mathbb{1}$	$\left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda^2 r} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \left[\left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) - 1 \right]$
	direct	$\mathbb{1}$		
SPIN	direct	Σ_5		
	direct	$\sqrt{\frac{1}{2}} \mathbb{I}$		$\left\{ \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda^2 r} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \left[\left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right) - 1 \right]$
	exchange	$\sqrt{\frac{1}{2}} \mathbb{I}$		$\left\{ \frac{\Lambda^2 \mu r}{\mu r} + \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right)^3 \left[1 - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \frac{\Lambda^2 - \Lambda r}{\Lambda} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow \left\{ \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right) \left[\left(\frac{\Lambda}{\mu} \right)^3 \frac{\Lambda^2 - \Lambda^2}{2\Lambda^2} + 1 \right] \right\}$ $\left\{ \frac{\Lambda^2 \mu r}{\mu r} \right\} \rightarrow 1$
TENSOR	direct	$\mathbb{1}$		
	direct	$\Lambda^2 \mathbb{I}$		
	direct	$\sqrt{\frac{1}{2}} \mathbb{I}$		$\left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda^2 r} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left(\frac{\Lambda}{m} \right)^3 \left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow 0$
	exchange	$\sqrt{\frac{1}{2}} \mathbb{I}$		$\left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \frac{\Lambda^2 - \Lambda r}{\Lambda} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow 0$ $\left\{ \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \frac{e^{-mr}}{mr} - \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \left[\left(1 + \frac{3}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^2} \right) + \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - \Lambda^2} \right) \frac{\Lambda^2 - \Lambda r}{\Lambda} \right] \frac{e^{-\Lambda r}}{\Lambda r} \right\} \rightarrow 0$

Tab. B 4.2/ 5c

Wie Tab. B 4.2/ 5a, jedoch mit Monopol-Vertex-Formfaktor für $r \rightarrow 0$; m_{NN} und $m_{\Delta\Delta}$ Cut-off Massen sind verschieden.

5 im Detail aufgeführt.

Resümee:

Potentiale mit Monopolformfaktor haben für $r = 0$ stets einen endlichen Wert im Tensorterm gilt sogar $V(r=0)=0$. Potentiale mit Pilkuhnformfaktor sind nur im Zentralterm am Ursprung endlich, ansonsten verhalten sie sich wie r^{-1} für $r \rightarrow 0$.

Zusammenfassung

Das Baryon-Baryon - Potential läßt sich darstellen als Summe über verschiedene mesonische und Operatorstrukturbeiträge

$$V^{OBE}(r, \omega) = \sum_{\alpha} \hat{\sigma}_{\alpha}^{Spin}(\hat{r}) \hat{\sigma}_{\alpha}^{Isospin} V_{\alpha}^{OBE}(r, \omega)$$

(B 4.2/11)

(α bezeichnet dabei eine spezielle Operator-Meson-Struktur) Die Radialanteile $V_{\alpha}^{OBE}(r, \omega)$ sind dabei formfaktorabhängig, teilweise (im Austausch - Term) energieabhängig und (oberhalb der Mesonenschwelle) komplex.

DISKUSSION DER OBE - POTENTIALSTRUKTUR

In diesem Abschnitt soll das Baryon-Baryon - Potential in einigen Punkten etwas gezielter untersucht werden. Einige der allgemein gehaltenen Strukturüberlegungen werden konkretisiert und am Beispiel des ΔN - Potentials (Nukleon-Nukleon, $\Delta\Delta$ - Potentials) erläutert. Dazu wird das Potential wie üblich gegliedert angegeben, der Radialanteil der Deutlichkeit halber geplottet.

Vergleich verschiedener Baryon - Baryon - Systeme

Mit der Untersuchung des ΔN - Systems, ist es fast selbstverständlich auch das Nukleon-Nukleon - System in gleicher Art zu betrachten, da man sich bei der Konstruktion der ΔN - Wechselwirkung auf die Nukleon-Nukleon - Wechselwirkung bezieht.

Als Nebenprodukt ergibt sich dann auch auf Grund der formalen Analogie ein $\Delta\Delta$ - Potential.

Für verschiedene Baryon-Baryon - Systeme ergeben sich schon durch die Identität bzw. Verschiedenheit der beteiligten Baryonen charakteristische Unterschiede!

Für $B(1) \neq B(2)$ finden Austauschprozesse im Sinn des Austausch - Terms statt, bei denen die Anregungsenergie eines Baryons transferiert wird.

Für $B(1)=B(2)$ entfällt diese Struktur und damit fehlen der Wechselwirkung alle Charakteristika im OBE-Bild die auf den Austausch - Prozeß beruhen:

- Nukleon-Nukleon bzw. $\Delta\Delta$ - Potentiale sind -in diesem Modell - reell und energieunabhängig.
- das ΔN - Potential ist dagegen - wegen der Austauschform - explizit energieabhängig und oberhalb der π - Schwelle komplex

Einem reellen Niederenergie Nukleon-Nukleon - Potential steht im Mittelenergiebereich also eine energieabhängiges, komplexes und signifikant langreichweitigeres ΔN - Potential gegenüber.

Ein direkter Vergleich der Potentiale ist damit höchstens für die Energie $\omega = 0$ sinnvoll, dann aber trivial (vergleiche Figur B 4.2/ 6):

- Bei Nukleon-Nukleon und ΔN Wechselwirkung fehlt die Austausch-Term-Operatorstruktur. Ansonsten sind die Operatorstrukturen in allen Systemen identisch, die Einzeloperatoren natürlich baryonenspezifisch.
- die Radialstrukturen differieren in den direkten Beiträgen mesonenspezifisch in den Kopplungskonstanten, sind

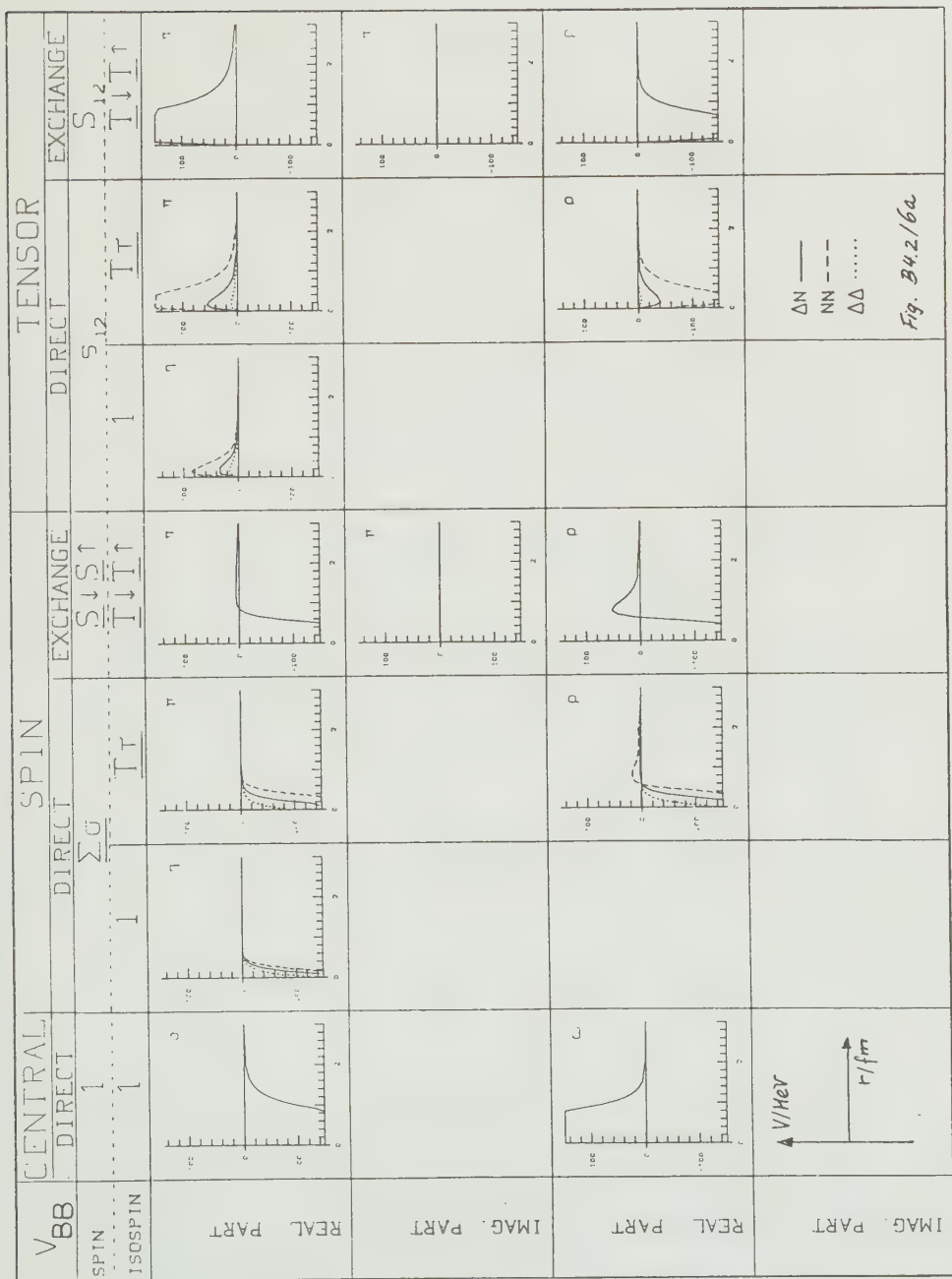


Fig. B 4.2/ 6a,b

Potentiale für die Baryon-Baryon Systeme NN , ΔN , $\Delta\Delta$ bei einer Anregungsenergie von $\omega = 0$ MeV.

In der Abbildung a) sind alle Einzelbeiträge aufgeführt; in Figur b) sind Beiträge zu gleichen Spin- und Isospin-Operatoren addiert.

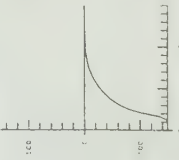
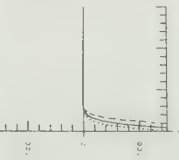
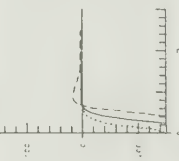
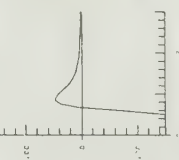
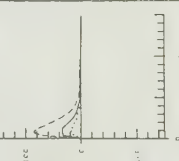
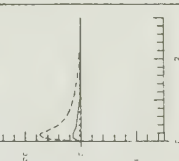
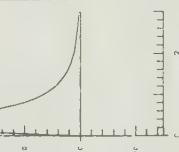
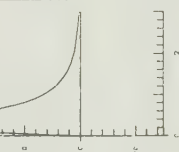
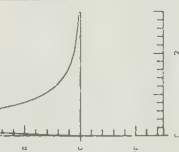
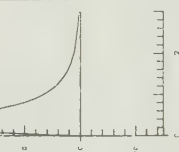
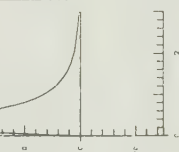
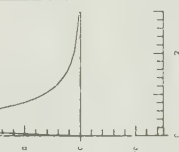
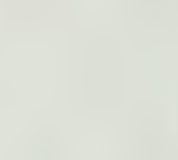
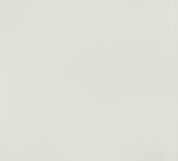
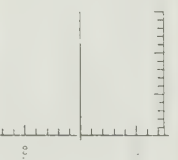
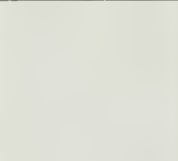
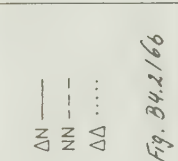
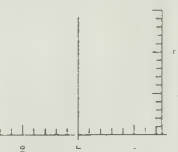
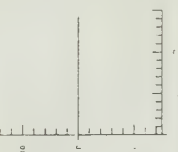
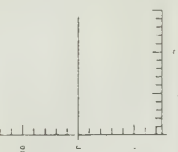
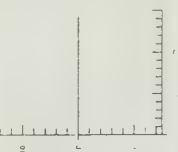
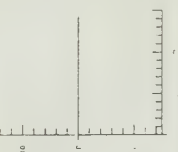
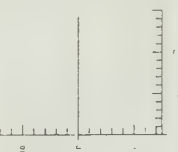
V ₈₈	CENTRAL		SPIN		TENSOR	
	DIRECT	EXCHANGE	DIRECT	EXCHANGE	DIRECT	EXCHANGE
SPIN	1	$\sum \uparrow$	$\sum \uparrow$	$\sum \uparrow$	S_{12}	S_{12}
ISOSPIN	1	$\uparrow \uparrow$	$\uparrow \uparrow$	$\uparrow \uparrow$	T_T	T_T
REAL PART						
						
MAG PART						
						

Fig. B4.2/66

aber strukturell gleich.

Für Σ und ω -Meson sind im Rahmen des statischen Quarkmodells sogar alle Beiträge für die betrachteten Baryon-Baryon Systeme identisch.

ΔN - Austausch - Potentialanteile

Der die Besonderheit der ΔN -Wechselwirkung ausmachende und die Energieabhängigkeit bewirkende Austausch-Term soll nun genauer untersucht werden. Am Austausch-Prozeß können nur die isovektoriellen π und ρ -Mesonen teilnehmen. Sowohl im Fall des π wie auch des ρ Mesons gibt es Spin und Tensorterm. Die Veränderung dieser Terme mit der Energie ist in Figur B 4.2/ 7a und Figur B 4.2/ 7b dargestellt.

Sowohl im Spin wie im Tensorterm zeigt der ρ - Beitrag in dem von uns betrachteten Energiebereich ($\omega \ll m_\rho$) eine minimale Veränderung bei Variation der Energie, die sich beispielsweise in einer geringfügigen Zunahme der Reichweite ausdrückt.

Das π -Spin/Tensor-Potential erfährt für Energien oberhalb der π -Meson-Schwelle eine signifikante Änderung insofern als

- das π - Potential einen nichtverschwindenden Imaginärteil besitzt,
- sowohl Real und Imaginärteil oszillatorische Struktur zeigen.

Die Summe aus reellem π und ρ - Beitrag zeigt, daß das Pion im Tensorterm über den gesamten dargestellten Energiebereich die Radialstruktur prägt. Im Spinterm ist dieses Verhalten erst oberhalb der zweifachen Pion - Masse festzustellen. Für Anregungsenergien unterhalb der Pionschwelle dominiert das ρ - Meson, im Zwischenbereich $m_\pi < \omega < 3m_\pi$ das ρ - Meson für kleine Abstände ($r < 1.5 \text{ fm}$) und das

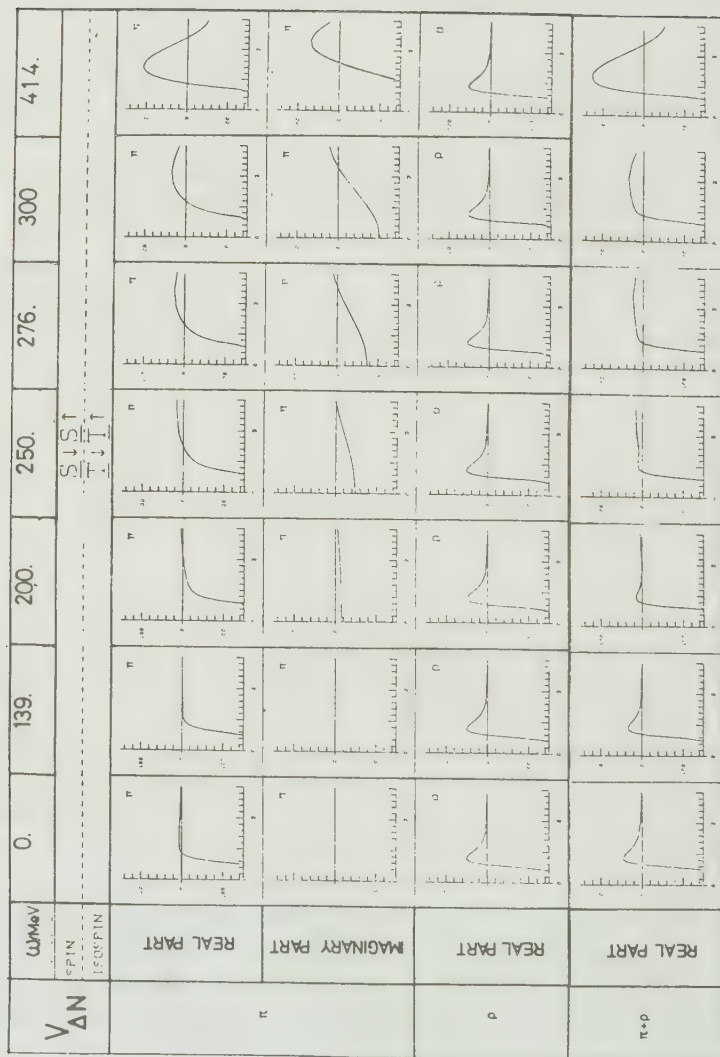


Fig. 8 4.2/ 7a
Energieabhängigkeit des Spin-Austausch-Potentials für π und ρ Meson.

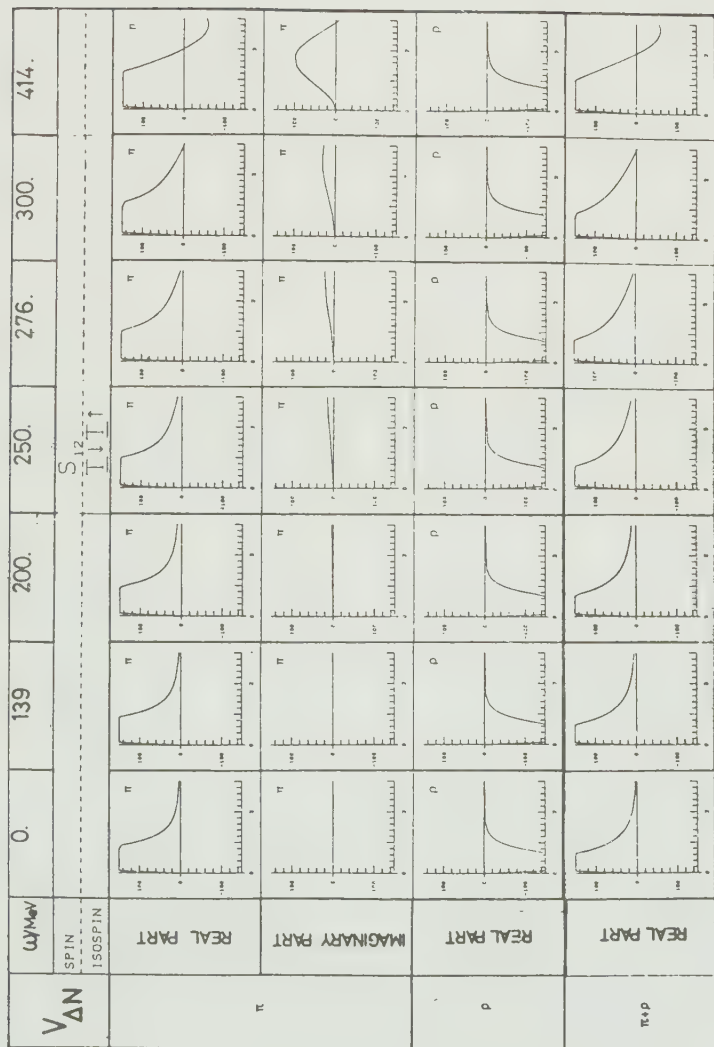


Fig. B 4.2/ 7b
Energieabhängigkeit des Tensor-Austausch-Potentials für π und ρ Meson.

π - Meson für große Abstände ($r > 1.5 \text{ fm}$).

Insgesamt unterstreicht diese Analyse im untersuchten Mittelenergiebereich die Schlüsselrolle des π - Mesons in der Nukleon- Δ - Wechselwirkung.

Parameterstudie

In der Hierarchie der physikalisch relevanten Potentialparameter steht natürlich die Energie an erster Stelle. Sie wurde wie der Formfaktorexponent schon diskutiert. Weitere Parameter sind die

- Mesonenmassen
- Cut-off-Parameter
- Kopplungskonstanten

Natürlich ist es physikalisch nicht sinnvoll, den einen oder anderen Parameter willkürlich herauszugreifen und die Auswirkung seiner singulären Veränderung auf das Gesamtpotential zu studieren. Erst die Zusammenfassung all dieser Parameter zu realistischen Datensätzen besitzt physikalische Relevanz. Für die folgende Diskussion werden drei Nukleon-Nukleon - Streuphasen - äquivalente Datensätze von Holinde und Machleidt (Hol 81)(mit HOL 1,2,3 bezeichnet) zugrundegelegt. Meson - Nukleon - Delta und Meson -Delta - Delta - Kopplungskonstanten sind über das statische Quark - Modell auf die Meson Nukleon-Nukleon Kopplungskonstanten bezogen (genaue Erläuterung siehe Anhang X1). In den 3 Datensätzen werden im wesentlichen die π - Cut - off Massen gegen die σ - Kopplungskonstante abgeglichen (siehe Tab. X 1.4). Das bei Holinde noch in den Abgleich involvierte δ - Meson wird auf Grund der großen Masse und relativ schwachen Kopplungsstärke vernachlässigt. Die Radialstruktur zu diesen drei Holindedatensätzen sind in Figur B 4.2/ 9 dargestellt.

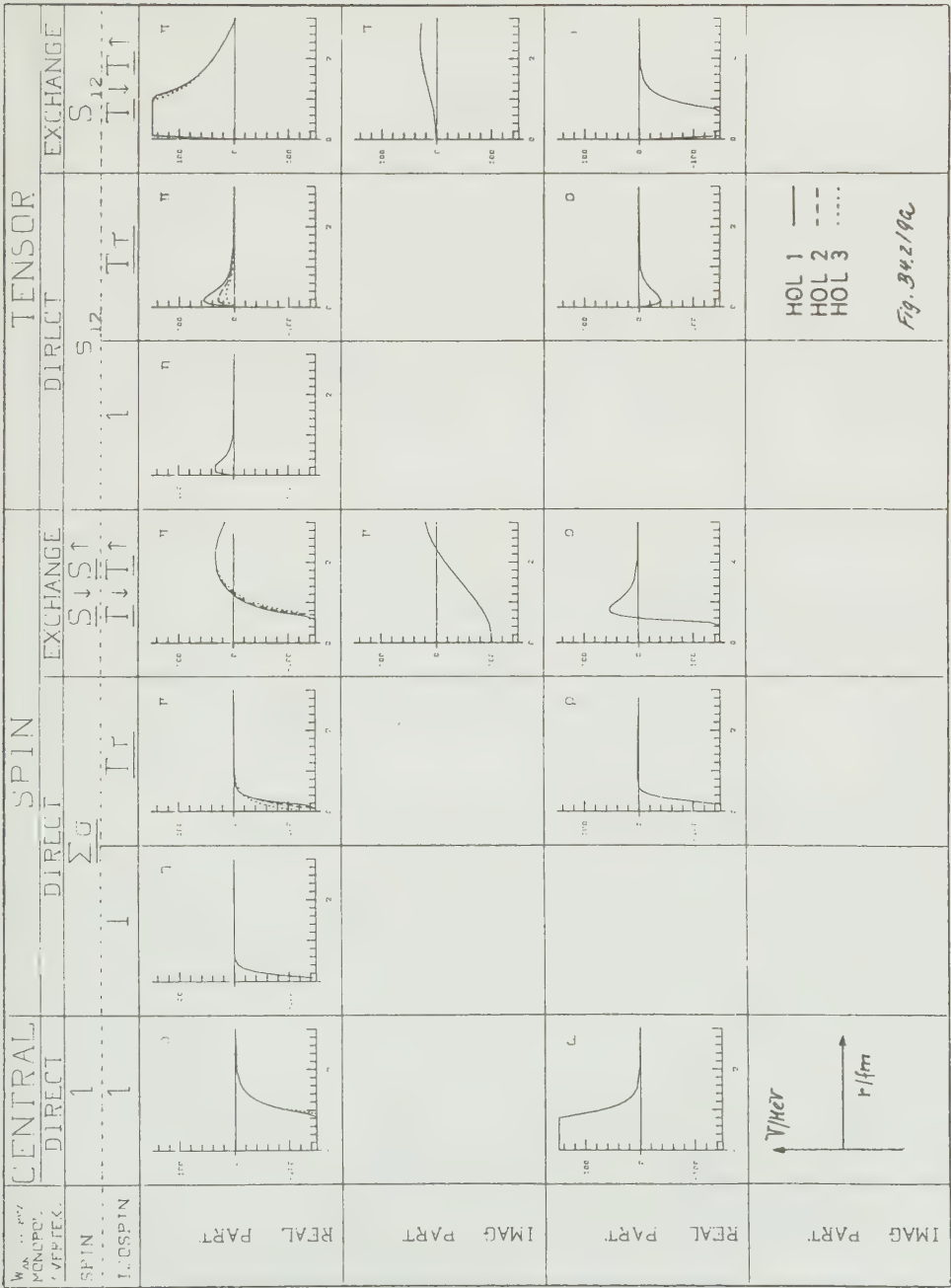


Fig. B 4.2/ 9a,b
 Vergleich der ΔN -Potentiale für die drei Datensätze HOL 1/2/3 bei einer Anregungsenergie von 300 MeV. In der Abbildung a) sind alle Einzelbeiträge aufgeführt; in Figur b) sind Beiträge zu gleichen Spin- und Isospin-Operatoren addiert.

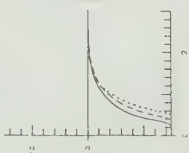
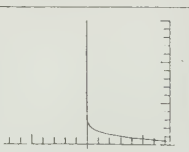
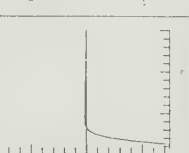
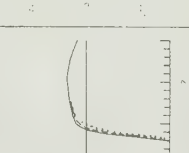
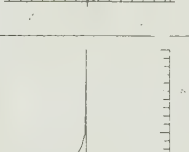
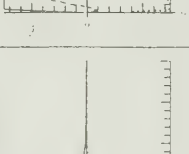
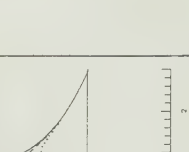
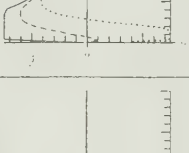
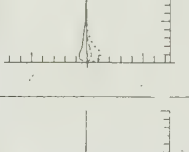
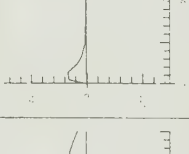
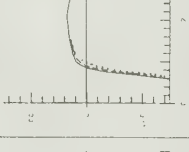
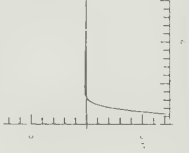
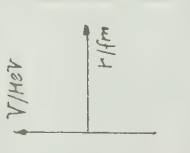
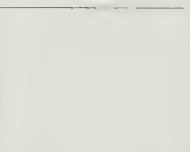
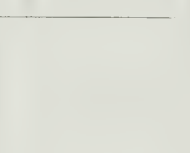
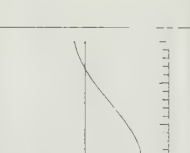
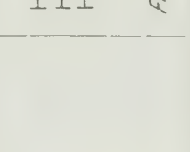
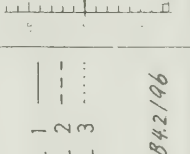
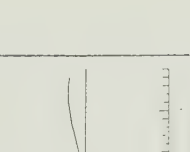
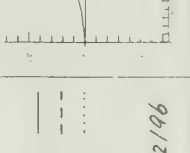
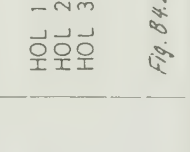
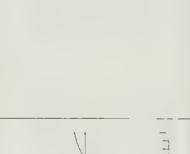
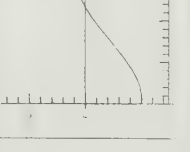
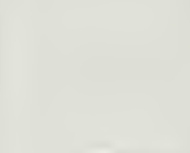
W _{INT} 200 MHz MONOPOL (VERTEX)	CENTRAL		SPIN		TENSOR	
	DIRECT	EXCHANGE	DIRECT	EXCHANGE	DIRECT	EXCHANGE
SPIN	1	S ₁ ↑	Σ ₀	S ₁ ↑	1	S ₁₂
ISCSPIN	1	T ₁ ↑	T _r	T ₁ ↑	T _r	T ₁ ↑
REAL PAR						
						
IMAG PAR						
						

Fig. 842/96

Es läßt sich feststellen:

- Unterschiede ergeben sich im Bereich kleiner Abstände ($0 \leq r \leq 1.5 \text{ fm}$)
- über HOL 1, HOL 2, HOL 3 wird der attraktive Radialanteil des Potentials im $\bar{b}$ - Term und in den Pion - Beiträgen verstärkt.
- im Austausch Tensorterm wirkt sich dieser Effekt besonders massiv aus (vergleiche Figur B 4.2/ 9b).

4.2.3 DAS OBE - OBERGANGSPOTENTIAL

Das OBE - Übergangspotential ist das symmetriekonforme geometriegemittelte OBE - Baryon-Baryon - Potential

$$\begin{aligned} \left(V_{B_\alpha B_\beta}^{OBE} \right)_{L'S', L}^{T_T}(r, \omega) &= \\ &= \langle [B_\alpha B_\beta]_{L'S', L}^{T_T}(\underline{r}) | V_{B_\alpha B_\beta}^{OBE}(\underline{r}, \omega) | [B_\alpha B_\beta]_{L'S', L}^{T_T}(\underline{r}) \rangle \end{aligned}$$

(B 4.2/12)

$[B_\alpha B_\beta]_{L'S', L}^{T_T}$ sind die in Tab. B 3.2/ 3 definierten antisymmetrischen Geometrie - Wellenfunktionen.

Nach Konstruktion ist das Übergangspotential:

- komplex und energieabhängig, da das OBE - Baryon-Baryon - Potential diese Eigenschaften besitzt.
- symmetrisch

$$V_{L'S', L}^{T_T}(r, \omega) = V_{L_S, L'S'}^{T_T}(r, \omega)$$

(B 4.2/13)

weil das Ausgangspotential symmetrisch und die ΔN Wellenfunktion antisymmetrisch ist.

- nur noch vom Relativabstand $r = |\underline{r}|$ abhängig, weil alle anderen Integrationen bzw. Skalarprodukte bereits ausgeführt sind.

- abhängig von den Wellenfunktionsquantenzahlen

$$J^{\pi}, T; L'S', LS$$

nicht dagegen von den magnetischen Quantenzahlen $J_z(J_z^-)$ und $T_z(T_z^-)$. Gute Quantenzahlen sind J^{π} und T . Sie bleiben erhalten; formaler Grund ist die skalare Wechselwirkung.

Unter Verwendung der Darstellung des Potentials gemäß Gl. B 4.2/11 kann man das Übergangspotential schreiben als Summe über geometriegewichtete Einzelpotentiale

$$\begin{aligned} (V_{B_{\alpha}B_{\beta}}^{-OBE})_{L'S',L}^{J^{\pi}T}(r,\omega) &= \\ &= \sum_{\alpha} \langle [B_{\alpha}B_{\beta}]_{L'S',L}^{J^{\pi}}(r) | \hat{O}_{\alpha}^{Spin}(E) | [B_{\alpha}B_{\beta}]_{L'S',L}^{J^{\pi}}(r) \rangle * \\ &* \langle [B_{\alpha}B_{\beta}]_{T_2}^T | \hat{O}_{\alpha}^{Isospin} | [B_{\alpha}B_{\beta}]_{T_2}^T \rangle * \\ &* V_{\alpha}^{-OBE}(r,\omega) \end{aligned}$$

(B 4.2/14)

Nach Ausführen der Matrixelemente (siehe Anhang X3) erhält man für das Übergangspotential die in Figur B 4.2/10 aufgeführte analytische Gestalt.

Wesentliche Merkmale sind:

- nur durch die Tensorkraft kommen nichtdiagonale Beiträge zustande.
- da die Matrixelemente von der Operatorstruktur abhängen, ergibt sich für alle Potentialbeiträge mit gleichen Spin- und Isospinoperatoren dieselbe Geometriegewichtung. In Figur B 4.2/11 sind die gewichteten, zustandsabhängigen Einzelpotentiale angegeben. Die Darstellung wurde analog Figur B 4.2/ 6 gewählt; Im Teil a sind sämtliche

$$\begin{aligned}
 & (V_{B_\beta B_\beta}^{OBE})_{LS', LS}^{\tau\tau}(\nu, \omega) = \\
 & \left[\begin{aligned}
 & + \delta_{S_1' S_2'} \delta_{T_1' T_2'} \delta_{T_1' T_2'} \left[\begin{aligned}
 & + \rho_{B_\beta B_\beta} \\
 & + \rho_{B_\beta B_\beta} \rho_d(s) \\
 & + \rho_{B_\beta B_\beta} \rho_d(s)
 \end{aligned} \right] \\
 & - \delta_{S_1' S_2'} \delta_{T_1' T_2'} \delta_{T_1' T_2'} (-)^{L'+S'+T} \left[\begin{aligned}
 & \rho_d(\tau) \\
 & \rho_{ex}(\tau)
 \end{aligned} \right] \\
 & + \delta_{S_1' S_2'} \delta_{T_1' T_2'} \delta_{T_1' T_2'} \left[\begin{aligned}
 & + \rho_{B_\beta B_\beta} d_d(L'S'LST) \\
 & + \rho_{B_\beta B_\beta} d_d(L'S'LST)
 \end{aligned} \right] \\
 & - \delta_{S_1' S_2'} \delta_{T_1' T_2'} \delta_{T_1' T_2'} (-)^{L'+S'+T} \left[\begin{aligned}
 & \rho_{ex}(\tau) \\
 & \rho_{ex}(\tau)
 \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \right] \\
 & = \delta_{S_1' S_2'} \delta_{T_1' T_2'} \delta_{T_1' T_2'} \left[\begin{aligned}
 & [V_{S_d}^{\tau}(\nu, \omega) + V_{S_d}^{\tau}(\nu)] \\
 & [V_{S_{ex}}^{\tau}(\nu, \omega) + V_{S_{ex}}^{\tau}(\nu, \omega)] (1 - \delta_{B_\beta B_\beta}) \\
 & [V_{T_d}^{\tau}(\nu) + V_{T_d}^{\tau}(\nu)] \\
 & [V_{T_{ex}}^{\tau}(\nu, \omega) + V_{T_{ex}}^{\tau}(\nu, \omega)] (1 - \delta_{B_\beta B_\beta})
 \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

342/10a

Fig. B 4.2/10a
Analytische Struktur des OBE-Baryon-Baryon Übergangspotentials. Die Geometrie-
koeffizienten sind für die BaryonBaryon Systeme NN, ΔN , $\Delta\Delta$ in Teil b) spezifiziert.

Coefficients	BARYON-BARYON SYSTEM		
	NN	NN	NN
$C_{B_1 B_2}$	$\frac{1}{4}(1 - (-)^{L+M}) (1 - (-)^{L+M})$	1	$\frac{1}{4}(1 - (-)^{L+M}) (1 - (-)^{L+M})$
$C_d(I)$	$2[I(I+1) - 1.5]$	$I(I+1) - 4.5$	$0.5[I(I+1) - 7.5]$
$C_{ex}(I)$	0	$\frac{1}{6} I(I+1)$	0
$d_d(L'S'LSF)$	$6\sqrt{30} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ (-) \end{matrix} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ LL'SS' \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 5 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L'S'F \\ 5'L'2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 5 \end{matrix} \right\}$	$15\sqrt{3} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ (-) \end{matrix} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ LL'SS' \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 5 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L'S'F \\ 5'L'2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 5 \end{matrix} \right\}$	$15\sqrt{30} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ (-) \end{matrix} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ LL'SS' \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} L'S'F \\ 5'L'2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 5 \end{matrix} \right\}$
$d_{ex}(L'S'LSF)$	0	$-4\sqrt{30} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ (-) \end{matrix} \begin{matrix} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ LL'SS' \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} L'S'F \\ 5'L'2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 5 \end{matrix} \right\}$	0

$W_{\text{OBE}}^{(L,S,T)}$ MONOPOL (VERTICAL)	CENTRAL		SPIN		TENSOR	
	DIRECT	EXCHANGE	DIRECT	EXCHANGE	DIRECT	EXCHANGE
	$J=1$ $PI=1$ $T=1$ $LS=2$ $SS=1$ $L=2$ $S=1$					
REAL PART						
IMAG. PART						

Fig. B 4.2/11a

$J^{\pi}=1^{+}$, $T=1$ OBE Delta-Nukleon Übergangspotential für die Konfiguration $(L',S') = (2,1)$ nach $(L,S) = (2,1)$. Alle Einzelbeiträge sind analog Fig. 4.2/ 6a aufgeführt. Die Anregungsenergie beträgt 300 MeV.

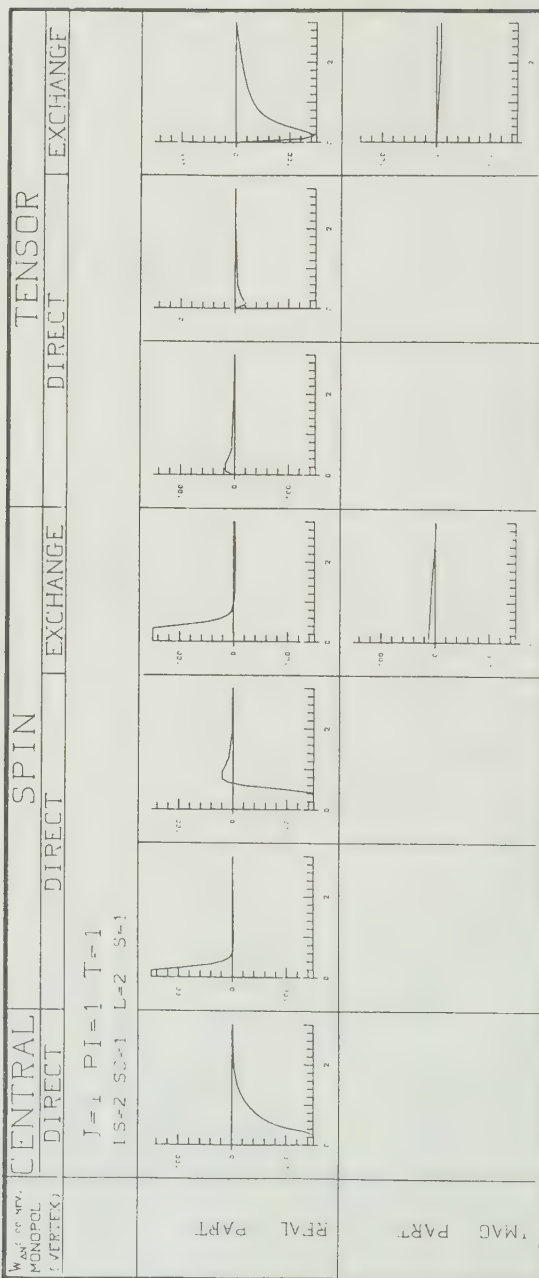


Fig. B 4.2/11b
 Wie Fig. B 4.2/11a, wobei jedoch alle Einzelbeiträge für jede Operatorstruktur aufaddiert sind (analog Fig. 4.2/ 6b)

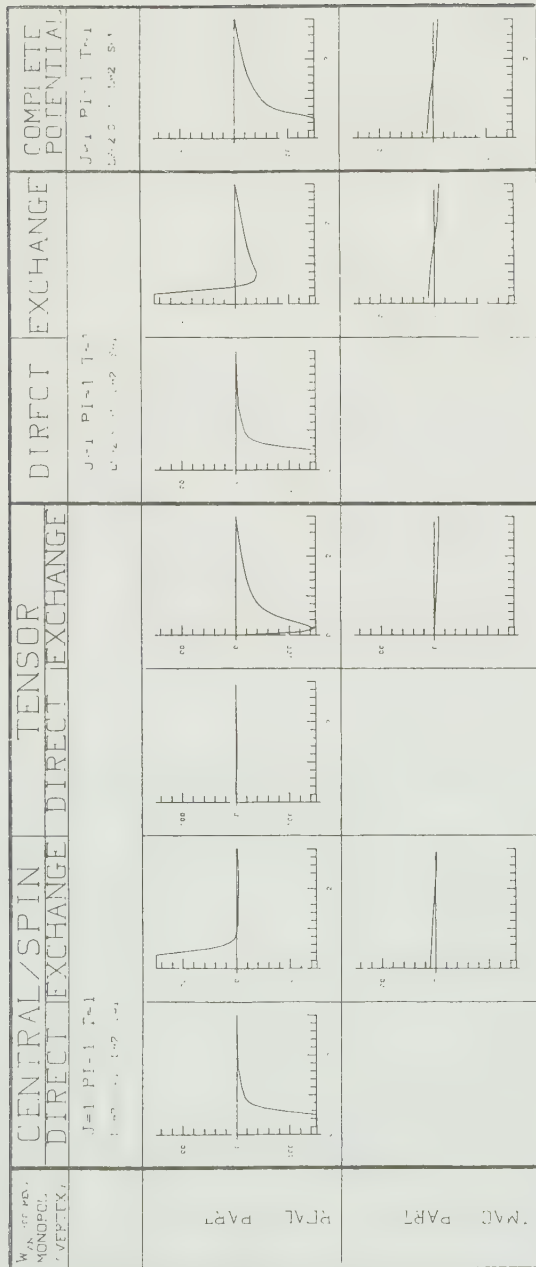


Fig. B 4.2/11c

$J^{\pi} = 1^{+}$, $T=1$ OBE Delta-Nukleon Übergangspotential für die Konfiguration $(L^{-}, S^{+}) = (2, 1)$ nach $(L, S) = (2, 1)$. Alle Einzelbeiträge sind, nach verschiedenen Gesichtspunkten aufaddiert, aufgeführt. Das Potential (Anregungsenergie 300 MeV) ist dargestellt:

- spezifiziert nach Zentral/Spin-Tensor-Beiträgen, zusätzlich aufgeschlüsselt nach Direkt- und Austausch-Anteilen;
- nur noch nach Direkt- und Austausch-Beiträgen unterschieden,
- als Gesamtpotential nach Addition aller Beiträge.

Einzelbeiträge aufgeführt. Teil b enthält die zu einer Operatorstruktur gehörenden aufaddiert Potentialbeiträge. In Figur B 4.2/11c sind die Einzelpotentiale nach verschiedenen Gesichtspunkten aufsummiert dargestellt. Die letzte Spalte enthält das zustandsabhängige Gesamtpotential (hier: $J^P = -1^+$, $T=1$, $L=2$, $S=1$; $L=2$ $S=1$).

Alle Gesamtpotentiale $V_{LS,LS}^{JT}$ kann man zu einer multipolaritätsabhängigen, symmetrischen Übergangs - Potentialmatrix zusammenfassen. Beispiele:

- Für den $1^+, 0$ Nukleon-Nukleon - Zustand (Deuteron - Potentiale) erhält man 3 verschiedene reelle Übergangspotentiale, die Diagonalpotentiale im S- bzw. D-Kanal und das Kopplungspotential zwischen $L=0$ und $L=2$ (vergleiche Figur B 4.2/12).
- Für verschiedene Multipolaritäten im ΔN - System bei einer Anregungsenergie von 300 MeV sind die jeweiligen Potentialmatrizen in den Figur B 4.2/13 angegeben. Bei voll entfalteter Multiplizität ($J \geq 2$) treten dabei 4×4 - Matrizen auf (Für $J=0$: 1×1 - Matrix; $J=1$: 3×3 - Matrix) (vergleiche Figur B 4.2/14).

Bedeutung der Potentialmatrix im Gesamtkonzept:

- Das OBE - Wechselwirkung - Potential ist in seiner zustandsunabhängigen Form ungeeignet zur Beurteilung des multipolaritätsabhängigen Effekts der Aufspaltung der ursprünglich entarteten ΔN - Niveaus. Welche Multipolaritäten werden abgesenkt bzw. angehoben? Ein erstes Kriterium liefert die Beurteilung der multipolaritätsabhängigen Übergangspotentiale hinsichtlich Attraktion bzw. Repulsion.
- Eine einmal konstruierte Wechselwirkung ist natürlich nicht unumstößlich, sondern muß durch experimentelles Ausleuchten überprüft werden. Speziell die ΔN - Wechselwirkung ist experimentell nicht direkt zugänglich. Der Konnex mit der Natur ist erst über Umwege möglich, bei-

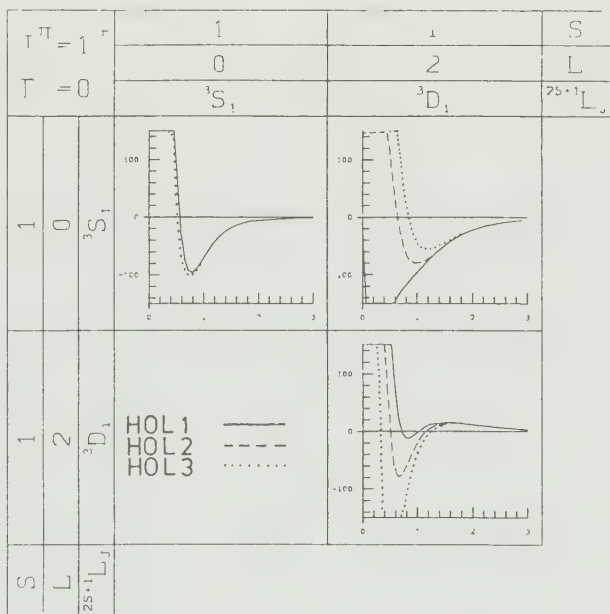


Fig. B 4.2/12

$J^\pi = 1^+, \Gamma=0$ NN-OBE-Obergangspotentiale (Deuteron).

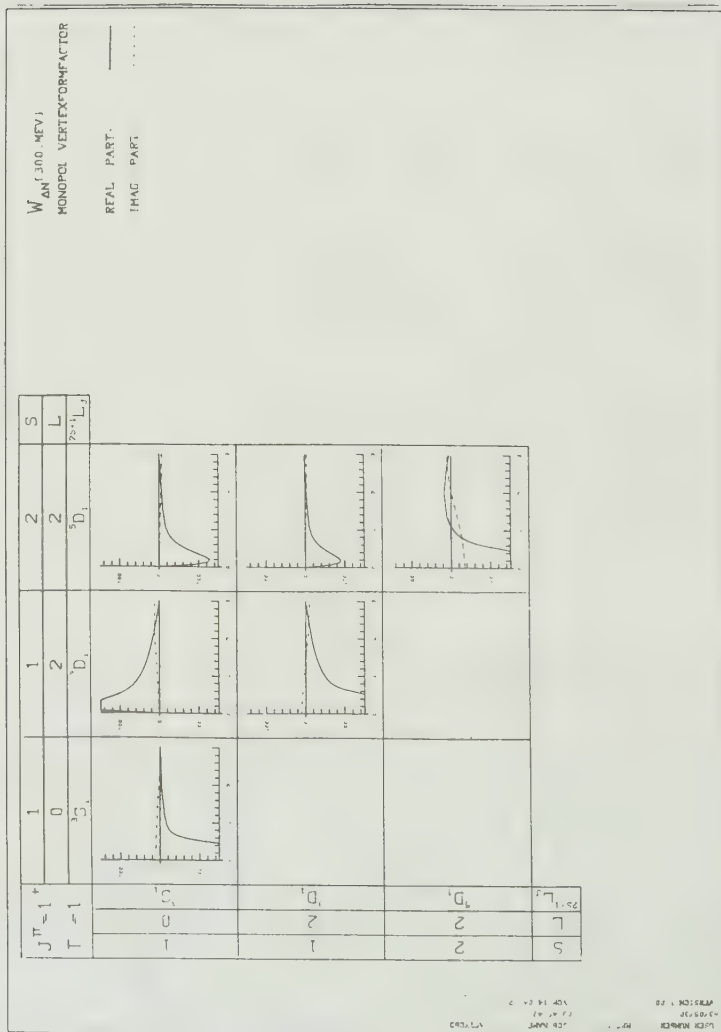


Fig. 8.4.2/13a
 $J^{\pi} = 1^+$, $T = 1$ ΔN -OBE Übergangspotentiale ($w = 300 \text{ MeV}$).

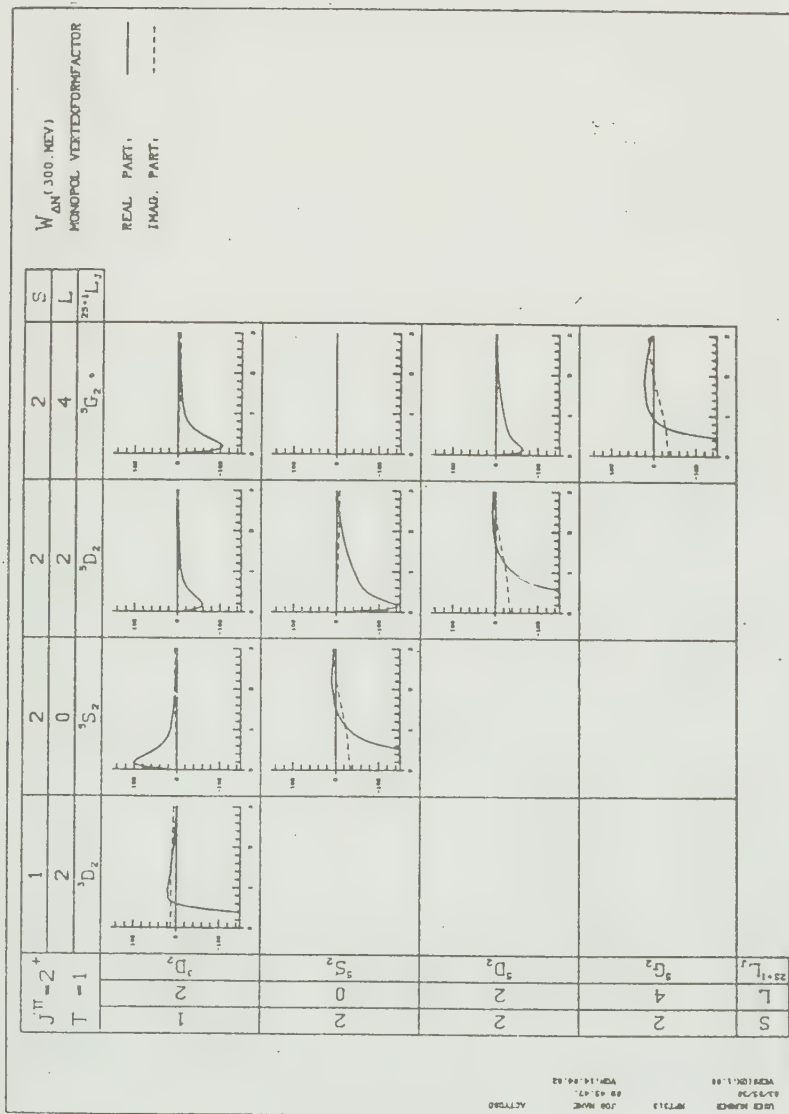


Fig. B 4.2/13b
 $J = 2^{+}, T = 1 \Delta N$ -OBE Übergangspotentiale ($\omega = 300 \text{ MeV}$).

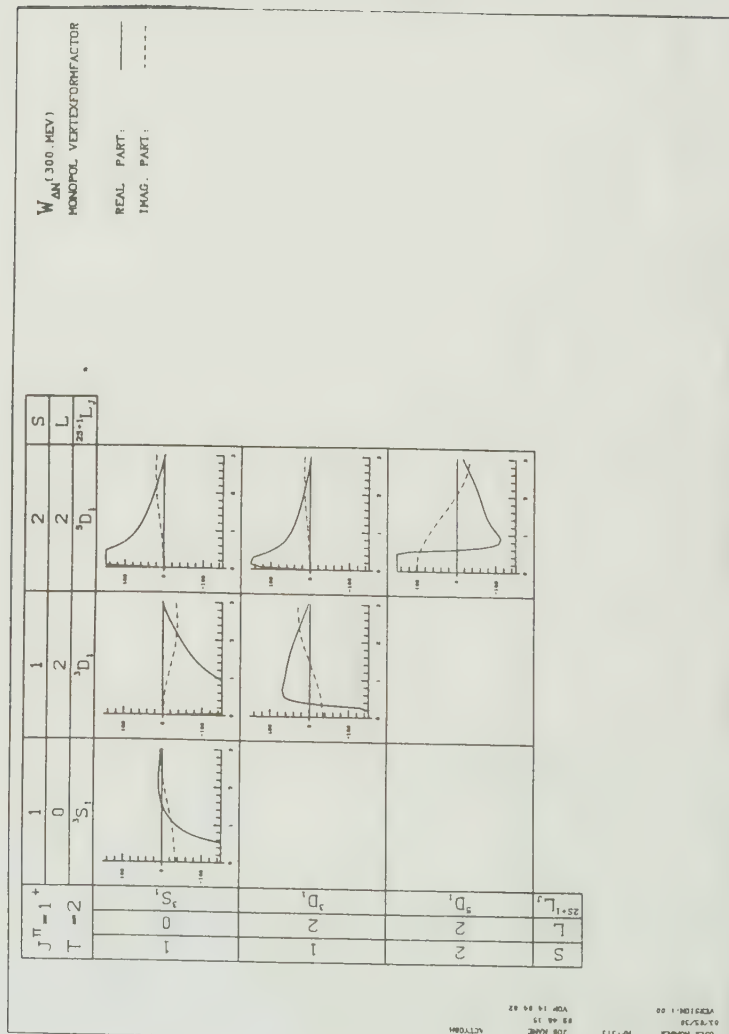
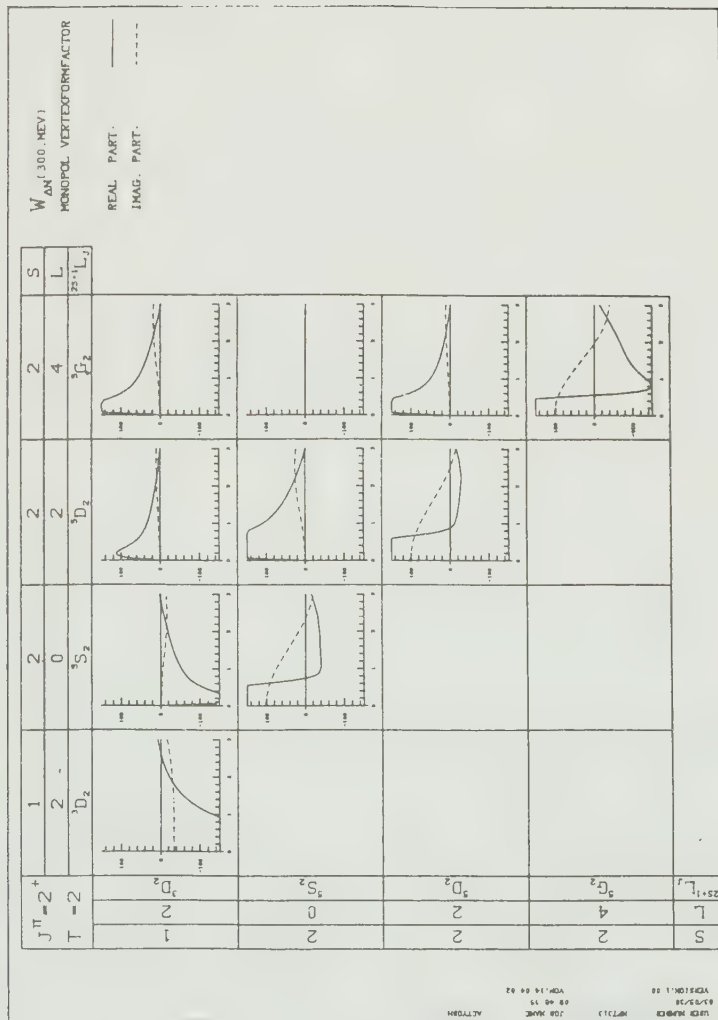


Fig. B 4.2/13c
 $J^{\pi} = 1^{+}, T=2 \Delta N\text{-OBE}$ Übergangspotentiale ($\omega = 300 \text{ MeV}$).



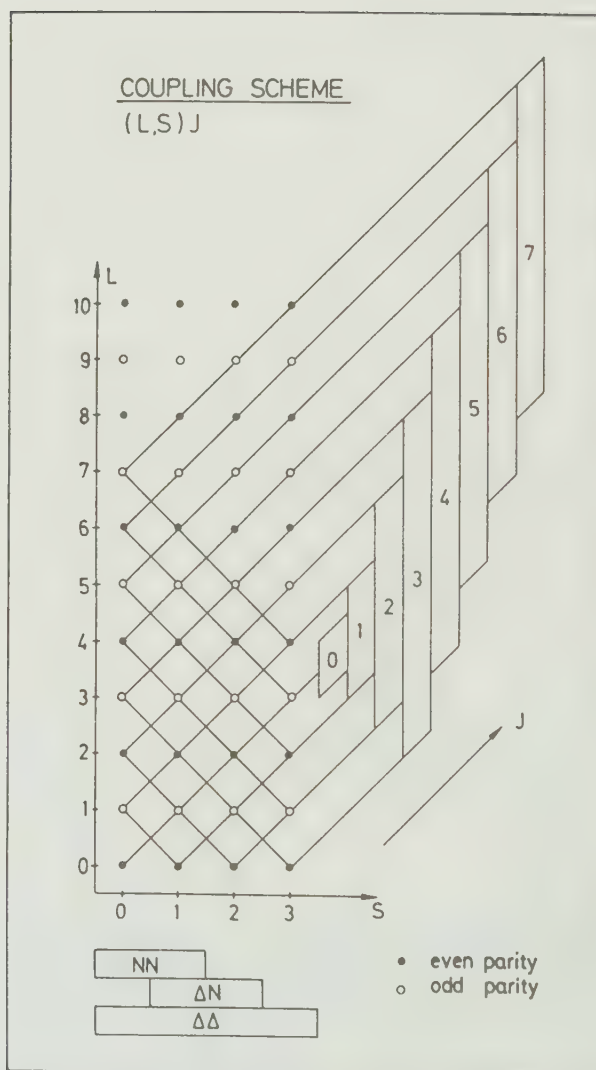


Fig. B 4.2/14

(L,S)J - Kopplungsschema einer vorgegebenen Multipolarität J für die Baryon-Baryon Systeme $NN, \Delta N, \Delta\Delta$.

spielsweise durch Angabe von Reaktionsobservablen, für deren Berechnung u.a. die ΔN - Wechselwirkung verwendet wurde (vergleiche Tab. B 1.2/ 1). Auf diesem langen Weg von der Wechselwirkung zum experimentellen Test ist jede Stützstelle wichtig und nötig, die es erlaubt, Auswirkungen Ursachen zuzuordnen, Wichtiges vom Unwichtigen zu unterscheiden. Das Übergangspotential vermittelt so den Zusammenhang zwischen Multipolaritäten und Potential. Nicht jede Multipolarität ist für eine Reaktionsbeschreibung gleich wichtig und nicht jede Potentialmodifikation affiziert alle Multipolaritäten in gleicher Weise. Das Übergangspotential wird so zu einem potentialnahen und reaktionsunabhängigen Informationsfilter, dessen volle Bedeutung sich erst im Nachhinein zeigen wird, wenn man von den Observablen ausgehend die dynamische ΔN - Struktur erschließen will.

4.2.4 DIE OBE POTENTIALMATRIX IN DER OSZILLATORBASIS

Mit den Übergangspotentialen hat man das Problem, die Schrödingergleichung zu lösen, darauf reduziert, gekoppelte Radialdifferentialgleichungen zu lösen.

Wählt man aber als Lösungsmethode das Verfahren der Diagonalisation, so muß man Matrixelemente bezüglich geeigneter Basisfunktionen bilden. Solche Basisfunktionen liegen unter Verwendung von harmonischen Oszillatorfunktionen vor (vergleiche dazu Tab. B 3.2/ 1). Für die Potentialmatrixelemente ergibt sich damit:

$$\begin{aligned} & \left(V_{B_\alpha B_\beta}^{-OBE} \right)_{N'L'S', NLS}^{J_T}(\omega) = \\ & = \langle [B_\alpha B_\beta]_{N'L'S', J_T}^{J_T}(r) / V_{B_\alpha B_\beta}^{-OBE}(r, \omega) / [B_\alpha B_\beta]_{NLS, J_T}^{J_T}(r) \rangle \end{aligned}$$

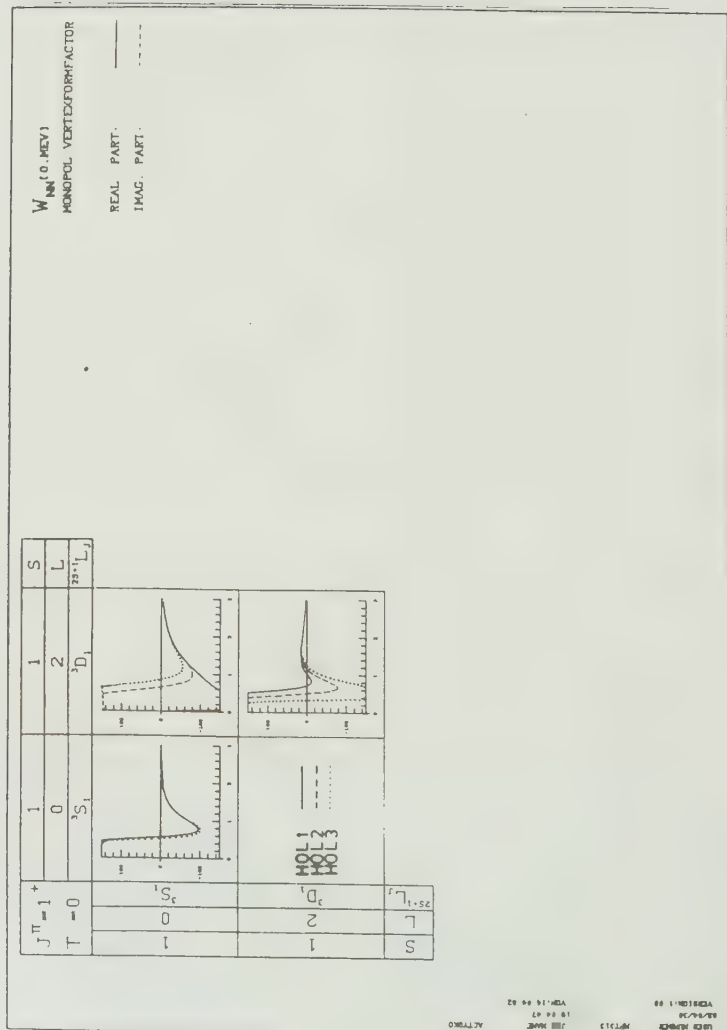


Fig. B 4.2/15
 $J^{\pi} = 1^{+}$, $T = 0$ 08E-NN Übergangspotentiale für $HOL1$ (durchgezogen), $HOL2$ (gestrichelt), $HOL3$ (gepunktet).

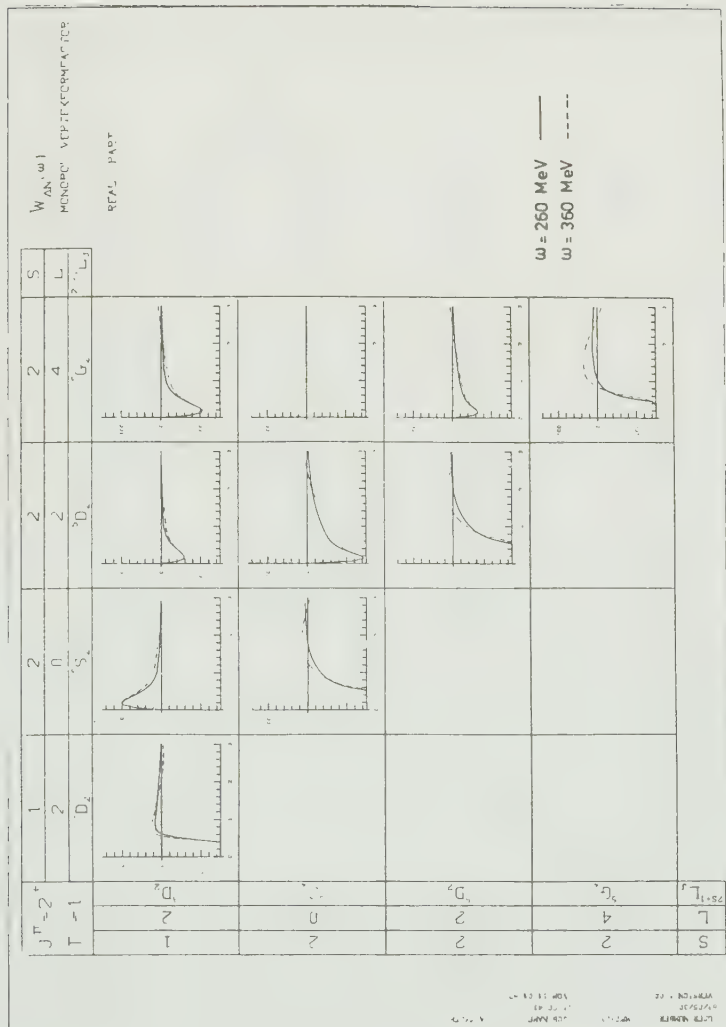


Fig. B 4.2/16a
 $J^{\pi} = 2^{+}$, $T = 1$ 0BE-4N Übergangspotentiale (Realteil) für Anregungsenergien von 260 und 360 MeV.

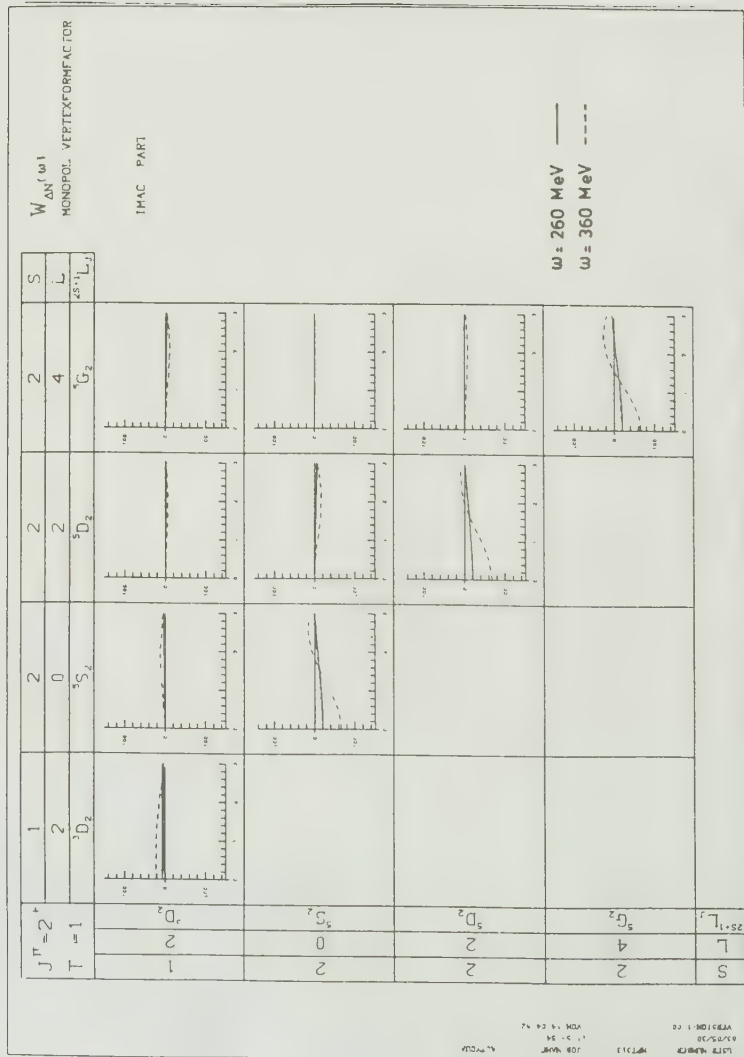


Fig. B 4.2/16 b
 $J^\pi = 2^+$, $T = 1$ OBE- ΔN Übergangspotentiale (Imaginarteil) für Anregungsenergien von 260 und 360 MeV.

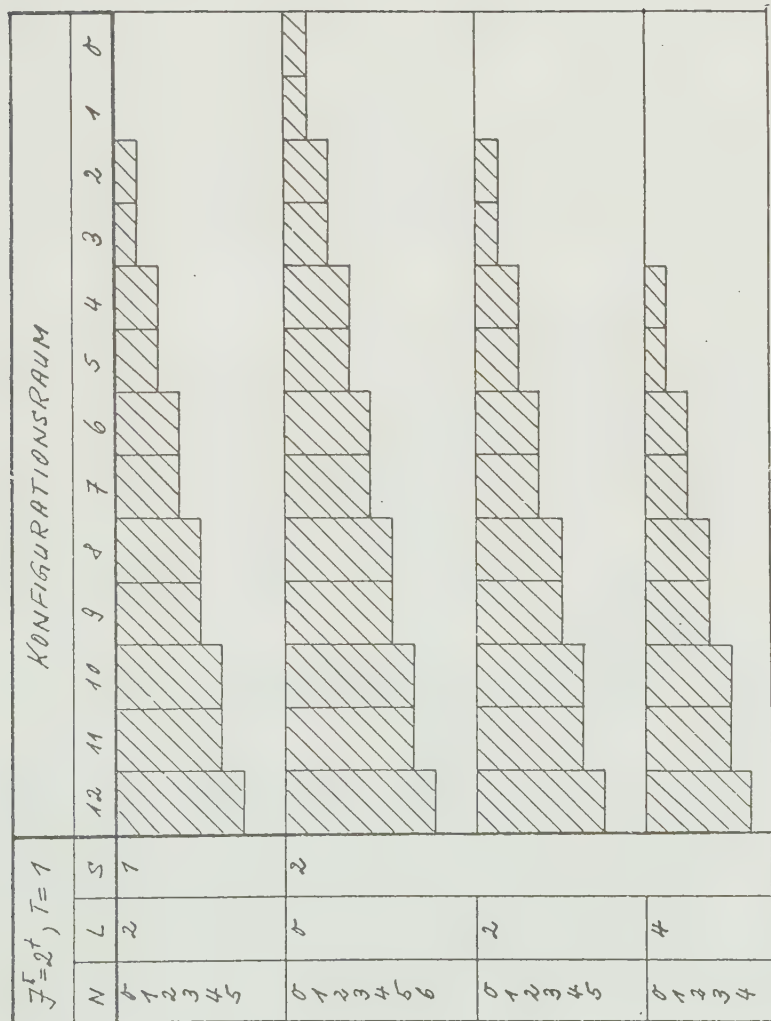


Fig. B 4.2/17
Übersicht über erlaubte N,L,S Quantenzahlen in verschiedenen Konfigurationsräumen.

Neben der Geometriemittelung wird hier auch die Integration über die Radialkoordinate r ausgeführt. $V_{NLS, NLS}^{T, T}$ ist demnach eine komplexe Zahl. Bei gleicher (L^-, S^-, LS) Kombination liegt allen N^-N - Matrixelementen das gleiche Übergangspotential zugrunde. Die Anzahl der möglichen $N(N^-)$ - Quantenzahlen wird durch die Größe des berücksichtigten Konfigurationsraumes und durch die vorliegenden (L, S) bzw. (L^-, S^-) Konfigurationen bestimmt (vergleiche Figur B 4.2/17). Im 12ω - Raum ergibt sich z.B. für die Multipolarität $J^\pi, T=2^+, 1$ eine komplexe symmetrische 24×24 Matrix.

4.3 DAS ΔN - ABSORPTIONSPOTENTIAL

4.3.1 DAS ΔN - ABSORPTIONS - IMPULSRAUMPOTENTIAL

Wie schon ganz allgemein für das ΔN - Potential gezeigt erhält man auch für den absorptiven Potentialanteil einen Direkten und einen Austausch - Beitrag

$$\begin{aligned} V_{[\Delta N][\Delta N]}^{NN} &= (V^{NN})^{\text{direct}} + (V^{NN})^{\text{exchange}} \\ &= V_{[\Delta(1)N(2)][\Delta(1)N(2)]}^{NN} + \\ &\quad + V_{[\Delta(1)N(2)][N(1)\Delta(2)]}^{NN} \end{aligned}$$

(B 4.3/ 1)

Direkter und Austausch Prozeß unterscheiden sich nur in der Endkonfiguration der Baryonen, sind aber in der Struktur ansonsten völlig gleichartig. Im Folgenden soll deshalb die verallgemeinerte Potentialstruktur

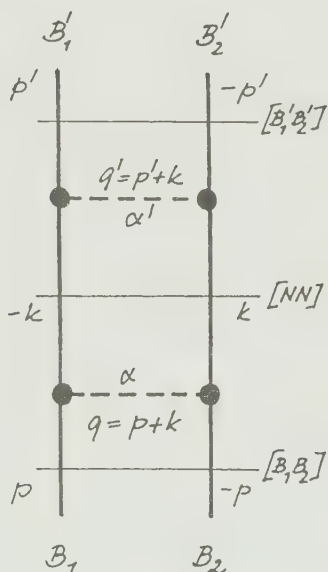
$$V_{[\Delta(1)N(2)][B_1'(1)B_2'(2)]}^{NN}$$

(B 4.3/ 2)

diskutiert werden. Spezifikation der Baryonen B_1^- und

IMPULSRAUMPOTENTIAL

$$\langle p' | V_{[B_1 B_2][B'_1 B'_2]}^{-NN} | p \rangle$$



$$\frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3k$$

$$\mathcal{L}_{\alpha B'_1 N}^{(1)} \frac{1}{q'^2 - m_K^2} \mathcal{L}_{\alpha B'_2 N}^{(2)}$$

$$\frac{1}{\omega - \frac{k^2}{M_N}}$$

$$\mathcal{L}_{\alpha B_1 N}^{(1)} \frac{1}{q^2 - m_K^2} \mathcal{L}_{\alpha B_2 N}^{(2)}$$

$$= V_{[B_1 B_2][B'_1 B'_2]}^{-NN}(q, q')$$

Fig. B 4.3/ 1

Das Impulsraumpotential zum NN-Absorptionsprozeß.

B_2^- liefert dann das konkrete Ergebnis.

- Der Absorptionsprozeß, wie in den Graphen der Figur B 4.3/ 1 veranschaulicht, ist strukturell ein Zwei Bosonen Austausch-Prozeß (ausgetauschte Mesonen π und ρ). Die Übersetzung eines solchen Prozesses in ein Impulsraumpotential erfolgt nach konventionellen Regeln (vergleiche B 4.1). Das Ergebnis ist in der Figur B 4.3/ 1 festgehalten.
- Im Gegensatz zum OBE - Prozeß ist das Impulsraumpotential von zwei Impulsen p , p' (bzw. q, q') abhängig. Über den hier auftretenden Zwischenimpuls k der Nukleonen wird integriert.
- Das Absorptionspotential besteht aus zwei $\Delta N \rightarrow$ Nukleon-Nukleon - OBE - Übergangspotentialen

$$\begin{aligned} & \left(V_{[\Delta(1)N(q)] [N(1)N(2)]}^{-OBE} \right)_{\alpha} (q = p+k) = \\ & = \mathcal{L}_{\alpha N \Delta}^{+}(1) \frac{1}{(p+k)^2 - m_{\pi}^2} \mathcal{L}_{\Delta N N}^{-}(2) \quad (B \ 4.3/ \ 3) \\ & \left(V_{[N(1)N(q)] [B'_1(1)B'_2(2)]}^{-OBE} \right)_{\alpha} (q' = p'+k) = \end{aligned}$$

$$= \mathcal{L}_{\alpha N B'_1}^{+}(1) \frac{1}{(p'+k)^2 - m_{\pi}^2} \mathcal{L}_{\Delta N B'_2}^{+}(2)$$

$$\text{mit } B'_1, B'_2 \in \{N, \Delta\} \quad (B \ 4.3/ \ 4)$$

und einem Nukleon-Nukleon - Propagator in der Näherung von Gl. B 4.1/21

$$G_{NN}(k) = \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{M_N}}$$

Dabei bedeutet M_N die Nukleon-Masse.

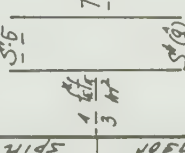
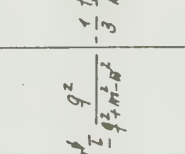
MESONS	π	ρ	ω	ϕ	ω
F, T	$0, 1$	$1, 1$	$0, 0$	$0, 0$	$1, 0$
					

Fig. B 4.3/ 2
 Das $\Delta N \rightarrow NN$ Übergangspotential im Impulsraum, aufgeschlüsselt nach mesonischen Beiträgen.

Das $[\Delta(1)N(2) \leftrightarrow N(1)N(2)]$ Impulsraum - Übergangspotential ist aufgeschlüsselt nach verschiedenen (mesonischen und Operator-) Beiträgen in Figur B 4.3/2 dargestellt:

- Das OBE-Übergangspotential entspricht dem Austausch ΔN -OBE-Potential.
- Formal ist nur ein Operator $\underline{S}^{\dagger} = \underline{S}_{\Delta N}$ durch $\underline{S} = \underline{S}_{NN}$ ersetzt.
- Wegen der $\Delta T = 1$ Auswahlregel am ΔN - Vertex können nur isovektorielle Mesonen (hier $\pi + \rho$) ausgetauscht werden.
- Es ergeben sich Spin und Tensor - Strukturen durch Umkopplung wie im OBE - Fall

$$\underline{S}_1^{\dagger} \underline{S}_2 = \sum_{\lambda=0,2} \sigma^{(\lambda)} \left[[\underline{S}_1 \times \underline{S}_2]^{\lambda} \times \chi_{\lambda}(\hat{q}) \right]_0^0$$

$$\sigma^{(\lambda)} = \begin{cases} -\sqrt{12\epsilon} & \text{für } \lambda=0 \\ \sqrt{24\epsilon} & \text{für } \lambda=2 \end{cases}$$

(B 4.3/ 6)

Berücksichtigung aller Terme liefert das Impulsraumpotential der Figur B 4.3/ 3.

$$\begin{aligned}
& V_{[A(n)N(2)][B_1' n B_2'(2)]}^{-NN} (P, P') = \\
& = \sum_{\substack{\alpha, \alpha' \\ \in \{T, S\}}} V_{NN, \alpha, \alpha'}^{-NN, \alpha, \alpha'} (P, P') = \\
& = \sum_{\alpha, \alpha'} \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3k \frac{\mathcal{L}_{\alpha N B_1'}^{(1)}(1)}{(p+k)^2 - m_N^2} \frac{\mathcal{L}_{\alpha' N B_2'}^{(1)}(2)}{(p+k)^2 - m_N^2} \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{M}} \mathcal{L}_{\alpha N B}^{(1)} \\
& = \sum_{\alpha, \alpha'} \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3k V_{[N(n)N(2)][B_1' n B_2'(2)]}^{-08E, \alpha'} (q' = p+k) \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{M}} V_{[N(n)N(2)][N(n)N(2)]}^{-08E, \alpha} (q = p+k) \\
& = \sum_{\alpha, \alpha'} \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3k V_{[N(n)N(2)][B_1' n B_2'(2)]}^{-08E, \alpha', \lambda'} (q' = p+k) \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{M}} V_{[N(n)N(2)][N(n)N(2)]}^{-08E, \alpha, \lambda} (q = p+k)
\end{aligned}$$

Fig. B 4.3/ 3
Das Impulsraumpotential zum NN-Absorptionsprozeß in analytischer Darstellung.

4.3.2 DAS ΔN ABSORPTIONS - ORTSRAUMPOTENTIAL

Das Absorptions - Ortsraumpotential erhält man nach der Transformation (vergleiche Gl. B 3.3/ 7)

$$\begin{aligned} & (V_{[\Delta N][\Delta N]}^{NN})_{\alpha, \alpha'}(\underline{r}, \underline{r}', \omega) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p' d^3 p e^{i p' \underline{r}'} (V_{[\Delta N][\Delta N]}^{NN})_{\alpha, \alpha'} e^{-i p \underline{r}} \end{aligned}$$

(B 4.3/ 7)

Das Potential hängt von den Koordinaten $\underline{r}$ ($\underline{r} = \underline{r}_1 - \underline{r}_2$) und $\underline{r}'$ ($\underline{r}' = \underline{r}_1' - \underline{r}_2'$) ab und ist somit nichtlokal. Umschreiben auf die Relativimpulse

$$\underline{q} = \underline{p} + \underline{k} \quad \text{und} \quad \underline{q}' = \underline{p}' + \underline{k}$$

(B 4.3/ 8)

und Ausintegrieren liefert

$$\begin{aligned} & V_{[\Delta N][\Delta N]}^{NN}(\underline{r}, \underline{r}', \omega) = \\ &= \sum_{\alpha, \alpha'} \sum_{\lambda, \lambda'} V_{[\Delta N][NN]}^{\alpha, \lambda'}(\underline{r}', \omega) * \\ & \quad * \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{\pm i \sqrt{H\omega} |\underline{r} - \underline{r}'|}}{|\underline{r} - \underline{r}'|} V_{[\Delta N][NN]}^{-\alpha, \lambda}(\underline{r}, \omega) \end{aligned}$$

(B 4.3/ 9)

Die unterschiedlichen Vorzeichen im Exponenten reflektieren die unterschiedlichen Integrationswege beim Umlaufen der Polstelle im Nukleon-Nukleon - Propagator!

$V_{\Delta N \rightarrow NN}$		Pilkuhn vertex formfactor	
		Spin: isosp.	radial dependence
SPIN	π -exchange	$\frac{1}{2} \frac{f}{f_1}$	$\frac{1}{3} \frac{f f_1}{4\kappa} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$
	ρ -exchange		$\frac{2}{3} \frac{f f_1}{4\kappa} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$
TENSOR	π -exchange	$\frac{1}{12} \frac{f}{f_1}$	$\frac{1}{3} \frac{f f_1}{4\kappa} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \left(1 + \frac{3}{\tilde{m}r} + \frac{3}{(\tilde{m})^2}\right) \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda}r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda})^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$
	ρ -exchange		$-\frac{1}{3} \frac{f f_1}{4\kappa} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m} \left\{ \left(1 + \frac{3}{\tilde{m}r} + \frac{3}{(\tilde{m})^2}\right) \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda}r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda})^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}r}}{\tilde{\Lambda}r} \right\}$

Fig. B 4.3/ 4a

Das $\Delta N \rightarrow NN$ Übergangspotential im Ortsraum mit Pilkuhn-Vertex-Formfaktor, aufgeschlüsselt nach mesonischen Beiträgen und nach Operatorstrukturen.

$V_{\Delta N} \rightarrow NN$		monopol vertex formfactor	
		spin-isospin	radial dependence
SPIN	π -exchange	$\frac{1}{2} \frac{f^* f}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m}$	$\left\{ \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}^*}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{\Lambda}^{*2}}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}^* r}}{\tilde{\Lambda}^* r} - \right.$ $\left. - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^{*2} - \tilde{\Lambda}^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda} r}}{\tilde{\Lambda} r} \right\}$
	ρ -exchange	$\frac{2}{3} \frac{f^* f}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m}$	$\left\{ \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \left(\frac{\tilde{\Lambda}^*}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{\Lambda}^{*2}}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}^* r}}{\tilde{\Lambda}^* r} - \right.$ $\left. - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^{*2} - \tilde{\Lambda}^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda} r}}{\tilde{\Lambda} r} \right\}$
TENSOR	π -exchange	$\frac{1}{3} \frac{f^* f}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m}$	$\left\{ \left(1 + \frac{3}{\tilde{m}r} + \frac{3}{(\tilde{m}r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \right.$ $\left. - \left(\frac{\tilde{\Lambda}^*}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{\Lambda}^{*2}}\right) \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda}^* r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda}^* r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}^* r}}{\tilde{\Lambda}^* r} - \right.$ $\left. - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^{*2} - \tilde{\Lambda}^2}\right) \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda} r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda} r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda} r}}{\tilde{\Lambda} r} \right\}$
	ρ -exchange	$\frac{1}{3} \frac{f^* f}{4\pi} \left(\frac{\tilde{m}}{m}\right)^2 \tilde{m}$	$\left\{ \left(1 + \frac{3}{\tilde{m}r} + \frac{3}{(\tilde{m}r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{m}r}}{\tilde{m}r} - \right.$ $\left. - \left(\frac{\tilde{\Lambda}^*}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{\Lambda}^{*2}}\right) \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda}^* r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda}^* r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda}^* r}}{\tilde{\Lambda}^* r} - \right.$ $\left. - \left(\frac{\tilde{\Lambda}}{\tilde{m}}\right)^3 \left(\frac{\tilde{\Lambda}^2 - \tilde{m}^2}{\tilde{\Lambda}^{*2} - \tilde{\Lambda}^2}\right) \left(1 + \frac{3}{\tilde{\Lambda} r} + \frac{3}{(\tilde{\Lambda} r)^2}\right) \frac{e^{-\tilde{\Lambda} r}}{\tilde{\Lambda} r} \right\}$

Fig. B 4.3/ 4c

Analog Fig. B 4.3/ 4a, jedoch für Monopol-Vertex-Formfaktor (verschiedener Cut-off Parameter an beiden Vertizes).

Für das Ortsraum - Übergangspotential gilt:

$$V_{[DN][NN]}^{\alpha,\lambda}(r, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q e^{-iqr} V_{[DN][NN]}^{\alpha,\lambda}(q, \omega)$$

(B 4.3/10)

In völliger Analogie zu dem schon diskutierten OBE-Baryon-Baryon - Potential kann man die in den Tab. B 4.3/ 4 zusammengefaßten Ergebnisse ableiten. Angegeben ist das Potential für Pikhun und Monopolformfaktor unter Verwendung der effektiven Massen

$$\tilde{m}_\alpha = \sqrt{m_\alpha^2 - \omega^2}$$

(B 4.3/11)

Im Absorptionspotential wird, wie schon erwähnt, die Modellannahme gemacht, daß die Anregungsenergie ω_{exc} auf beide Nukleonen gleich verteilt wird. Im Übergangspotential steht damit

$$\omega = \frac{\omega_{exc}}{2}$$

(B 4.3/12)

Zusammenfassung:

Das ΔN - Absorptionspotential ist wie auch das ΔN OBE - Potential

formfaktorabhängig,
energieabhängig,
komplex, und zusätzlich
nichtlokal.

4.3.3 DIE ABSORPTIVE BREITE

Das ΔN - System koppelt im Absorptionsprozeß an den Nukleon-Nukleon - Kanal an. Dies gibt Anlaß zu einer Zerfallsbreite. Sie ist verknüpft mit dem Imaginärteil des gesamten Absorptionsmatrixelements:

$$\begin{aligned}
 & \left(\Gamma_{\Delta N \Delta N}^{NN} \right)_{L'S', LS}^{\pi_T}(\omega) := \\
 & = -2 \cdot \text{Im} \left\{ \langle [\Delta N]_{L'S', T_2}^{\pi_T}(\pm') / V_{\Delta N \Delta N}^{-NN}(\pm', \omega) / [\Delta N]_{LS, T_2}^{\pi_T(\pm')} \rangle \right\} \\
 & = \left(\Gamma_{\Delta(1)N(2) \Delta(1)N(2)}^{NN} \right)_{L'S', LS}^{\pi_T}(\omega) - \\
 & \quad - (-)^{L'S' + T'} \left(\Gamma_{\Delta(1)N(2) N(1)\Delta(2)}^{NN} \right)_{L'S', LS}^{\pi_T}(\omega)
 \end{aligned}$$

(B 4.3/13)

mit:

$$\begin{aligned}
 & \left(\Gamma_{\Delta(1)N(2) \Delta(1)N(2)}^{NN} \right)_{L'S', LS}^{\pi_T}(\omega) := \\
 & = -2 \text{Im} \langle [\Delta(1)N(2)]_{L'S', T_2}^{\pi_T}(\pm') / V_{\Delta N \Delta N}^{-NN}(\pm', \omega) / [\Delta(1)N(2)]_{LS, T_2}^{\pi_T(\pm')} \rangle
 \end{aligned}$$

(B 4.3/14)

Der Realteil wird über die experimentelle Δ Masse berücksichtigt.

NN ΔN		0(2)		1(2)		L
		0	1	0	1	S
0(2)	1	only J = 0(2) possible	anti-symmetric	parity		
	2					
1(2)	1	parity		anti-symmetric		
	2					
L	S					

Fig. B 4.3/ 5

Schematische Darstellung von Auswahlregeln beim Ankoppeln des Delta-Nukleon Systems an den Nukleon-Nukleon Kanal.

Wie zu erwarten zeigt sich:

- Die Struktur des Potentialmatrixelements überträgt sich auf die Breite. Man erhält einen Direkten Beitrag

$$\left(\Gamma_{direct}^{NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi\pi}(\omega) = \left(\Gamma_{[\Delta(1)N(2)][\Delta(1)N(2)]}^{NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi\pi}(\omega)$$

(B 4.3/15)

und einen Austausch-Beitrag

$$\left(\Gamma_{exchange}^{NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi\pi}(\omega) = \left(\Gamma_{[\Delta(1)N(2)][N(1)\Delta(2)]}^{NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi\pi}(\omega)$$

(B 4.3/16)

- Die Absorption trägt zustandsabhängig zur Gesamtbreite bei. Da der Isospin eine gute Quantenzahl ist, kann das ΔN - System nur über den $T = 1$ - Kanal an das intermediäre Nukleon-Nukleon - System ankoppeln. Paritätserhaltung und Berücksichtigung der Antisymmetrie des Nukleon-Nukleon - Zwischenzustandes schließt Beiträge zu ungeradem J positiver Parität aus (vergleiche Figur B 4.3/ 5).
- Die absorptive Breite ist energieabhängig. Sowohl in den Übergangspotentialen wie auch im Baryon-Baryon - Propagator ist Information über die "Energiepropagation" enthalten.

Für die explizite Berechnung der Breite macht man sich die formale Analogie zwischen Direktem und Austausch - Beitrag zunutze und spezifiziert die Baryonen $B, B' \in \{N, \Delta\}$ bzw. deren Quantenzahlen je nach Bedarf. Die Auswertung der Matrixelemente läßt 4 Terme für die Breite erwarten (vergleiche Figur B 4.3/ 6).

Für $\omega < m_\pi$ ($\omega_{exc} < 2m_\pi$) trägt nur der erste Term bei, weil der Imaginärteil der Übergangspotentiale verschwindet.

Für $\omega > m_\pi$ ($\omega_{exc} > 2m_\pi$) wird ebenfalls nur der erste Term berücksichtigt, da er, wie eine eingehende Analyse zeigt,

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{c} \Gamma_{NN} \\ [B_1(\nu)B_2(\nu)][B'_1(\nu)B'_2(\nu)] \end{array} \right)^{T^F} N'LS', NLS \\
&= -2 \operatorname{Im} \left\langle [B_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \mid V^{-NN} \mid [B'_1(\nu)B'_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \right\rangle \\
&= -2 \operatorname{Im} \left\langle [B_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \mid (V^{-R}_{[NN][B_1B_2]} + i V^{-I}_{[NN][B_1B_2]}) \frac{MM^*}{4\pi} (\nu_0 + i\nu_0) (V^{-R}_{[B_1B_2][NN]} + i V^{-I}_{[B_1B_2][NN]}) \right. \\
&\quad \left. \mid [B_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \right\rangle \\
&= -2 \left(\frac{MM^*}{4\pi} \right) \left\{ \begin{array}{l} < [B_1(\nu)B'_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \mid V^{-R} \mid [B'_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} > \\ - < [B'_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \mid V^{-I} \mid [B_1(\nu)B'_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} > \\ + < [B_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \mid V^{-I} \mid [B'_1(\nu)B'_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} > \\ + < [B'_1(\nu)B'_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} \mid V^{-R} \mid [B_1(\nu)B_2(\nu)]^{T^F}_{NLS' \frac{1}{2} \frac{1}{2}'} > \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

Fig. 8 4.3/ 6
Die absorptive Breite.

$$\left(\begin{array}{c} \Gamma_{NN} \\ [\Delta(n)N(a)] [\mathcal{B}'_2(n)\mathcal{B}'_2(a)] \end{array} \right)_{LS', LS}^{\mathcal{F}\mathcal{F}}(\omega) =$$

$$= -2MM^* \frac{(\mathcal{B}'^{(n)})^2}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\alpha_{\ell} \lambda'_{\ell}}{\alpha_{\ell} \lambda'_{\ell}} \sum_{\ell \in \{1, 2\}} \rho^{(1)} \rho^{(1')}$$

$$\int \Gamma_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{F}} \Gamma_{LS'}^{\mathcal{F}} \Gamma_{\alpha' \lambda'}^{\mathcal{F}} [\Delta(n)N(a)] [\mathcal{B}'_2(n)\mathcal{B}'_2(a)] (\omega_{1'}) \mathcal{D}_{\ell}^*(H^{*}) \int \Gamma_{LS'}^{\mathcal{F}} \Gamma_{\alpha \lambda}^{\mathcal{F}} [\Delta(n)N(a)] [N(n)N(a)] (\omega_{1'}) \mathcal{D}_{\ell}(H^{*})$$

$$< [\mathcal{B}'_1(n)\mathcal{B}'_2(a)]_{LS', \frac{1}{2}}^{\mathcal{F}} | \left[[\mathcal{B}'_1(n) \times \mathcal{B}'_2(a)]^{\lambda'} \times \mathcal{Y}_{\lambda'}(\hat{r}') \right] [\mathcal{Y}_{\ell}(\hat{r}') \times \mathcal{Y}_{\ell}(\hat{r})]^0 [\mathcal{B}'_2(n) \times \mathcal{B}'_2(a)]^{\lambda} \times \mathcal{Y}_{\lambda}(\hat{r})]^0$$

$$| [\Delta(n)N(a)]_{LS, \frac{1}{2}}^{\mathcal{F}} (\hat{e}') >$$

$$< [\mathcal{B}'_1(n)\mathcal{B}'_2(a)]_{\frac{1}{2}}^{\mathcal{F}} | [\mathcal{B}'_1(n) \times \mathcal{B}'_2(a)]^0 [\mathcal{B}'_2(n) \times \mathcal{B}'_2(a)]^0 | [\Delta(n)N(a)]_{\frac{1}{2}}^{\mathcal{F}} >$$

Fig. B 4.3/7
Die absorptive Breite in der gewählten Approximation.

die anderen Terme klar dominiert (Dil 83).

In dieser Approximation ergibt sich für die Breite die in Figur B 4.3/ 7 aufgelistete explizite Form. Sie ist im Detail im Anhang abgeleitet.

Bei Zugrundelegung der Oszillatorbasis ergibt sich für die Basismatrixelemente die auf die Harmonische-Oszillatoren - $R_{NL}(r)$ bezogene Darstellung der Figur B 4.3/ 8. Die Geometriematrixelemente wurden explizit ausgeführt.

Eine kleine technische Anmerkung:

Mit den Ergebnissen der Figur B 4.3/ 7 bzw. 8 ist eine rechenökonomische Ableitung gegeben. Eine explizite Aufteilung in zentrale und nichtzentrale Beiträge läßt sich aus dieser Darstellung nicht unmittelbar ablesen. Die Verwendung eines anderen Kopplungsschemas, bei dem explizit der Gesamtdrehimpuls $(\lambda, \lambda') L$ des Operatoraggregats eingeführt wird, macht eine solche Aufteilung einfach. Man bezahlt aber mit einer zusätzlichen Summe.

4.3.4 DAS ΔN - ABSORPTIONS - UBERGANGSPOTENTIAL

Wird auf die bei der Berechnung der Breite durchgeführte Integration über die Beträge der Ortskoordinaten r u. r' verzichtet, so erhält man das geometriegemittelte ΔN - Absorptions - Übergangspotential. Dieses Potential ist der Vollständigkeit halber in Figur B 4.3/ 9 angegeben. Diesem Übergangspotential liegt dieselbe Näherung zugrunde, die schon bei der Berechnung der Breite verwendet wurde. Deshalb ist das Potential rein imaginär!

4.4 DER QUASIFREIE ZERFALL

4.4.1 DAS IMPULSRAUMPOTENTIAL

Aus energetischen Gründen kann im quasifreien Zerfall unterhalb der 2π - Schwelle in Hinblick auf einen Beitrag zur Breite nur an den Nukleon-Nukleon - Kanal angekoppelt werden. Der quasifreie Zerfall eines Δ - Teilchens in ein Nukleon und ein Pion im $B = 2$ System weist eine Besonderheit im Vergleich zu allen bisher behandelten Potentialbeiträgen auf.

Es handelt sich um einen Prozeß, bei dem direkt nur ein Teilchen im Verband der zwei Baryonen involviert ist; das zweite Baryon (=N) ist Spektator. Anregungsenergie kann nicht von einem Baryon auf das andere transferiert werden, es gibt keinen Austausch - Prozeß im herkömmlichen Sinn. Das Pion kehrt zum gleichen Baryon zurück. Die wesentlichen Konsequenzen sind:

- ebenso wie ein Mehrbosonenaustausch ergibt dies ein nichtlokales Potential;
- die beiden Baryonen sind natürlich kinematisch gekoppelt; eine dynamische Kopplung manifestiert sich nur indirekt über die ΔN - Wellenfunktion.

Im Folgenden soll der Zerfall des $B = 1$ und $B = 2$ System, also freier (F) und quasifreier (QF) - Zerfall parallel behandelt werden, um den Einfluß des Spektatornukleons deutlich zu machen.

Strukturell besteht das Impulsraumpotential aus drei Anteilen (vergleiche Figur B 4.4/ 1):

Zwei Übergangsoperatoren in Form der effektiven Lagrangian

$$\mathcal{L}_{\pi N N}^+ (1) \quad \text{bzw.} \quad \mathcal{L}_{\pi N N}^- (1)$$

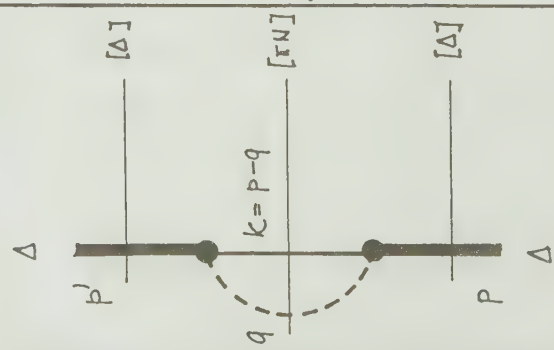
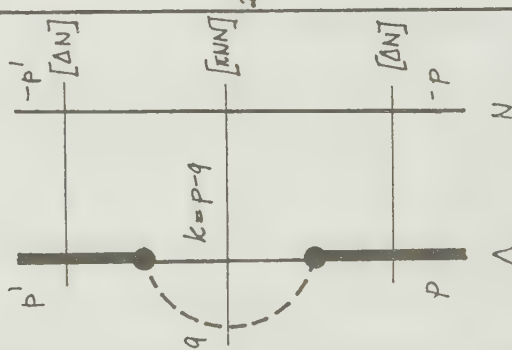
IMPULSRaumPOTENTIAL			
$\langle p' V_{[\Delta]}^{NN} p \rangle$	$\langle p' V_{[\Delta N]}^{NN} p \rangle$		
 $\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q$ $\mathcal{L}_{\pi N \Delta}$ $\frac{1}{2\sqrt{q^2 m^2}} \left(\frac{1}{\omega - \sqrt{q^2 m^2} - \frac{k^2}{2H_N}} \right)$ $\mathcal{L}_{\pi N \Delta}^+$	 $\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q$ $\mathcal{L}_{\pi N \Delta}^{(1)}$ $\frac{1}{2\sqrt{q^2 m^2}} \left(\frac{1}{\omega - \sqrt{q^2 m^2} - \frac{k^2}{2H_N} - \frac{p^2}{2H_N}} \right)$ $\mathcal{L}_{\pi N \Delta}^{(1)+}$		

Fig. B 4.4/ 1
Das Impulsraumpotential zum quasifreien Zerfall der Delta-Resonanz im Dibaryon-

einem Propagator für das Meson N - N - System.

$$G_{NN}^{GF}(q, p, k) = \frac{1}{2E_k(q)} \left(\frac{1}{\omega - \sqrt{q^2 + m^2} - \frac{k^2}{2M_N} - \frac{p^2}{2M_N}} \right) \quad (\text{B 4.4/ 2})$$

bzw. für das Meson N - System

$$G_{kN}^F(p, q) = \frac{1}{2E_k(q)} \left(\frac{1}{\omega - \sqrt{q^2 + m^2} - \frac{k^2}{2M_N}} \right) \quad (\text{B 4.4/ 3})$$

- diese nichtrelativistische Formulierung des Propagators verlangt die Berücksichtigung eines Meson-Normierungsfaktors

$$\frac{1}{2E_k} = \frac{1}{2\sqrt{q^2 + m^2}} \quad (\text{B 4.4/ 4})$$

- Recoil - Effekte sind berücksichtigt in der kinetischen Energie des beim Zerfall entstehenden Nukleons.
- Berücksichtigung des Spektator - Nukleons wirft grundsätzliche und rechentechnische Probleme auf: das Ausgangs - Baryon-Baryon - System ist (quasi) gebunden. Beide Baryonen besitzen keinen wohldefinierten Impuls $\underline{p}$, sondern ein Impulsspektrum gemäß der Baryon-Baryon - Wellenfunktion; sie sind off - shell. Im Zwischensystem nimmt man an, daß alle drei Teilchen frei sind (on shell). Da Spektator-Nukleonen in diesem Rahmen direkt dynamisch nicht involviert ist, bleibt nur die Möglichkeit, es ad hoc auf die Massenschale zu setzen. Gemäß dieser Vorstellung schlägt das Spektator - Nukleon sich hier lediglich im kinetischen Energieterm $p^2/2M_N$ nieder.
- Im Folgenden soll freier und quasifreier Zerfall weitgehend einheitlich behandelt werden. Dazu soll die Notation benutzt werden

$$G_{NN}^{F/QF}(q, k, p) = \frac{1}{2E_k} \frac{1}{E^{F/QF}(q, k, p)}$$

(B 4.4/ 5)

mit:

$$E^{F/QF}(q, k, p) = \begin{cases} \omega - \sqrt{q^2 + m^2} - \frac{k^2}{2M_N} & (F) \\ \omega - \sqrt{q^2 + m^2} - \frac{k^2}{2M_N} - \frac{p^2}{2M_N} & (QF) \end{cases}$$

(B 4.4/ 6)

Aufgrund der Impulserhaltung am Vertex kann $\underline{k}$ eliminiert werden

$$E^{F/QF}(q, p) = \begin{cases} \omega - \sqrt{q^2 + m^2} - \frac{(p-q)^2}{2M_N} & (F) \\ \omega - \sqrt{q^2 + m^2} - \frac{(p-q)^2}{2M_N} - \frac{p^2}{2M_N} & (QF) \end{cases}$$

(B 4.4/ 7)

Damit erhält man für das Impulsraumpotential

$$\begin{aligned} V^{F/QF}(p, p') &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \mathcal{L}_{NN\Delta}^{(1)} \frac{1}{2E_k(q)} \frac{1}{E^{F/QF}(q, p)} \mathcal{L}_{NN\Delta}^{(1)+} \delta(p-p') \\ &= V^{F/QF}(p) \delta(p-p') \end{aligned}$$

(B 4.4/ 8)

4.4.2 DAS ORTSRAUMPOTENTIAL

Unter Verwendung der Gleichungen B 3.3/ 7 erhält man für das Ortsraumpotential

$$\begin{aligned}
 V_{[AN]}^{-F/QF}(t, t', \omega) &= \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p d^3p' e^{ip't'} V_{[AN]}^{-F/QF}(p, p', \omega) e^{-ip't} \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p e^{ip(t'-t)} V_{[AN]}^{-F/QF}(p, \omega) \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3p d^3q e^{ip(t'-t)} \\
 &\quad \mathcal{L}_{\overline{KND}}^{(-)} \frac{1}{2E_K(q)} \frac{1}{\varepsilon_{F/QF}(p, q)} \mathcal{L}_{\overline{KND}}^{(+)}
 \end{aligned}$$

(B 4.4/ 9)

Dieses Potential ist, wie üblich, energieabhängig und formfaktorabhängig. Die Polstruktur des Propagators läßt es auch komplex werden. Zudem ist es nichtlokal! Die Berechnung erfolgt wie üblich; da dieses Potential im Folgenden nicht gebraucht wird, soll auf eine explizite Auswertung verzichtet werden.

4.4.3 DIE FREIE/QUASIFREIE BREITE

Aus Gl. B 4.4/ 9 erhält man die quasifreie Zerfallsbreite

in den Nukleon-Nukleon - Kanal:

$$\begin{aligned}
 & \left(\Gamma_{\pi NN}^{NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi T}(\omega) = \\
 & = -2 \int m \langle [\Delta N]_{L'S',L_S}^{\pi T}(\underline{L}) | \bar{V}_{[\Delta N][\Delta N]}^{\pi NN}(\underline{L}, \underline{L}', \omega) | [\Delta N]_{L_S T_S T_S}^{\pi T}(\underline{L}) \rangle \\
 & = \left(\Gamma_{[\Delta(1)N(2)][\Delta(1)N(2)]}^{\pi NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi T}(\omega) \\
 & \quad \quad \quad (B\ 4.4/10)
 \end{aligned}$$

mit:

$$\begin{aligned}
 & \left(\Gamma_{[\Delta(1)N(2)][\Delta(1)N(2)]}^{\pi NN} \right)_{L'S',LS}^{\pi T}(\omega) = \\
 & = -2 \int m \langle [\Delta(1)N(2)]_{L'S',L_S}^{\pi T}(\underline{L}) | \bar{V}_{[\Delta N][\Delta N]}^{\pi NN}(\underline{L}, \underline{L}', \omega) | [\Delta(1)N(2)]_{L_S T_S T_S}^{\pi T}(\underline{L}) \rangle \\
 & \quad \quad \quad (B\ 4.4/11)
 \end{aligned}$$

Bei der expliziten Ausführung werden aus technischen Gründen nur Spinterme berücksichtigt. Tensorbeiträge sollten klein sein und wurden vernachlässigt (Dil 83).

Die Breite ist in Drehimpulsquantenzahl und Spinquantenzahl diagonal! Das Ergebnis der konkreten Rechnung ist in Figur 4.4/ 2 aufgeführt. Für den Mesonenimpuls q ergibt sich die Relation (vergleiche hierzu auch Figur B 4.4/ 3a, b):

$$q^{F/QF} = \sqrt{2M_N^2 \left[1 + \frac{\tilde{\omega}}{M_N} - \sqrt{\left(\frac{m}{M_N} \right)^2 + 1 + 2 \frac{\tilde{\omega}}{M_N}} \right]}$$

mit

$$\tilde{\omega} = \begin{cases} \omega - \frac{p^2}{2M_N} & (F) \\ \omega - \frac{p^2}{M_N} & (QF) \end{cases} \quad (B\ 4.4/13)$$

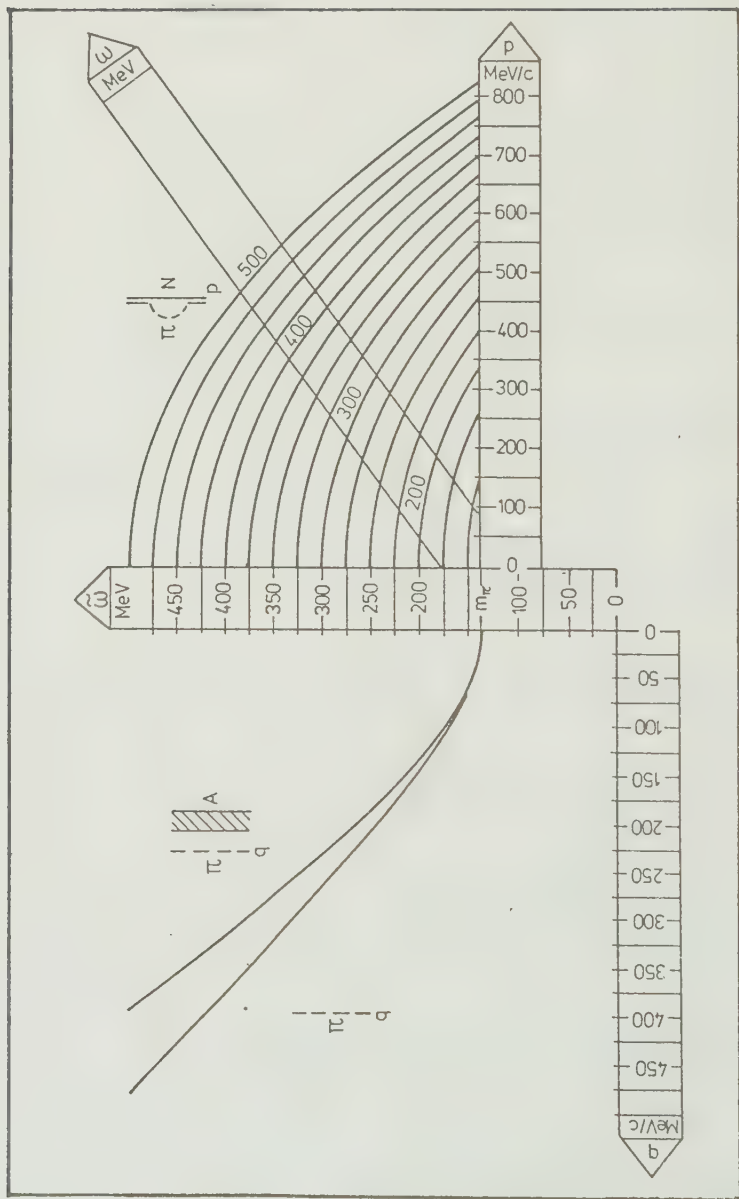


Fig. B 4.4/ 3a
Der Pion-Impuls im Δ -Zerfallsprozeß.

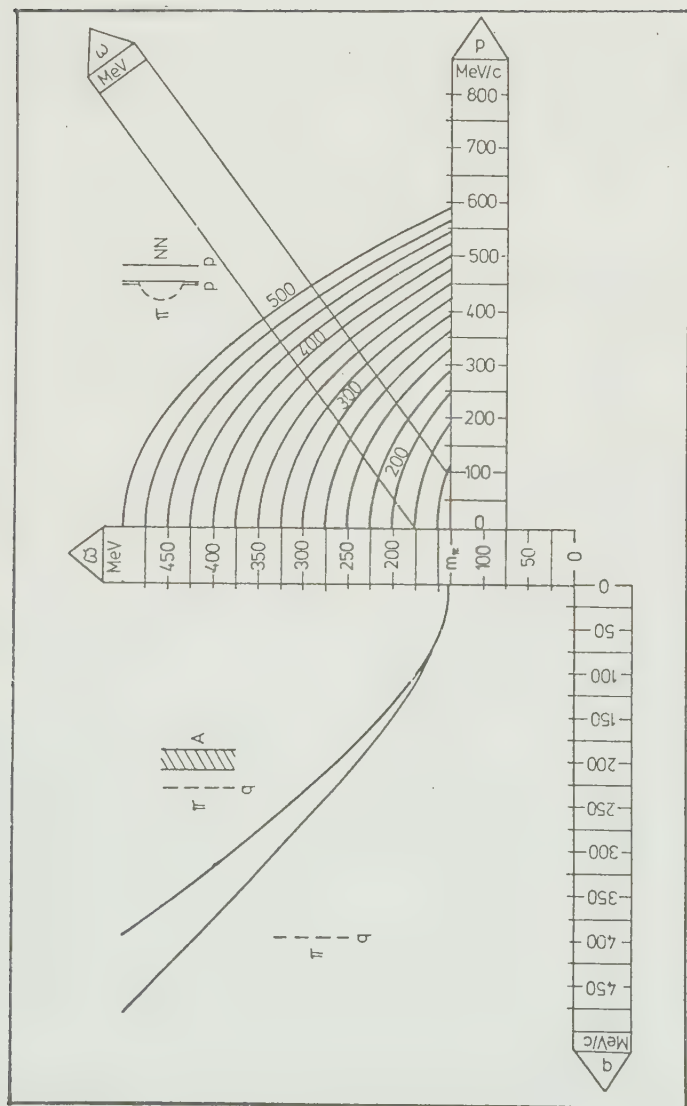


Fig. B 4.4/ 3b
Der Pion-Impuls beim Zerfall des ΔN -Systems.

In statischer Näherung ($p=0$) und ohne Berücksichtigung von Recoileffekten ergibt sich der bekannte Formelausdruck für die freie Breite:

$$(\Gamma^F)_1 = \Gamma_R \cdot \left(\frac{q}{q_R}\right)^3$$

(B 4.4/14)

Weiter üblich (Chew Low: (Che 56, Eis 80)) ist auch die durch einen Formfaktor ergänzte Darstellung

$$(\Gamma^F)_2 = \Gamma_R \cdot \left(\frac{q}{q_R}\right)^3 \left(\frac{m_R^2 + q_R^2}{m_R^2 + q^2}\right)$$

(B 4.4/15)

Im Folgenden soll unter dem F-Modell stets eine Beschreibung der quasifreien Zerfallsbreite gemäß Gleichung B 4.4/14 beziehungsweise 15 verstanden werden (vergleiche Figur B 4.4/ 4).

Die Parameter werden wie folgt festgelegt:

$$\Gamma_R = 120 \text{ MeV}$$

$$q_R = 233 \text{ MeV}/c$$

$$m_R = 200 \text{ MeV}/c^2$$

(B 4.4/16)

FREE WIDTH

MODEL DEPENDENCE $(\Gamma^F)_1$ — $(\Gamma^F)_2$ ----

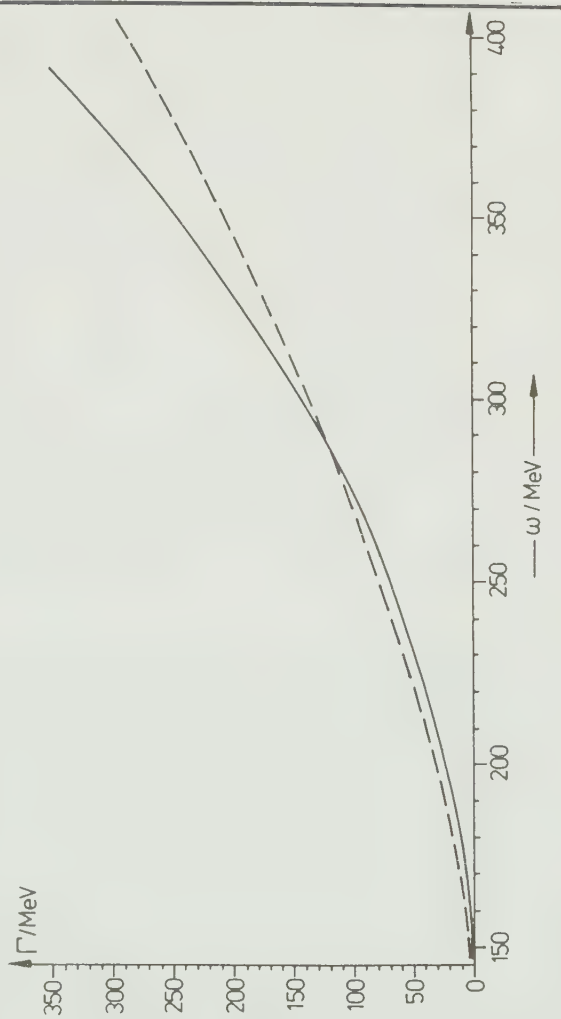


Fig. B 4.4/ 4
Die freie Breite als Funktion der Energie.

4.5 ZUSAMMENFASSUNG

In den letzten Abschnitten wurden drei Beiträge zur ΔN - Wechselwirkung diskutiert:

- Ein-Boson Austausch (OBE) - Potential
- quasifreie - Zerfalls - Terme
- Absorptionsbeiträge

Immer wiederkehrende Klassifikationsmerkmale waren

- Mesonenbeiträge
- Energieabhängigkeit
- Real / Imaginärteilbeiträge
- Zentrale / nichtzentrale Anteile
- Lokale / nichtlokale Potentialstruktur

Die Figur B 4.5/ 1 soll nochmals alle Spezifikationsmöglichkeiten für das ΔN - Gesamtpotential zur Verfügung stellen.

Wegen der extremen Cut-off Abhängigkeit wurden Realteile als ein Aspekt des Renormierungsproblems nicht diskutiert (vergleiche hierzu (Dre 82)). Imaginärteile wurden bis zur ersten Ordnung in Loopdiagrammen berücksichtigt. Die dominierenden Beiträge sollten damit abgedeckt sein. Die Bedeutung dieser Terme wird in ihrer Auswirkung auf Spektren und Observable in den nächsten Kapiteln untersucht.

SPECIFICATIONS ON POTENTIAL CONTRIBUTIONS			V^X measures	$V^L(m)$ energy dependent	V^R real part	V^E imaginary part	V^C central	V^{nc} non-central	V^{ℓ} local	V^{nc} non-local
OGE	direct		π		•		•		•	
			ω		•		•		•	
			ρ		•		•	•	•	
			π		•		•	•	•	
			η		•		•	•	•	
	exchange		π	•	•	•	•	•	•	
			ρ	•	•		•	•	•	
	quasi free decay		π	•		•	•			•
absorption	direct		$\pi\pi$	•		•	•	•		•
			$\pi\rho$	•		•	•	•		•
			$\rho\pi$	•		•	•	•		•
			$\rho\rho$	•		•	•	•		•
	exchange		$\pi\pi$	•		•	•	•		•
			$\pi\rho$	•		•	•	•		•
			$\rho\pi$	•		•	•	•		•
			$\rho\rho$	•		•	•	•		•
	quasi free decay									

Fig. B 4.5/ 1
Übersicht über das gesamte hier vorgestellte Delta-Nukleon Potential.

5 DAS EIGENWERTPROBLEMVORBEMERKUNG:

Wie im letzten Abschnitt vorgestellt ist die Delta-Nukleon-Wechselwirkung komplex. Dementsprechend ist der Delta-Nukleon Hamiltonoperator nicht hermitesch. Im folgenden Abschnitt soll deshalb ganz kurz auf die Behandlung eines nicht-hermiteschen Eigenwertproblems eingegangen werden (vergleiche (Wil 65, Mos 53)).

5.0 GRUNDSATZLICHES ZUM LÖSEN EINES NICHTHERMITESCHEN PROBLEMS

Lösen eines nichthermiteschen Eigenwertproblems bedeutet Lösen der Schrödingergleichung

$$H|\psi_\mu\rangle = E_\mu |\psi_\mu\rangle$$

(B 5.0/ 1)

und der hermitesch konjugierten Schrödingergleichung

$$H^+|\tilde{\psi}_\mu\rangle = \tilde{E}_\mu |\tilde{\psi}_\mu\rangle$$

(B 5.0/ 2)

Die Eigenwerte beider Gleichungen hängen über die Beziehung

$$\tilde{E}_\mu = E_\mu^*$$

(B 5.0/ 3)

miteinander zusammen. Beide Lösungssätze $\{\psi_\mu\}$ und $\{\tilde{\psi}_\mu\}$ zusammen ergeben ein sogenanntes biorthogonales Funktionensystem. Zwischen den Komponenten ψ_μ und $\tilde{\psi}_\mu$ der Lösung

gilt das Skalarprodukt:

$$\langle \tilde{\psi}_\mu | \psi_\nu \rangle = \delta_{\mu\nu}$$

(B 5.0/ 4)

Dementsprechend sind zur Darstellung des Einheitsoperators ebenfalls beide Lösungstypen notwendig

$$1 = \sum_\mu |\psi_\mu\rangle \langle \tilde{\psi}_\mu|$$

(B 5.0/ 5)

Das gleiche gilt für alle unter Zuhilfenahme des Einheitsoperators konstruierten Operatoren, zum Beispiel für den Greensoperator:

$$G = \sum_\mu \frac{|\psi_\mu\rangle \langle \tilde{\psi}_\mu|}{E - E_\mu}$$

(B 5.0/ 6)

Lösen eines nichthermiteschen Eigenwertproblems bedeutet immer gleichzeitiges Lösen der Eigenwertgleichung und ihrer hermitesch konjugierten Gleichung. Erst beide Lösungstypen zusammen ergeben eine vollständige Lösung (Vollständigkeitsrelation!).

Im Falle eines symmetrischen Hamiltonoperators:

$$H = H^T$$

(B 5.0/ 7)

sind die Lösungen der hermitesch konjugierten Schrödingergleichung bezogen durch:

$$|\tilde{\psi}\rangle = (|\psi\rangle)^*$$

(B 5.0/ 8)

Dies bedeutet, daß zwar ein explizites Lösen der hermiteschen konjugierten Gleichung unnötig wird, die oben erwähnte Struktur der Operatoren wird davon natürlich nicht beeinflußt.

DARSTELLUNG DER LÖSUNGEN

Wie oben beschrieben ist die mathematisch exakte Gesamtlösung eindeutig bestimmt, bestehend aus zwei Lösungsanteilen (Eigenvektoren). Zur Beurteilung der Partiallösung einer Gleichung allein ist jedoch der Eigenvektor dieser Lösung an sich von Interesse

$$|\psi_\mu\rangle = \sum_n c_\mu^{(n)} |\phi^{(n)}\rangle$$

(B 5.0/9)

Die Beurteilung des komplexen Eigenvektors $\{c_\mu^{(n)}\}$ ist wichtig im Bezug auf den relativen Beitrag verschiedener Basisfunktionen $\phi^{(n)}$ zur Lösungsfunktion ψ_μ . Dies legt nahe, sich auf ein anderes Skalarprodukt zu beziehen, das im Hilbertraum der Lösungen einer Gleichung allein definiert ist. Es bietet sich an, dabei die übliche Form des Skalarprodukts zu wählen

$$\langle \psi_\mu | \psi_\nu \rangle = \delta_{\mu\nu}$$

(B 5.0/10)

Bezogen auf den Ausgangseigenvektor sind in dieser Darstellung die Gewichtungskoeffizienten anders normiert. Es gilt die Beziehung

$$|\psi_\mu\rangle = \sum_n d_\mu^{(n)} |\phi^{(n)}\rangle$$

(B 5.0/11)

mit

$$d_{\mu}^{(n)} = c_{\mu}^{(n)} / N_{\mu}$$

$$N_{\mu} = \sum_n |c_{\mu}^{(n)}|^2$$

(B 5.0/12)

Es muß betont werden, daß diese Form der Normierung rein darstellungsbezogen ist und keine Relevanz in bezug auf Formulierung von Operatoren besitzt.

Die Ausnutzung der Symmetrie des Hamiltonoperators erlaubt sich beim Lösen des Eigenwertproblems auf das Lösen einer Gleichung allein zu konzentrieren. In der Darstellung der Lösungen soll oben erwähnter Weg beschritten werden.

5.1 LÖSUNGSMETHODEN

Lösen der Schroedingergleichung

$$H \psi_{\vec{r}_2 \vec{r}_2}^{\vec{r}_1}(z) = E \psi_{\vec{r}_2 \vec{r}_2}^{\vec{r}_1}(z)$$

(B 5.1/13)

d.h. die Bestimmung der Eigenzustände des N - Systems, bedeutet das Berechnen von Resonanzenergien E und zugehörigen normierten Wellenfunktionen

$$\psi_{\vec{r}_2 \vec{r}_2}^{\vec{r}_1}(z) = \sum_{LS} f_{LS}^{\vec{r}_1}(z) \psi_{LS \vec{r}_2 \vec{r}_2}^{\vec{r}_1}(z)$$

(B 5.1/14)

Der Geometrieanteil der Wellenfunktion

$$\psi_{\vec{r}_2 \vec{r}_2}^{\vec{r}_1}(z) = [B_{\alpha} B_{\beta}]_{LS \vec{r}_2 \vec{r}_2}^{\vec{r}_1}(z)$$

(B 5.1/15)

Fig. B5.1/1

LÖSEN DER SCHRÖDINGERGLEICHUNG $(H-E)\psi = 0$

Vergleich von Coupled-Channel-Methode und Diagonalisation

COUPLED CHANNEL	METHODE	DIAGONALISATION
$[BB]_{\tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon) =$ $= \sum_{L_3} \frac{F_{L_3}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon)}{r} [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon')$ $\sum_{L_3} \int dr F_{L_3}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon) ^2 = 1$ $0 =$ $= \sum_{L_3} \left\{ \langle [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') T [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \rangle \right.$ $+ \langle [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') H^{int} [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \rangle$ $+ \langle [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \bar{W}_{BB}(\epsilon, \epsilon') [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \rangle$ $- E \delta_{\tau_1 \tau_2 \tau_2'} \delta_{\tau_1' \tau_2 \tau_2'} \delta_{L_3 L_3'} \delta_{\epsilon \epsilon'} \left. \right\} \left(\frac{F_{L_3}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon)}{r} \right)$	<u>Wellenfunktion:</u> $\psi(\epsilon) =$ $\sum_{L_3} F_{L_3}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon) [BB]_{L_3 \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon')$ <u>Normierung:</u> $\langle \psi \psi \rangle = 1$ <u>Schrödingergleichung</u> $0 =$ $(H-E)\psi$	$[BB]_{\tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon) =$ $= \sum_{NLS} L_{NLS}^{\tau_1 \tau_1} \cdot R_{NLS}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon) [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon')$ $\sum_{NLS} L_{NLS}^{\tau_1 \tau_1} ^2 = 1$ $0 =$ $= \sum_{NLS} \left\{ \langle [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') T [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \rangle \right.$ $+ \langle [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') H^{int} [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \rangle$ $+ \langle [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \bar{W}_{BB}(\epsilon, \epsilon') [BB]_{NLS \tau_2 \tau_2}^{\tau_1 \tau_1}(\epsilon') \rangle$ $- E \delta_{\tau_1 \tau_2 \tau_2'} \delta_{\tau_1' \tau_2 \tau_2'} \delta_{NLS NLS'} \delta_{L L'} \delta_{\epsilon \epsilon'} \left. \right\} L_{NLS}^{\tau_1 \tau_1}$

ist festgelegt auf Grund von Symmetrien des Problems.

Zu bestimmen bleibt dann "nur" noch die konkrete Form der radialen Wellenfunktion

$$f_{LS}^{TE}(r) = [B_\alpha B_\beta]_{LS}^{TE} \quad (*)$$

(B 5.1/16)

Die explizite Berechnung der Radialstruktur kann prinzipiell auf zwei verschiedenen Wegen geschehen:

- durch Lösen eines Systems von gekoppelten Differentialgleichungen
- oder durch Vorgabe von radialen Basisfunktionen und Bestimmung ihres relativen Gewichts vermittels eines Variationsverfahrens (Diagonalisierung).

Beide Zugänge sind sich in Figur B 5.1/ 1 gegenübergestellt und sollen im Folgenden näher erläutert werden.

5.1.1 GEKOPPELTE GLEICHUNGEN

Da nur der Radialanteil der Wellenfunktion interessiert wird über Geometrieanteile integriert. Die Geometriewellenfunktion ist spezifiziert nach verschiedenen L,S - Kombinationen. Die Geometriemittelung geschieht somit durch Projektion auf alle möglichen L'-S' - Basisfunktionen. Ausgehend von der Schrödingergleichung ergibt sich die Gleichung der Tab B 5.1/ 2 . Mit

$$f_{LS}^{TE}(r) = \frac{F_{LS}^{TE}(r)}{r}$$

(B 5.1/17)

erhält man ein Gleichungssystem für $F_{LS}(r)$, das im folgenden untersucht werden soll.

Der Beitrag der kinetischen Energie hat wegen geometriebedingter Auswahlregeln nur Diagonalelemente. Der Radialteil läßt sich in konventioneller Form als Differentialoperator

$$\begin{aligned}
0 &= \langle [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} | H_{DN} - E | [\Delta N]_{T_2, T_2'}^{T_1'} \rangle \\
&= \sum_{LS} \left\{ \langle [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} | T(q_2) | [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} \rangle + \right. \\
&\quad + \langle [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} | H_{DN}^{int} | [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} \rangle + \\
&\quad + \langle [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} | W_{DN}(q_2) | [\Delta N]_{LS, T_2, T_2'}^{T_1'} \rangle - E \cdot \delta_{T_1, T_2, T_2'} \delta_{T_1, T_2, T_2'} \delta_{LS, LS'} \left. \right\} f_{LS}^{T_1'}
\end{aligned}$$

Fig. 8 5.1/2
Die Coupled Channel Gleichungen

$$1. \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | T(\tau, 2) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \frac{F_{1,1}^{3/2,1/2}}{r}$$

$$= \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{2mr^2} \right) \left(\frac{F_{1,1}^{3/2,1/2}}{r} \right)$$

$$\langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | H(\tau, 2) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} \delta_{1,1}^{3/2,1/2} (H_{1,1} + H_{1,1})$$

$$\langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | W_{\Delta N}^{3/2,1/2} (\tau, 2) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle$$

$$\begin{aligned} & \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle \\ & \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle \\ & \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle = \langle [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) | [\Delta N]_{1,1}^{3/2,1/2} (\frac{1}{2}) \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_{LS} \left\{ \bar{Q}_{L^1, S^1}^1, \bar{Q}_{L^2, S^2}^2, \bar{Q}_{L^3, S^3}^3, \bar{Q}_{L^4, S^4}^4 \right\} \\
 &+ (-\frac{Q^2}{2m}) \frac{\partial}{\partial r^2} + \frac{L(L+1)\hbar^2}{2mr^2} \\
 &+ (M_N + M_D) \\
 &+ \left[\begin{aligned}
 &+ [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] | (\bar{Q}_{L^3, S^3}^3) - A | (\bar{Q}_{L^4, S^4}^4) [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] > \\
 &+ [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] | (\bar{Q}_{L^3, S^3}^3) [\bar{Q}_{L^4, S^4}^4] > \\
 &+ [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] | (\bar{Q}_{L^3, S^3}^3) [\bar{Q}_{L^4, S^4}^4] > \\
 &+ [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] | (\bar{Q}_{L^3, S^3}^3) [\bar{Q}_{L^4, S^4}^4] > \\
 &+ [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] | (\bar{Q}_{L^3, S^3}^3) [\bar{Q}_{L^4, S^4}^4] > \\
 &+ [\bar{Q}_{L^1, S^1}^1] [\bar{Q}_{L^2, S^2}^2] | (\bar{Q}_{L^3, S^3}^3) [\bar{Q}_{L^4, S^4}^4] >
 \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

Fig. B 5.1/ 4
Explizite Form der Coupled Channel Gleichungen

beschreiben, der Einfluß der Geometrie zeigt sich im Zentrifugalterm (vergleiche Figur B 5.1/ 3a).

Der interne baryonische Hamiltonoperator ist rein diagonal (vergleiche Figur B 5.1/ 3b)

Die ΔN - Wechselwirkungs-Matrixelemente lassen sich nach Zentral-, Nichtzentral-, Lokal- und Nichtlokalanteilen klassifizieren (vergleiche Figur B 5.1/ 3c und Figur B 4.5/ 1).

Die lokalen Beiträge sind als Übergangspotentiale schon im letzten Kapitel diskutiert worden. Die nichtlokalen Potentialmatrixelemente bringen zusätzliche Schwierigkeiten. Insgesamt ergibt sich das in Figur B 5.1/ 4 angegebene System von gekoppelten komplexen Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit nichtlokalen Beiträgen.

Auf eine weitere Untersuchung dieses Differentialgleichungssystems und mögliche Lösungen soll verzichtet werden, da diese Methode für die konkrete Auswertung nicht weiter verfolgt wird.

5.1.2 DIAGONALISATION

Die zweite, äquivalente Methode, die Radialfunktion festzulegen, besteht darin, sie nach einem geeigneten Basisfunktionensystem zu entwickeln. Wir wählen im Folgenden als Basis harmonische Oszillatorwellenfunktionen

$$\begin{aligned} R_{NL} \left(\frac{r}{a} \right) &= \\ &= N_{NL}^{(k_0)} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{a} \right)^2} \left(\frac{r}{a} \right)^L F \left(-N, L + \frac{3}{2}, \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

(B 5.1/18)

$N_{NL}^{(k_0)}$ ist durch die Normierungsbedingung

$$\int r^2 dr R_{NL} \left(\frac{r}{a} \right) R_{NL} \left(\frac{r}{a} \right) = 1$$

(B 5.1/19)

festgelegt. Damit setzt man für die Radialwellenfunktion an:

$$f_{LS}^{TT}(r) = \sum_{N=0}^{N_{\max}} c_{NLS}^{TT} R_{NL}\left(\frac{r}{a}\right) \quad (\text{B 5.1/20})$$

Für die normierte Gesamtwellenfunktion ergibt sich

$$\begin{aligned} [BB']_{\frac{r}{a}T_e}^{TT}(r) &= \sum_{LS} f_{LS}^{TT}(r) [BB']_{LS\frac{r}{a}T_e}^{TT}(r) \\ &= \sum_{NLS} c_{NLS}^{TT} [BB']_{NLS\frac{r}{a}T_e}^{TT}(r) \end{aligned} \quad (\text{B 5.1/21})$$

unter Verwendung der im Abschnitt B 3.2 definierten Basiswellenfunktion

$$[BB']_{NLS\frac{r}{a}T_e}^{TT}(r) = R_{NL}\left(\frac{r}{a}\right) \cdot [BB]_{LS\frac{r}{a}T_e}^{TT}(r) \quad (\text{B 5.1/22})$$

Diese Darstellung bedingt das Auftreten von zwei technischen Parametern:

- dem Oszillatorparameter a , über den die radiale Struktur der Basisfunktionen (Weite) modifiziert werden kann;
- der oberen Grenze der Entwicklung $N_{\max}$, die durch die Wahl eines endlichen Konfigurationsraumes gesetzt wird.

Da die Oszillatorwellenfunktionen ein vollständiges Funktionensystem bilden, ist der Oszillatorparameter a a priori von untergeordneter Bedeutung. Erst der Abbruch der Entwicklung bei $N_{\max}$ schränkt die Radialstruktur massiv ein. Damit bekommen Oszillatorparameter und Konfigurationsraumgröße wieder physikalische Bedeutung, insofern sie den Rahmen definieren, in dem sich die Radialfunktion ausbilden kann.

Die Entwicklungskoeffizienten $c_{NLS}^{\vec{r}}$ sind dynamische Parameter. Sie werden aus der Schrödingergleichung präpariert durch Projektion auf die Basiswellenfunktionen. Man erhält somit ein Gleichungssystem für die $c_{NLS}^{\vec{r}}$. Das Gleichungssystem ist in Figur B 5.1/ 5 angegeben. Das Hamiltonmatrixelement zerfällt gemäß der Struktur des Operators in drei Anteile, die im Folgenden diskutiert werden.

Der Beitrag zur kinetischen Energie ist in Figur B 5.1/ 6a aufgeführt. Bei der Berechnung des Matrixelements werden die Eigenschaften der Oszillatorbasis intensiv genutzt. Der diagonale Geometriefaktor erlaubt neben den erhaltenen Quantenzahlen nur $L'=L$ und $S'=S$ Beiträge. Im radialen Matrixelement liefert das harmonische Oszillator - Matrixelement $\langle R_{NL} | V | R_{NL} \rangle$ auch nichtdiagonalen Beiträgen $N' \neq N$.

Der Anteil des internen baryonischen Hamiltonoperators am Gesamtmatrixelement läßt sich unter Berücksichtigung der Symmetrie von Operator und Wellenfunktion leicht bestimmen. Das Ergebnis ist in Figur B 5.1/ 6b festgehalten. Es handelt sich dabei um einen reinen Diagonalbeitrag auch in der radialen Quantenzahl N .

Der Beitrag der ΔN - Wechselwirkung läßt sich nach verschiedensten Kriterien aufschlüsseln (vergleiche hierzu Abschnitt B 4.5). In diesem Zusammenhang erscheint eine Darstellung geeignet zu sein, die sich auf die Basisquantenzahlen $NLS(\vec{r})$ bezieht (vergleiche Figur B 5.1/ 6c). Während der zentrale Potentialanteil die L, S Quantenzahlen erhält, werden durch das nichtzentrale Potential Übergänge zwischen verschiedenen NLS - Kombinationen möglich. Sowohl Zentral- wie auch Nichtzentralbeiträge beinhalten durch Absorptions- oder quasifreien - Mechanismus Nichtlokalitäten. Diese nichtlokalen Beiträge verknüpfen ΔN - Wellenfunktionen zu unterschiedlichen Ortsvektoren $\underline{r}$ und $\underline{r}'$. Im Detail sind sämtliche Potentialmatrixelemente dem vorangegangenen Abschnitt B 4 zu entnehmen.

Eine Zusammenfassung der Einzelergebnisse liefert das

$$\begin{aligned}
\delta &= \langle [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) | H_{\Delta N} - E | [\Delta N]_{\vec{r}_2, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) \rangle \\
&= \sum_{NLS} \left\{ \langle [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) | -\eta_{12} | [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) \rangle \right. \\
&\quad + \langle [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) | H_{int} | [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) \rangle \\
&\quad \left. - \langle [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) | W_{\Delta N} (r_2) | [\Delta N]_{NLS, \vec{r}_2}^{\vec{r}_1} (r_1) \rangle - E \delta_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} \delta_{\vec{r}_2, \vec{r}_2} \delta_{NN} \delta_{LL} \delta_{SS} \right\} \mathcal{Q}_{NLS}^{\vec{r}_1}
\end{aligned}$$

Fig. B 5.1/ 5
Gleichungssystem für die Entwicklungskoeffizienten $c(N, L, S)$

Gleichungssystem der Figur B 5.1/ 7 für die Koeffizienten $c_{nls}^{j'}$.

5.2 DISKUSSION DER LÖSUNGEN

In diesem Abschnitt sollen die Lösungen der Schrödingergleichung diskutiert werden. Ermittelt werden sie durch das im letzten Abschnitt beschriebene Variationsverfahren: die Diagonalisation der Hamiltonmatrix liefert Eigenwerte und Eigenvektoren. Die Gesamtheit der Eigenwerte legt das Baryon-Baryon-Spektrum fest. Die Eigenvektoren bestimmen für jeden Spektralzustand in spezifischer Weise die radiale Gestalt der Baryon-Baryon Wellenfunktion.

Zwei Besonderheiten der Schrödingergleichung an sich sollen aufgrund ihrer enormen Auswirkungen auf die Struktur der Lösungen hervorgehoben werden:

- Das Baryon-Baryon Potential ist komplex, da es die Ankopplung an offene Kanäle implizit enthält; dies wurde im Abschnitt B4 im Detail vorgestellt. Konsequenterweise ist damit der Hamiltonoperator nicht hermitesch. Folge der Nichthermitizität des Problems ist, daß die Eigenwerte wie auch die Eigenvektoren komplex sind; dies ist eine aus der hermiteschen Quantenmechanik nicht bekannte Eigenschaft.
- Die zweite Besonderheit hat ihre Ursache ebenfalls im zugrundeliegenden Baryon-Baryon Potential. Im Kapitel B4 wurde mehrfach hervorgehoben, daß die Baryon-Baryon Wechselwirkung energieabhängig ist. Folglich genügt es nicht, die Schrödingergleichung für eine fest vorgegebene Energie ein für allemal zu lösen, stattdessen erhält man für jede (zum Beispiel vom Experimentator gewählte) Streuenergie eine energiespezifische Schrödingergleichung, deren Lösungen notwendigerweise ebenfalls energieabhängig sind.

Im Folgenden sollen Spektren diskutiert und Radialver-

[illegible][illegible]

PARAMETER	DEFAULT VALUES (STANDARD)
angular momentum (multipolarities)	$l = 6 \ (0(+), 1(+), 2(+), 3(+), 4(+), 5(+), 6(-))$
T-matrix contribution	dominant
channels	pion-deuteron (Paris wavefunction)
oscillator parameter	$a = 1.0 \text{ fm}$
configuration space	$= 12 \text{ hw}$
input data (explicit values)	HOL1
potential version (approximation)	QA
relation between coupling constants	quarkmodel+Chew-Low theory(pion)
vertex formfactors	$M(=)$
exchanged mesons	sigma, omega, rho, pion, eta
BB-system	delta-nukleon

Fig. 8 5.2/ 1b
Standard-Parametersatz.

Fig. 8 5.2/ 1a
Überblick über Parameter und Darstellungshilfen.
Diskutierte Abhängigkeiten sind eingetragen:
multipolaritätsbezogene Darstellung ist mit M,
energiebezogene mit E vermerkt.

teilungen von Wellenfunktionen vorgestellt werden. Energie und Multipolaritätsbezogenheit sind fundamentale Eigenschaften aller Resultate. Natürlich können bei der Fülle der Modellannahmen (vergleiche Figur B 5.2/ 1) nicht alle Abhängigkeiten aufgezeigt werden. Es soll deshalb versucht werden, typische Fälle auszuwählen und auf diese Weise Modellunschärfen hier auf der Basis der Lösungen der Schrödingergleichung aufzuzeigen. Zur Orientierung, welche Untersuchungen im Folgenden diskutiert werden und welche Abhängigkeiten undiskutiert bleiben müssen, dient die Figur B 5.2/ 1a. Ein Standardsatz an Parametern ist in Figur B 5.2/ 1b aufgeführt. Modifikationen zu diesem Inputdatensatz werden explizit angegeben. Zuerst werden globale Eigenschaften der Spektren diskutiert, dann wird auf spezifische Abhängigkeiten eingegangen.

5.2.1 GLOBALE ABHÄNGIGKEITEN

MULTIPOLARITÄTSABHÄNGIGKEIT

Alle Eigenwerte der Baryon-Baryon Schrödingergleichung zusammengefaßt ergeben das Baryon-Baryon Spektrum. Jedes Spektralniveau und jede dazu assoziierte Wellenfunktion kann durch Gesamtdrehimpuls J , Parität π und Gesamtisospin T charakterisiert werden. Aufgrund prinzipiell uneingeschränkter Bahndrehimpulse zwischen den Baryonen ist der J -Wert nicht limitiert. Erst die Einschränkung des Lösungsraums liefert eine obere Grenze für J (siehe dazu die Diskussion im Abschnitt B 5.2.7). Für den Isospin T gibt es mehrere Möglichkeiten als Ergebnis der Kopplung der einzelnen Baryonenisospins. Für das N-N System ist so $T=0$ und 1 und für das Delta-Nukleon System $T=1$ und 2 möglich. Die Anzahl der Spektralzustände zu einer Multipolarität ist bestimmt durch die Größe des Konfigurationsraums. Dekombi-

BB SPECTRA / ENERGY NN SYSTEM

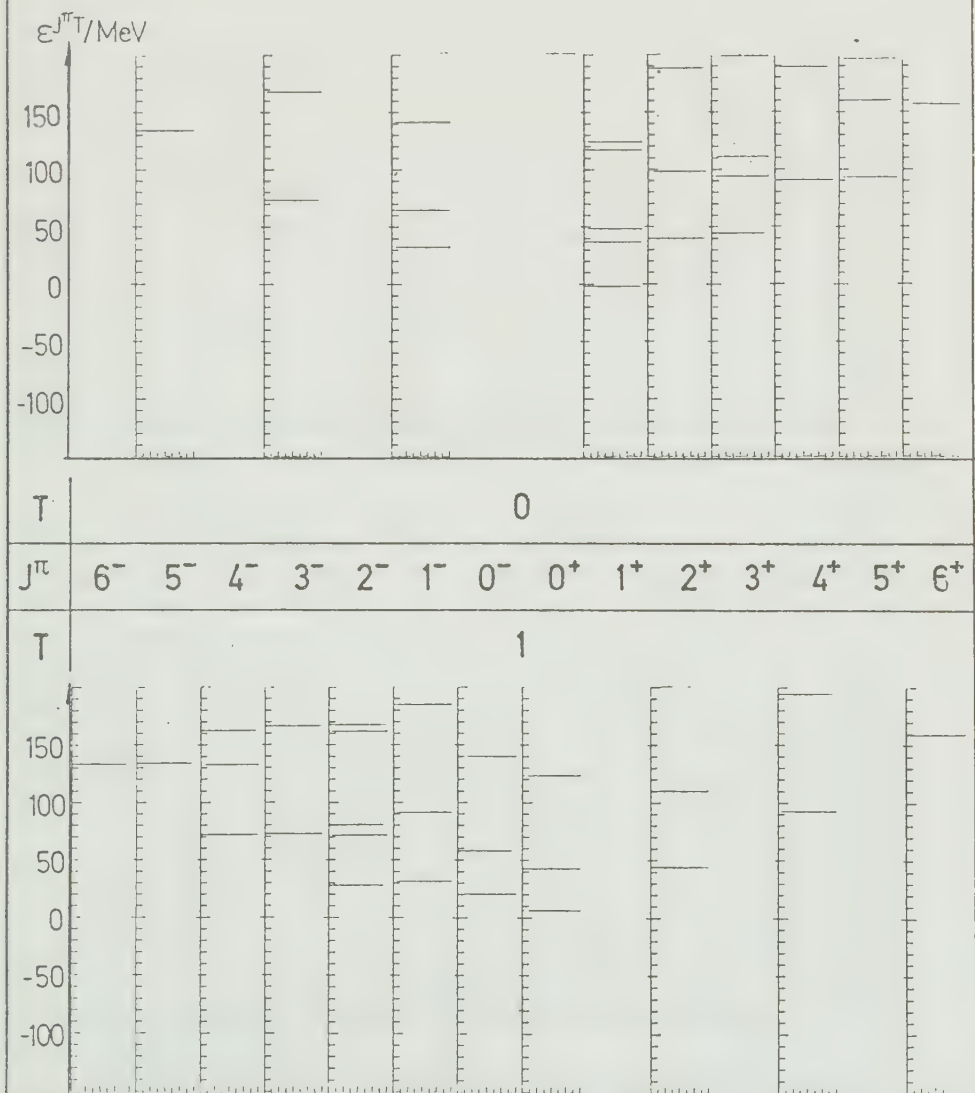


Fig. B 5.2/ 2a
Das Nukleon-Nukleon Spektrum ($T=0,1$).

BB SPECTRA / ENERGY ΔN SYSTEM

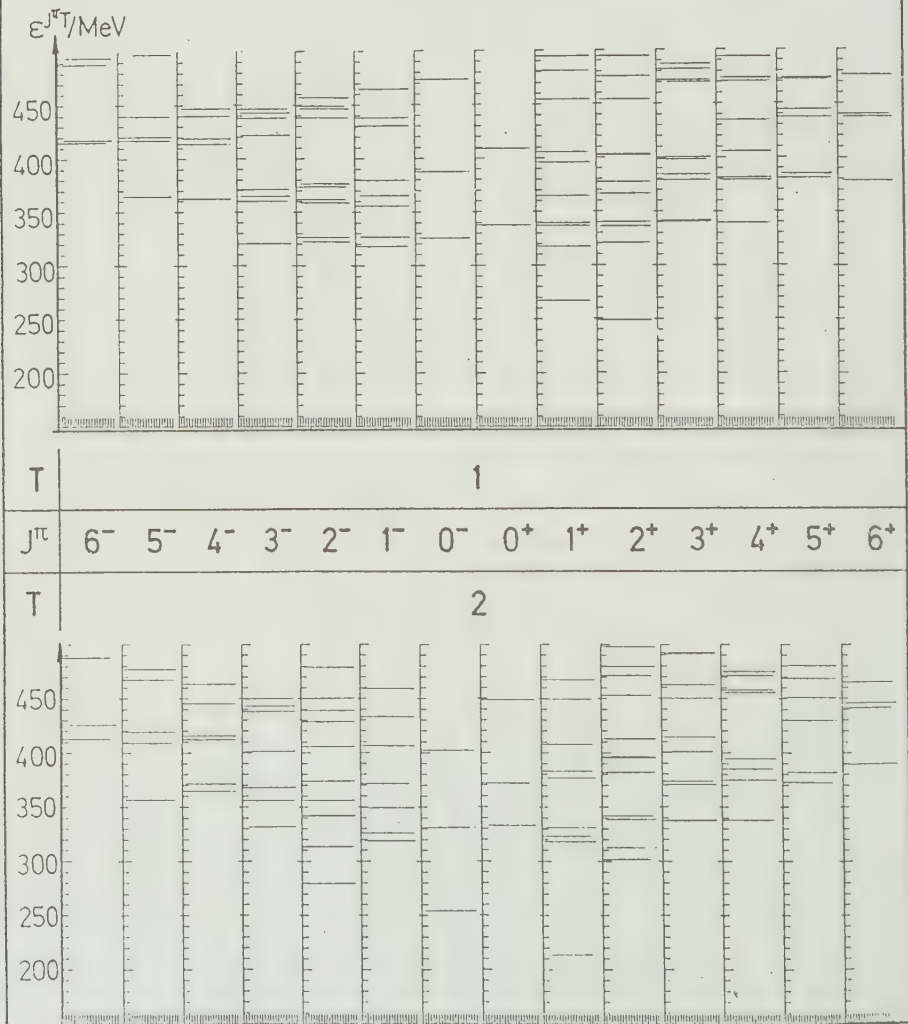


Fig. B 5.2/ 2b

Das Delta-Nukleon Spektrum ($T=1,2$) für eine Anregungs-
energie von 300 MeV.

nierte Spektren für das Nukleon-Nukleon System und für das Delta-Nukleon System bei der Anregungsenergie $\omega=300$ MeV sind in Figur B 5.2/ 2a, b angegeben.

Nun zum zweiten Aspekt der Lösung der Schrödingergleichung, der Wellenfunktion. In der Figur B 5.2/ 3 ist die Verteilung der Partialdichten aufgetragen für die jeweils tiefsten Delta-Nukleon Moden $J=0$ bis $J=4$, aufgeschlüsselt nach verschiedenen L-S Kombinationen. Der Abszissenmaßstab (Einheit fm) ist für alle Kurven einheitlich, der Maßstab auf der Ordinatenachse ist willkürlich gewählt. Um Mißverständnisse auszuschließen ist der prozentuale Beitrag verschiedener L-S Kombinationen explizit vermerkt. Den größten Beitrag liefern stets die "gestreckten Basiszustände". Es gelten in der angegebenen Reihenfolge folgende Regeln:

- 1) Der jeweils kleinste mögliche Relativdrehimpuls L zwischen den Baryonen dominiert (Zentrifugalbarriere)
- 2) bei *gleichem* L dominieren $S=2$ Beiträge. Die Kopplung zum parallelen Spin ist gegenüber antiparallelen dynamisch begünstigt.

Gemäß der Regel 1) sind $J^{\pi}=1^{+}$ und $J^{\pi}=2^{+}$ Delta-N Moden deutlich abgesetzt, denn nur in diesen beiden Fällen können $L=0$ Beiträge auftreten.

Für den $J^{\pi}=2^{+}$, $T=1$ Zustand sind die Partialdichten für die tiefsten sieben Energielevels in Figur B 5.2/ 4 angegeben. Deutlich ist der tiefste Delta-Nukleon Mode vom restlichen Spektrum abgesetzt; sowohl

- in der energetischen Lage als auch
- in der L-S Gewichtung.

Auffällig ist ferner, daß im Spektrum immer wieder Delta-Nukleon Moden auftreten, die eine zum tiefsten Zustand analoge L-S Gewichtung zeigen, wenn auch nicht in so ausgeprägter Form. Ähnliches gilt auch für den $J^{\pi}=1^{+}$, $T=1$ Spektralzustand.

Als wichtigstes Ergebnis zeigt sich also:

Die energetisch tiefsten $J^{\pi}=1^{+}$, $T=1$ und $J^{\pi}=2^{+}$, $T=1$ Delta-

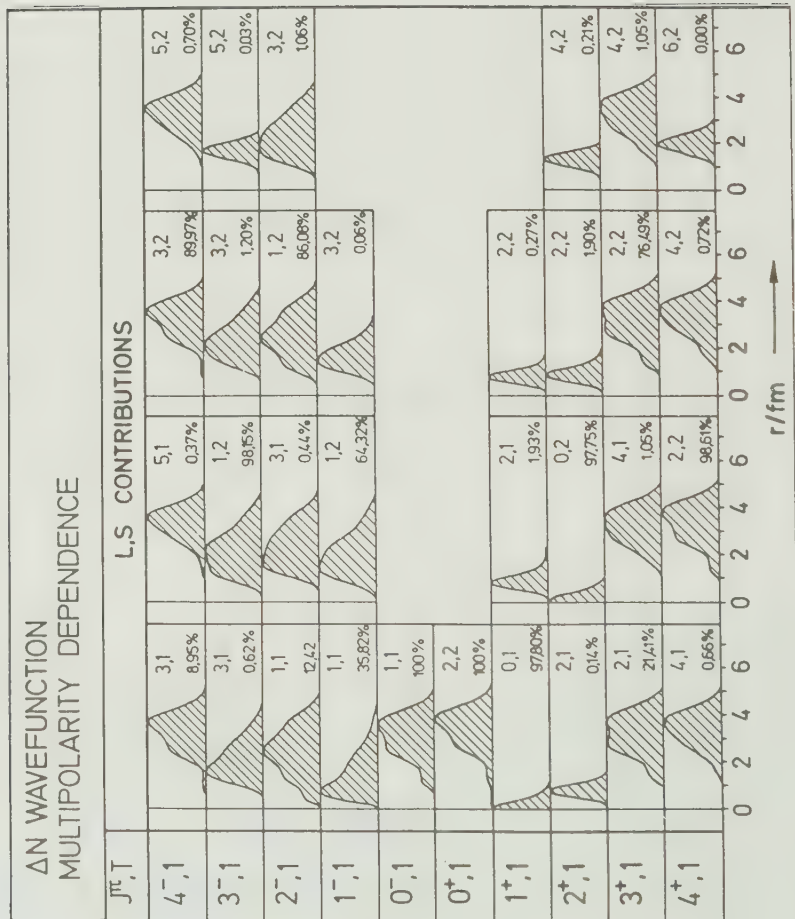


Fig. B 5.2/ 3
Darstellung aller Delta-Nukleon L,S-Partialdichten der jeweils tiefsten Eigenmoden für verschiedene Multipolaritäten (Anregungsenergie $w = 300$ MeV). Neben der Angabe des Relativdrehimpulses L und des Gesamtspins S der beiden Baryonen ist der prozentuale Beitrag der entsprechenden Konfiguration zur Gesamtdichte vermerkt.

ΔN WAVEFUNCTION ENERGY LEVEL DEPENDENCE

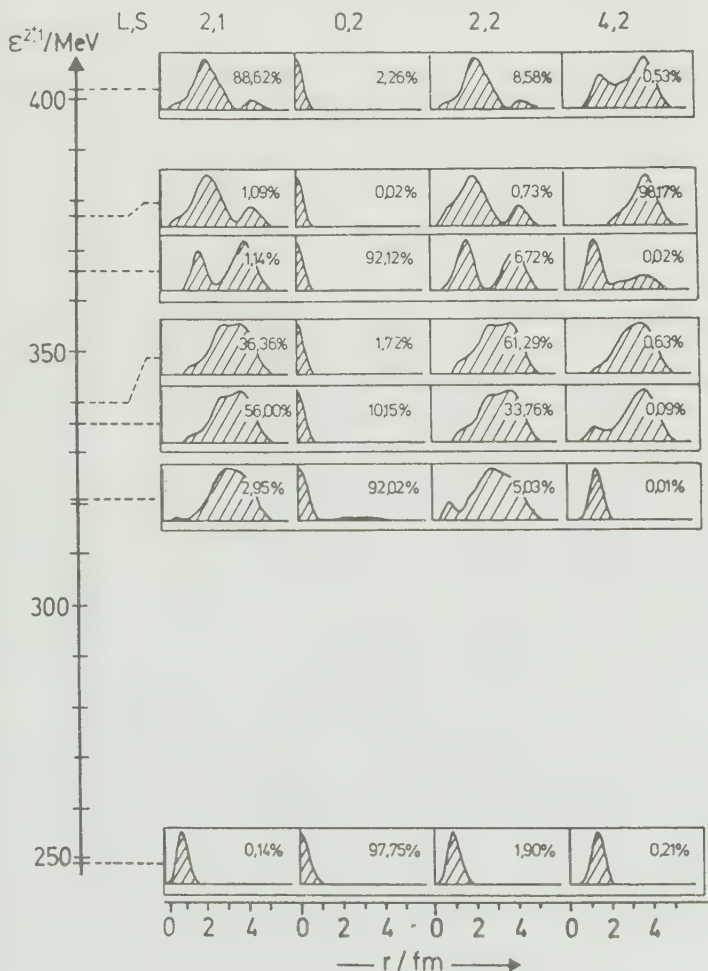


Fig. B 5.2/ 4

Delta-Nukleon $J^\pi = 2^+, T=1$ Partialdichten für die tiefsten sieben Energieniveaus bei $\omega = 300$ MeV.

Nukleon Moden sind im Spektrum sowohl von der energetischen Lage wie auch strukturmäßig deutlich abgehoben.

BARYON-BARYON ABHÄNGIGKEIT (VERGLEICH VON NUKLEON-NUKLEON UND Δ N SYSTEMEN):

Nun soll versucht werden, das uns interessierende Delta-Nukleon Spektrum hinsichtlich seiner physikalischen Relevanz zu beurteilen. Natürlich ist ein Delta-Nukleon Spektrum nicht direkt experimentell zugänglich. Anders hingegen liegen die Verhältnisse beim Nukleon-Nukleon System. Zwei Nukleon-Nukleon Spektralzustände sind experimentell bekannt

- der tiefste $J^P = 1^+, T = 0$ Zustand, das Deuteron und
- der tiefste $J^P = 0^+, T = 1$ Spektralzustand (NN-Resonanz)

Bei der Konstruktion des allgemeinen Baryon-Baryon Potentials wurde auf die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung häufig Bezug genommen. Es ist konsequent, nun auch ein mit dieser zugrundeliegenden Modell-Nukleon-Nukleon Wechselwirkung (vergleiche Kapitel B4.2.3) berechnetes Spektrum auf seine Relevanz hin zu untersuchen. Das Ergebnis ist erstaunlich gut in Anbetracht der Tatsache, daß kein Wert auf qualitativ exzellente Beschreibung des N-N Systems (vergleiche Tabelle B 5.2/ 2a) gelegt wurde (nur der OBE-Anteil ist berücksichtigt, es fehlen Mehrbosonenaustauschbeiträge und virtuelle Isobarenbeimischungen). Man erhält sowohl eine vernünftige Beschreibung des Deuterons, als auch eine 0^+ Resonanz im $T=1$ Kanal bei einer Anregungsenergie von circa 5 MeV. Dieses befriedigende Ergebnis gibt eine gewisse Konfidenz, daß der gewählte Ausgangspunkt methodisch, wie auch in bezug auf Modellparameter auf soliden Annahmen beruht:

Die hier vorgestellte Delta-Nukleon Wechselwirkung ist die konsequente Erweiterung einer realistischen Nukleon-Nukleon Wechselwirkung.

Auffällig im Delta-Nukleon Spektrum (Figur B 5.2/ 2b) ist die deutlich exponierte Lage einiger weniger Spektralzustände. Es handelt sich dabei um die jeweils tiefsten Zustände zu den Multipolaritäten $J^\pi = 1^+$ und 2^+ im $T = 1$ Kanal und $J^\pi = 2^-, 0^-$ und 1^+ für $T = 2$. Alle diese Zustände liegen unterhalb der Energie des entarteten Gesamtsystems; es handelt sich um quasigebundene Zustände. Diese Absenkung $\epsilon_{\Delta N}^B$ von 20 bis 100 MeV im angeführten Beispiel ist durch die Delta-Nukleon-Wechselwirkung bedingt und insofern ein Maß für ihre Stärke. Ein Vergleich mit dem Nukleon-Nukleon System drängt sich auf. Hier gibt es nur einen gebundenen Zustand ($J^\pi, T = 1^+, 0$), das Deuteron, mit einer Bindungsenergie von 2 MeV. Die Gegenüberstellung der Zahlenwerte $\epsilon_{\Delta N}^B$ und ϵ_{NN}^B und der Anzahl der (Quasi) Bindungszustände macht deutlich:

Die Delta-Nukleon-Wechselwirkung ist im Mittel wesentlich stärker als die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung

Der Vergleich der beiden Baryon-Baryon Systeme soll ergänzt werden durch eine Gegenüberstellung der Wellenfunktionen, zuerst dargestellt durch Eigenvektoren (Figur B 5.2/ 5a), dann in Form der Dichten (Figur B 5.2/ 5b) der jeweils tiefsten Spektralzustände. Dies sind für das Delta-Nukleon System der $J^\pi, T = 2^+, 1$ Mode und für das Nukleon-Nukleon System natürlich das Deuteron. Im hermiteschen Nukleon-Nukleon Problem ist der Eigenvektor reell, im nichthermiteschen Delta-Nukleon Fall ist er komplex (vergleiche Figur B 5.2/ 5a). In beiden Fällen können die Eigenvektoren aber übersetzt werden in radiale Dichteverteilungen (Figur B 5.2/ 5b). Die Ortsraumdichteverteilung für das Deuteron ist wesentlich breiter als für den Delta-Nukleon Zustand. Auch dies ist ein Hinweis auf die größere Stärke (Attraktion) der Delta-Nukleon-Wechselwirkung.

COEFF. FOR THE EIGENVALUE -51.50 MEV

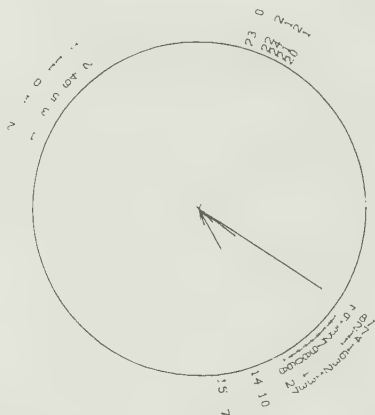
J=2 PI=1 T=1 12 h w a w p r n

W_{AV}(300.00MEV) MONOPOL AM VERTEX

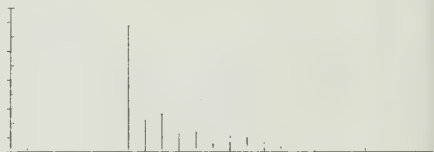
MAX VALUE 1.00

L S 2 1 0 7 2 7 4 7
PROBABILITY 0.14 % 97.75 % 1.90 % 0.21 %

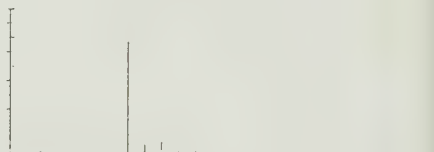
COMPLEX PLANE



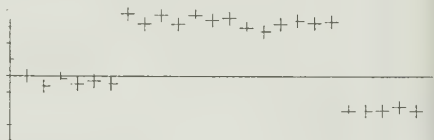
ABS. VALUE (UNIT 0.10)



ABS. VALUE SQUARED (UNIT 0.10)



PHASE (UNIT 45.00 DEG.)



QUANTUM NUMBERS

N	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4
L	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
S	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

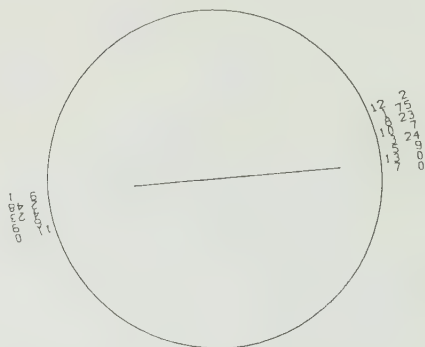
COEFF. FOR THE EIGENVALUE -2.01 MEV

J=1 PI=1 T=0 12 h w a w p r n

W_{AV}(0.MEV) MONOPOL AM VERTEX

MAX VALUE 1.00

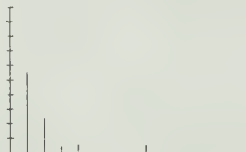
COMPLEX PLANE



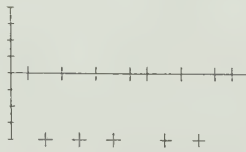
ABS. VALUE (UNIT 0.10)



ABS. VALUE SQUARED (UNIT 0.10)



PHASE (UNIT 45.00 DEG.)



QUANTUM NUMBERS

N	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
L	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fig B 5.2/52

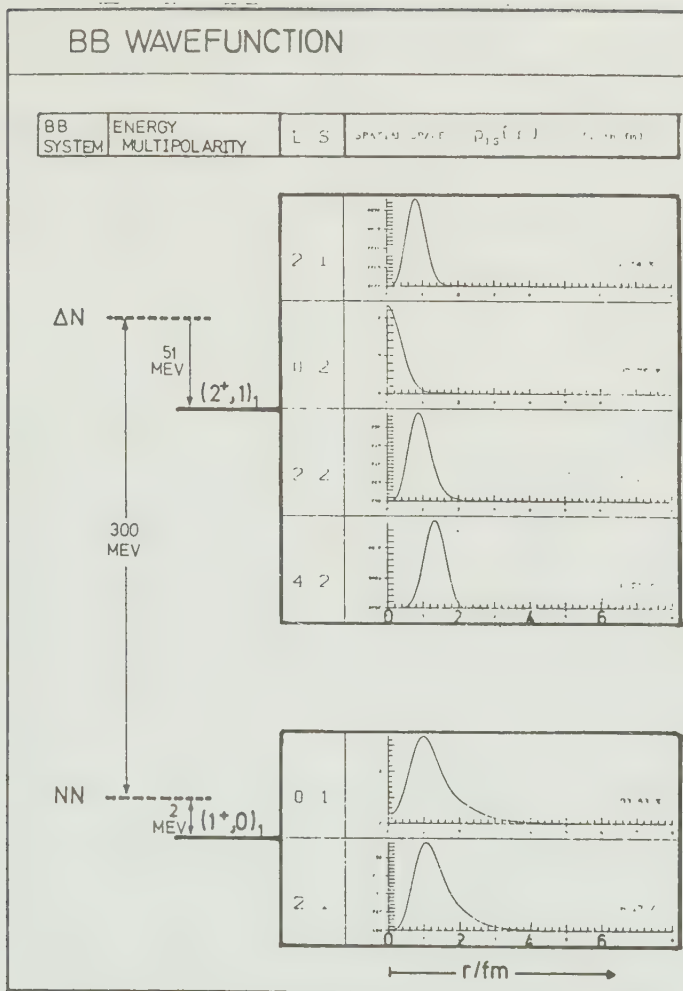


Fig. B 5.2/ 5b

Vergleich der Partialdichten des tiefsten Nukleon-Nukleon Zustands (Deuteron) und des tiefsten T=1 Delta-Nukleon Modes ($J^\pi=2^+$).

Fig. B 5.2/ 5a

Vergleich der Entwicklungskoeffizienten des tiefsten Nukleon-Nukleon Zustands (Deuteron) und des tiefsten T 1 Delta-Nukleon Modes ($J^\pi=2^+$; $\omega=300$ MeV).

ENERGIEABHÄNGIGKEIT

Die Delta-Nukleon Wechselwirkung ist energieabhängig. Die kinematische Präparation des Eingangskanals bestimmt das Potential zwischen den beiden Baryonen

$$V_{\Delta N} = \bar{V}_{\Delta N}(\omega) \quad (\text{B 5.2/ 1})$$

Dementsprechend enthält auch die Schrödingergeichung die (Streu- respektive Anregungs-) Energie als Parameter:

$$H_{\Delta N}(\omega) \psi_{\Delta N}(\omega) = E_{\Delta N}(\omega) \psi_{\Delta N}(\omega) \quad (\text{B 5.2/ 2})$$

Somit erhält man a priori unterschiedliche Lösungen für verschiedene Anregungsenergien. Insbesondere ist damit das Delta-Nukleon Spektrum abhängig von der Anregungsenergie. Das in Figur B 5.2/ 2b vorgestellte Spektrum ist beispielsweise mit $\omega = 300$ MeV berechnet. Ein Vergleich mehrerer Delta-Nukleon Spektren dieser Art für einige Anregungsenergien ist in Figur B 5.2/ 6 dargestellt. Für eine detaillierte Betrachtungsweise soll der Einfluß der Energievariation in kleinen Energieschritten multipolaritätsspezifisch untersucht werden. Dazu sind in den Figuren B 5.2/ 7a-j Delta-Nukleon (J^π, T) - Spektren für Anregungsenergien von 150 MeV bis 400 MeV in 10 MeV Schritten angegeben.

Typisch für die Spektren bei Energievariation ist:

- die einzelnen Spektralniveaus ändern sich stetig mit der Energie ("Energiefäden"); selten kommt es zu einer lokalbegrenzten starken Variation. Diese Energiefäden können sich kreuzen.
- häufig gruppieren sich mehrere Energiefäden zu Bändern, die über einen weiten Anregungsenergiebereich deutlich abgesetzt vom restlichen Teil des Spektrums verlaufen.
- auffällig ist weiter das starke Absinken der tiefsten Spektralniveaus mit wachsender Energie für $J^\pi = 2^+ (T=1)$ und $J^\pi = 0^-, 1^+, 2^- (T=2)$.

ΔN SPECTRA EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

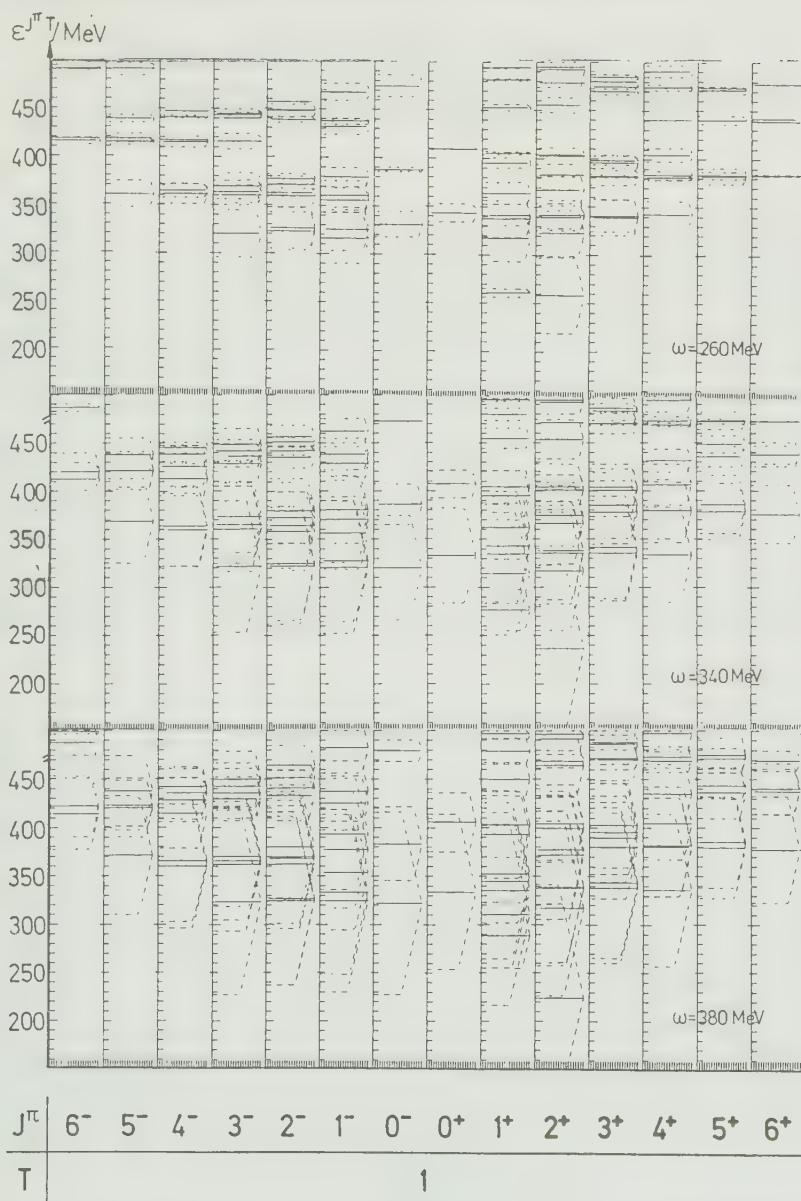


Fig. B 5.2/ 6
Multipolaritätsdekomponiertes $T=1$ Delta-Nukleon-Spektrum
für drei Anregungsenergien $\omega = 260, 340, 380$ MeV.

$0^+ \Delta N$ SPECTRA/ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

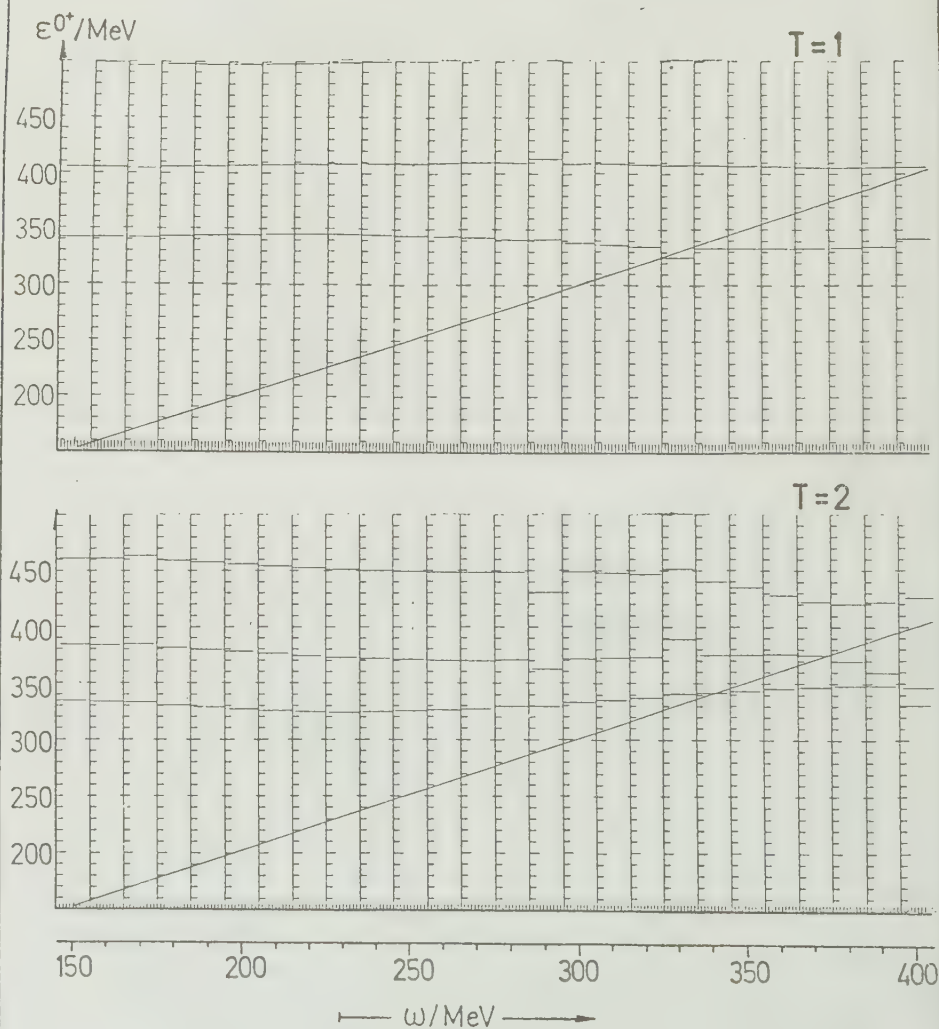


Fig. B 5.2/ 7a

Delta-Nukleon ($J^\pi = 0^+$, $T=1,2$) - Spektren für Anregungsenergien von 150 bis 400 MeV in 10 MeV-Schritten.

$0^- \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

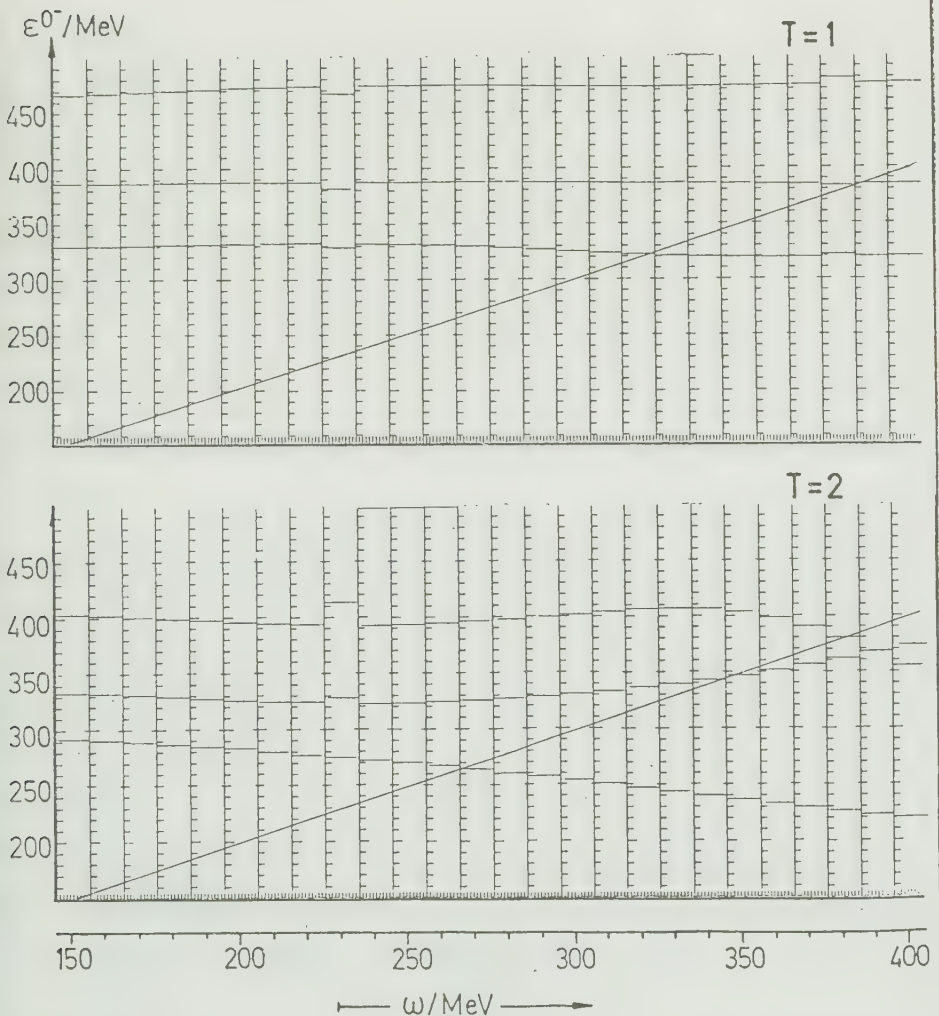


Fig. B 5.2/ 7b

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für $(J^\pi = 0^-, T=1,2)$

$1^+ \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

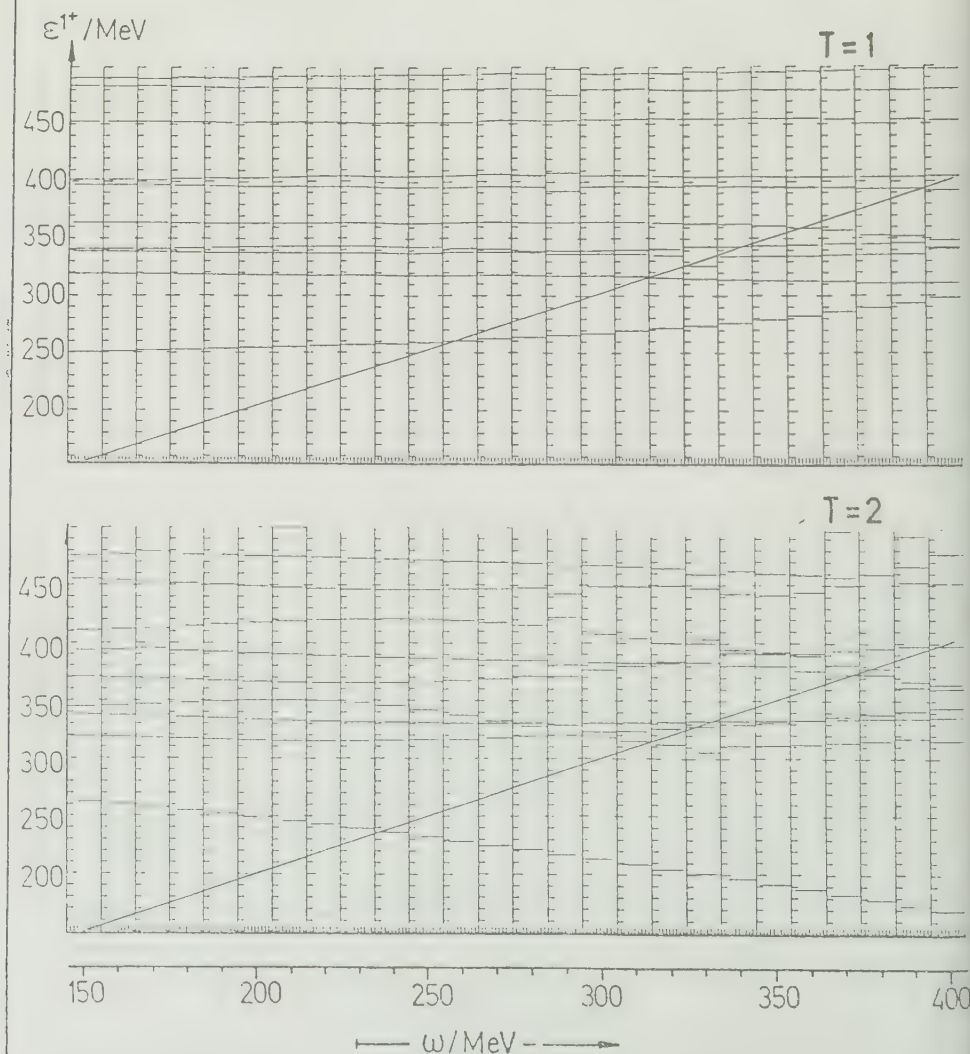


Fig. B 5.2/ 7c
Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für $(J^\pi = 1^+, T=1,2)$

$1^- \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

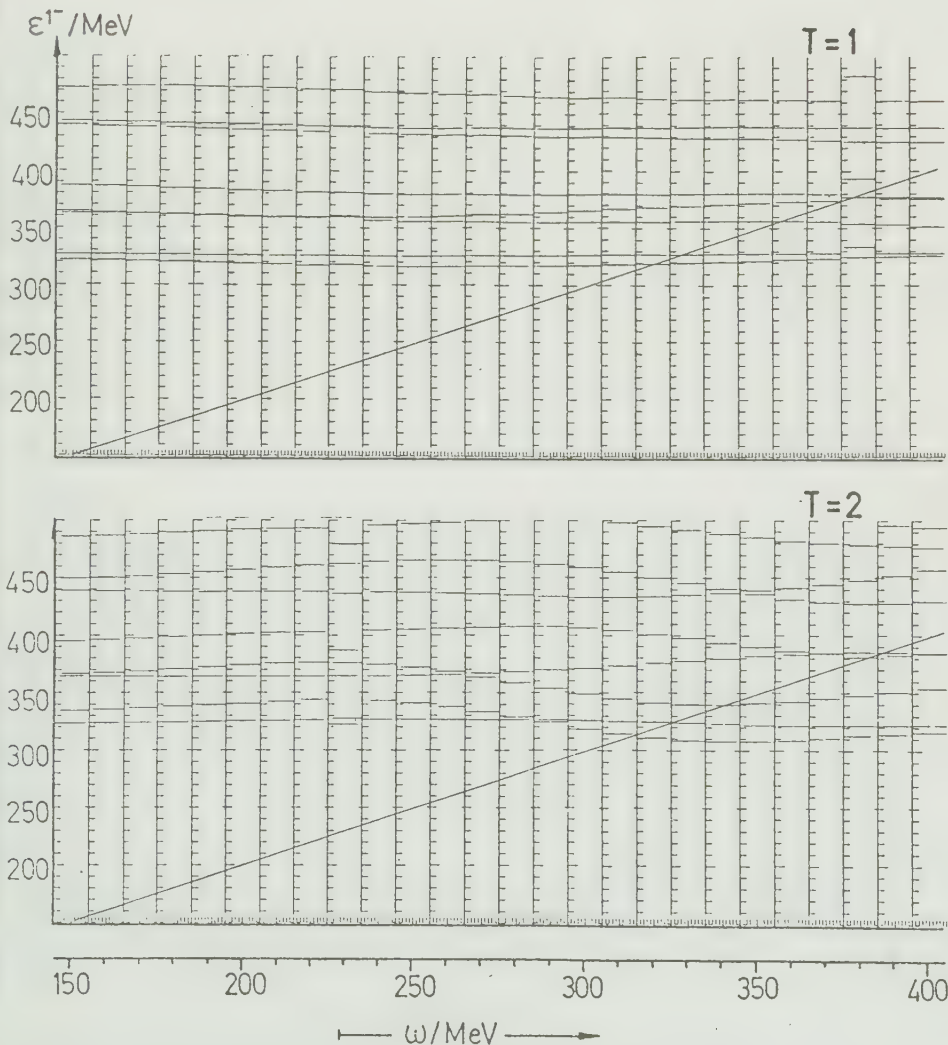


Fig. B 5.2/ 7d

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für ($J^\pi = 1^-$, $T=1,2$)

$2^+ \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

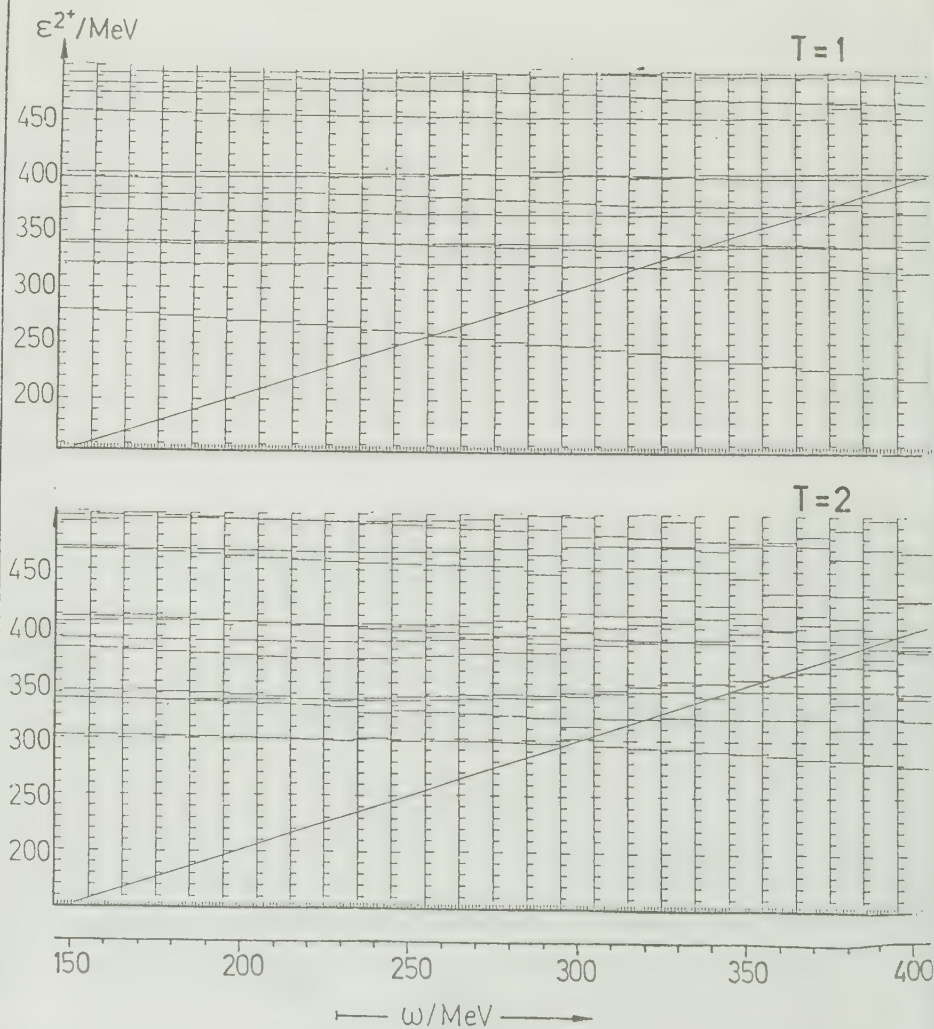


Fig. B 5.2/ 7e

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für ($J^\pi = 2^+, T=1,2$)

$2^- \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

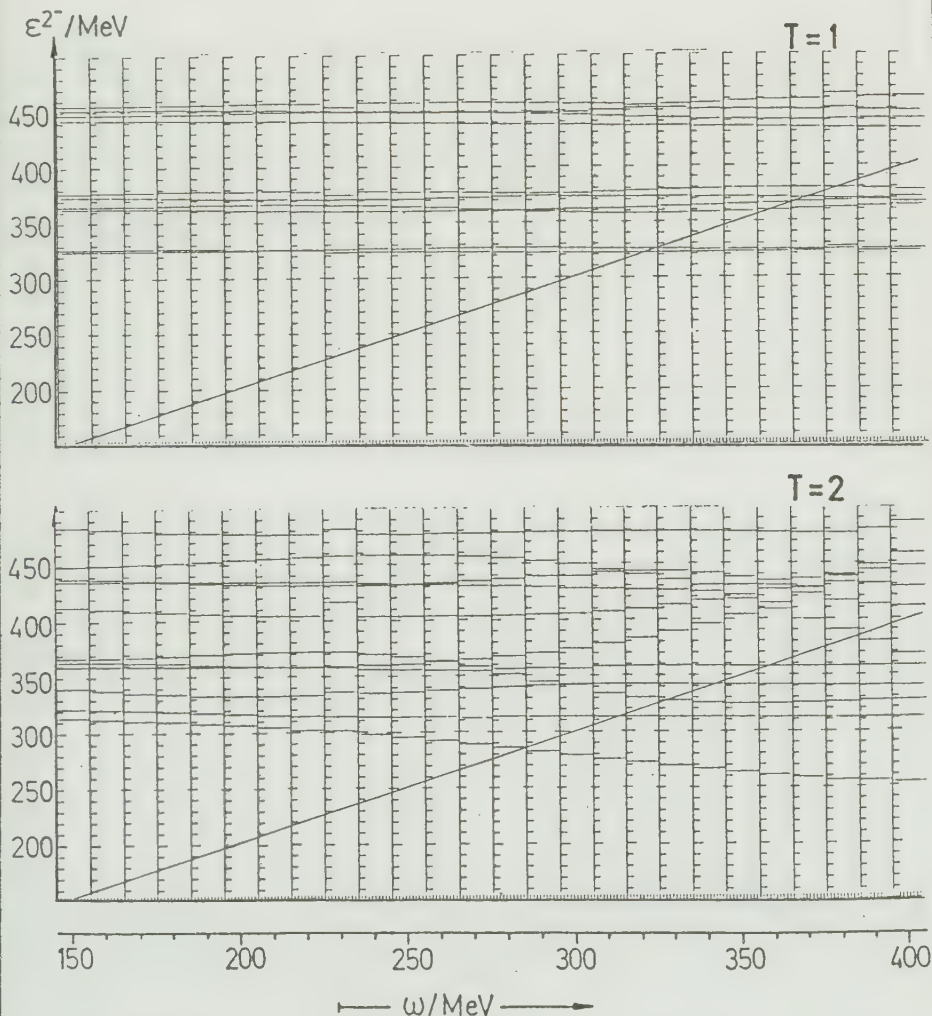


Fig. B 5.2/ 7f

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für ($J^\pi = 2^-$, $T=1,2$)

$3^+ \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

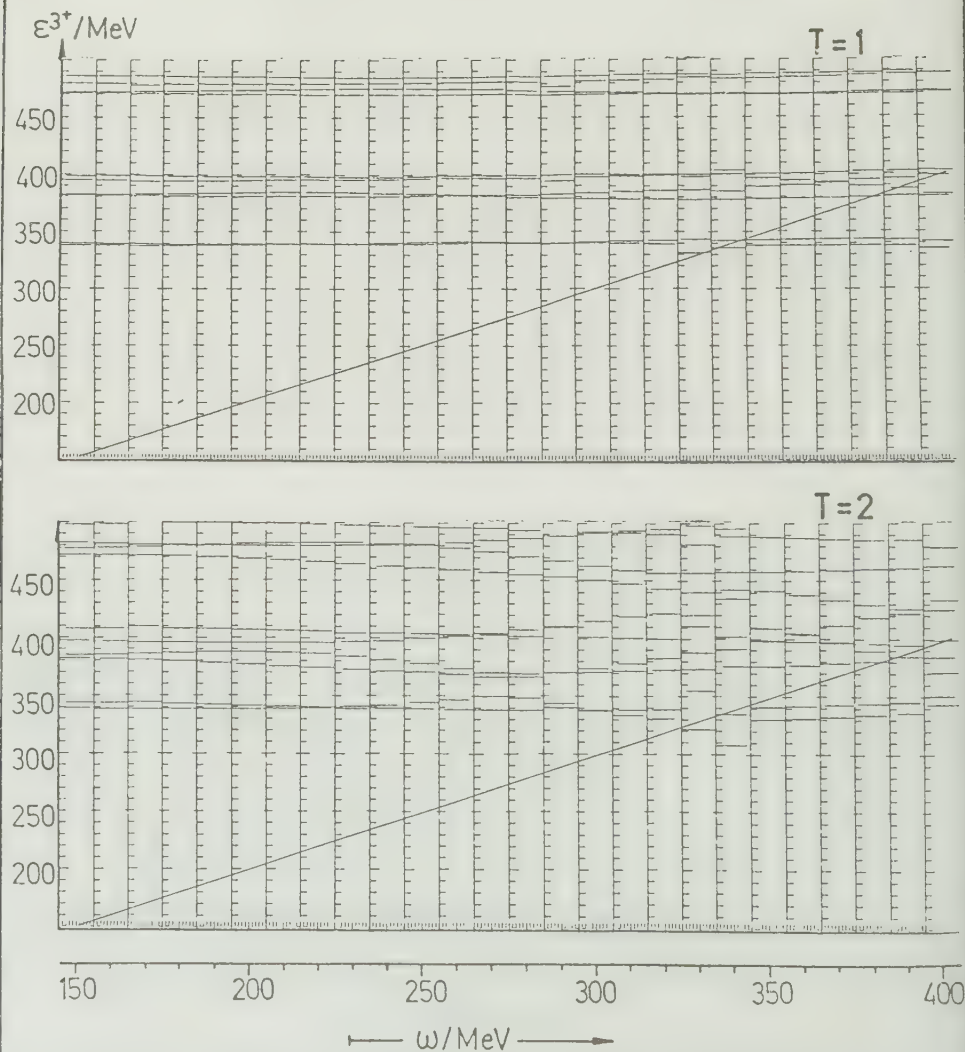


Fig. B 5.2/ 7c

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für $(J^\pi = 3^+, T=1,2)$

3⁻ ΔN SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

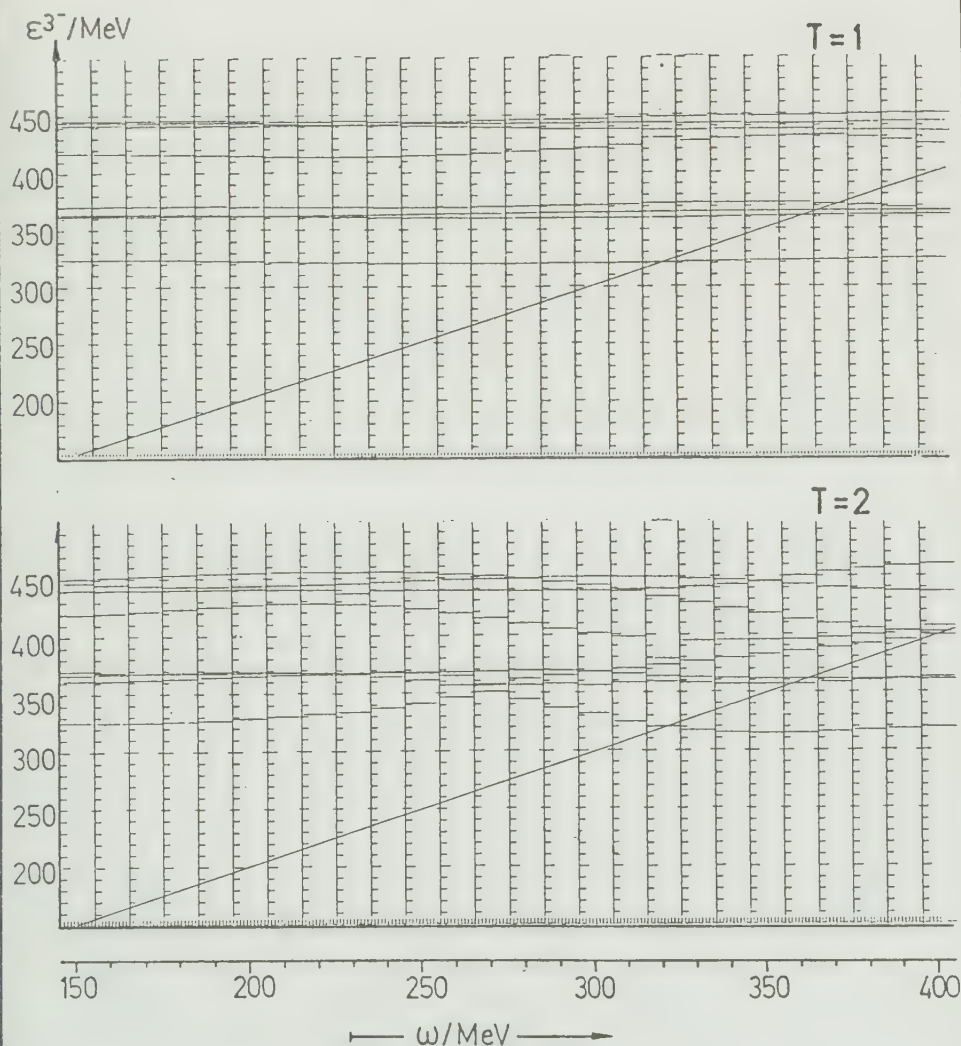


Fig. B 5.2/ 7h

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für ($J^\pi = 3^-$, $T=1,2$)

$4^+ \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

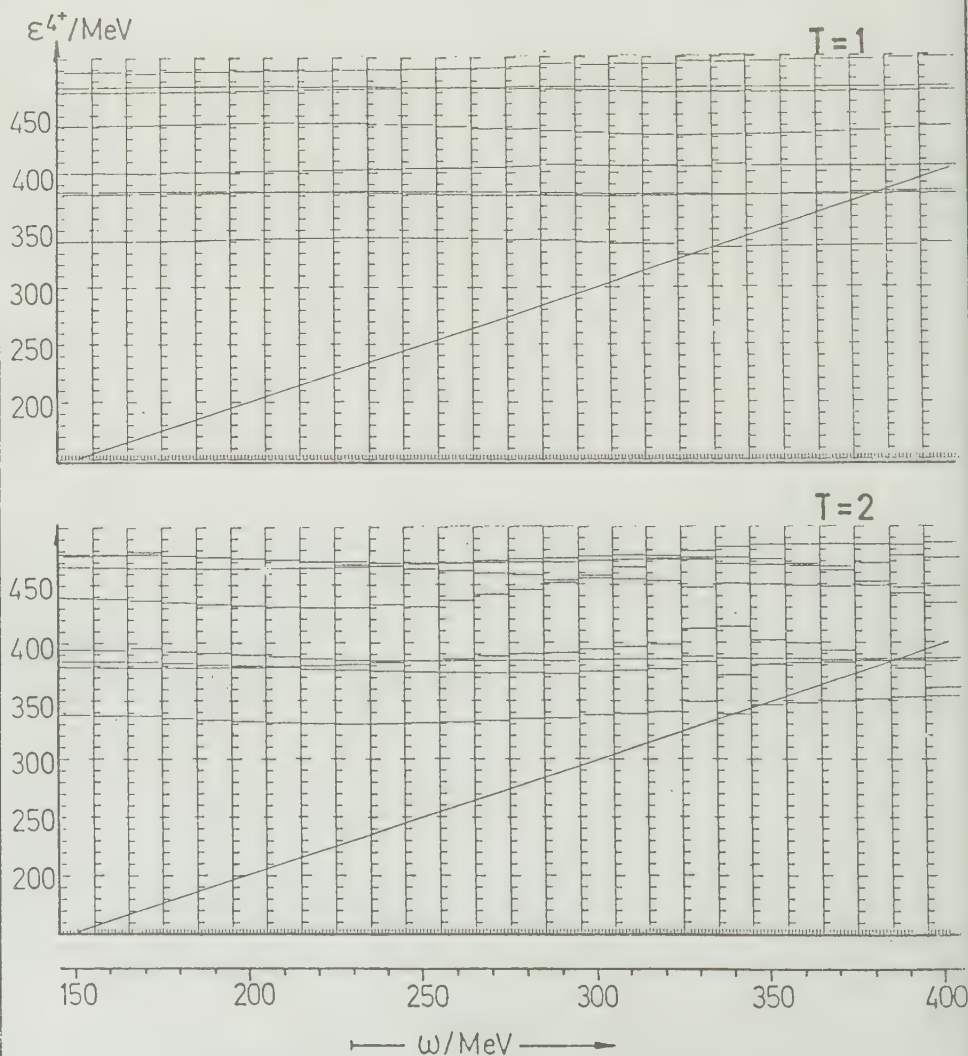


Fig. B 5.2/ 7i

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für $(J^\pi = 4^+, T=1,2)$

$4^- \Delta N$ SPECTRA / ENERGY EXCITATION ENERGY DEPENDENCE

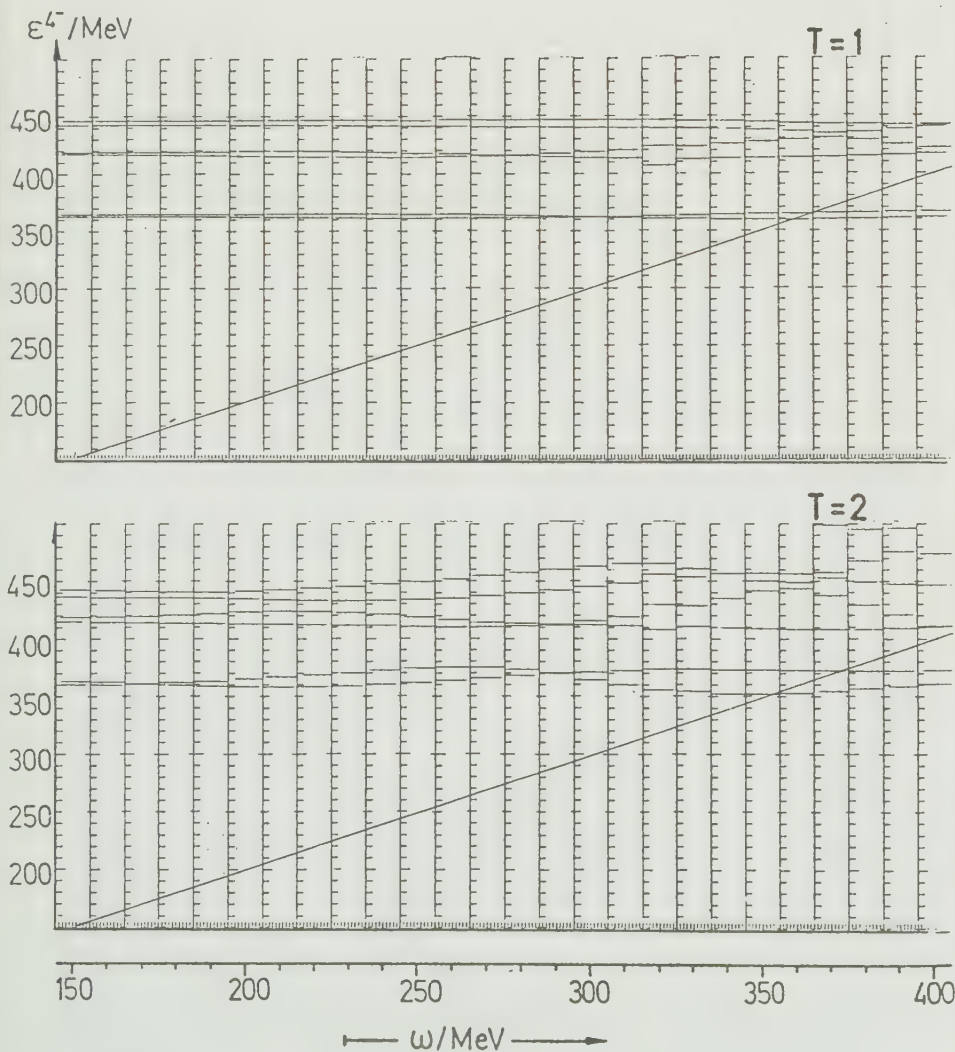
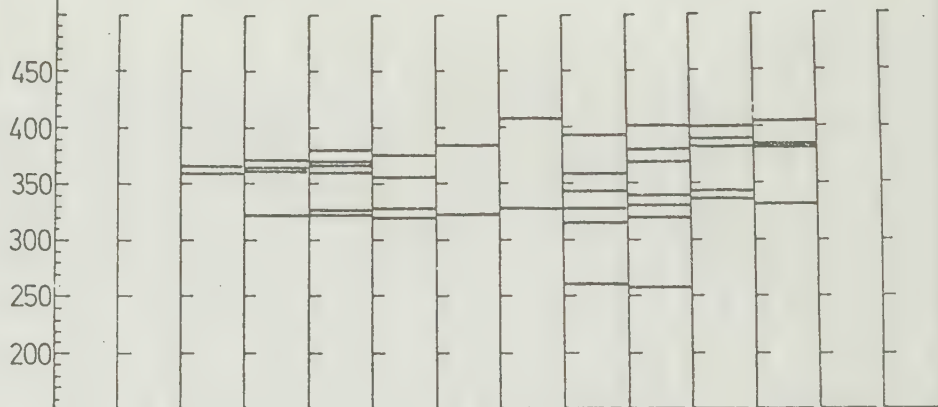


Fig. B 5.2/ 7j

Analog Fig. B 5.2/ 7a, jedoch für $(J^\pi = 4^-, T=1,2)$

ΔN RESONANCE SPECTRA/ ENERGY

$E_{J^\pi}^T / \text{MeV}$



T

1

J^π 6^- 5^- 4^- 3^- 2^- 1^- 0^- 0^+ 1^+ 2^+ 3^+ 4^+ 5^+ 6^+

T

2



Fig. B 5.2/ 8
Delta-Nukleon Resonanzspektrum

- deutlich unterschiedliche Gestalt zeigen die Delta-N Spektren beim Vergleich zwischen dem T=1 und T=2 Kanal. Im T=1 Kanal ist das spektrale Pattern viel weniger strukturiert als für T=2 Moden; deutliche Energieabhängigkeit zeigt sich für T=1 Spektralniveaus nur für 2+ und 1+ Moden.

Wie gezeigt sind die Delta-Nukleon Spektralenergien nicht eindeutig festgelegt, sondern energieabhängig. Wie bringt man diese Situation in Zusammenhang mit energetisch wohl-lokalisierten und experimentell verifizierbaren Resonanzen? Wo liegt die tiefste Delta-Nukleon $J^P=2^+, T=1$ Resonanz? Es gibt viele Möglichkeiten, Resonanzen zu definieren. Im Rahmen der Theorie bringt man in einer sehr allgemeinen Definition Resonanzen in Verbindung mit Polstellen der S-Matrix (und dementsprechend der T-Matrix). Die T-Matrix ist nach Kapitel B1 gegeben durch:

$$T = \sum_{\mu} \frac{\langle f | L^+ | \mu \rangle \langle \mu | L | i \rangle}{\omega - \epsilon_{\mu}} \quad (\text{B 5.2/ 3})$$

Es ist unmittelbar einsichtig, daß eine T-Matrix dieser Form einen Pol in der komplexen Energieebene besitzt, wenn der Energienenner verschwindet:

$$\omega - \epsilon_{\mu}(\omega) = 0 \quad (\text{B 5.2/ 4})$$

ω bezeichnet den komplexen Energieparameter, ϵ_{μ} ist ein komplexer Energieeigenwert. Der Imaginärteil des Eigenwertes repräsentiert die Breite des Niveaus. Bei Einschränkung der Energie auf den physikalischen Bereich (ω reell) erreicht man den kleinsten Nenner und damit die größte Variation der T-Matrix für verschwindenden Realteil des obigen Ausdrucks. Es ist üblich, in diesem Fall von einer Resonanz zu sprechen und die Resonanzenergie ω_{res} festzulegen

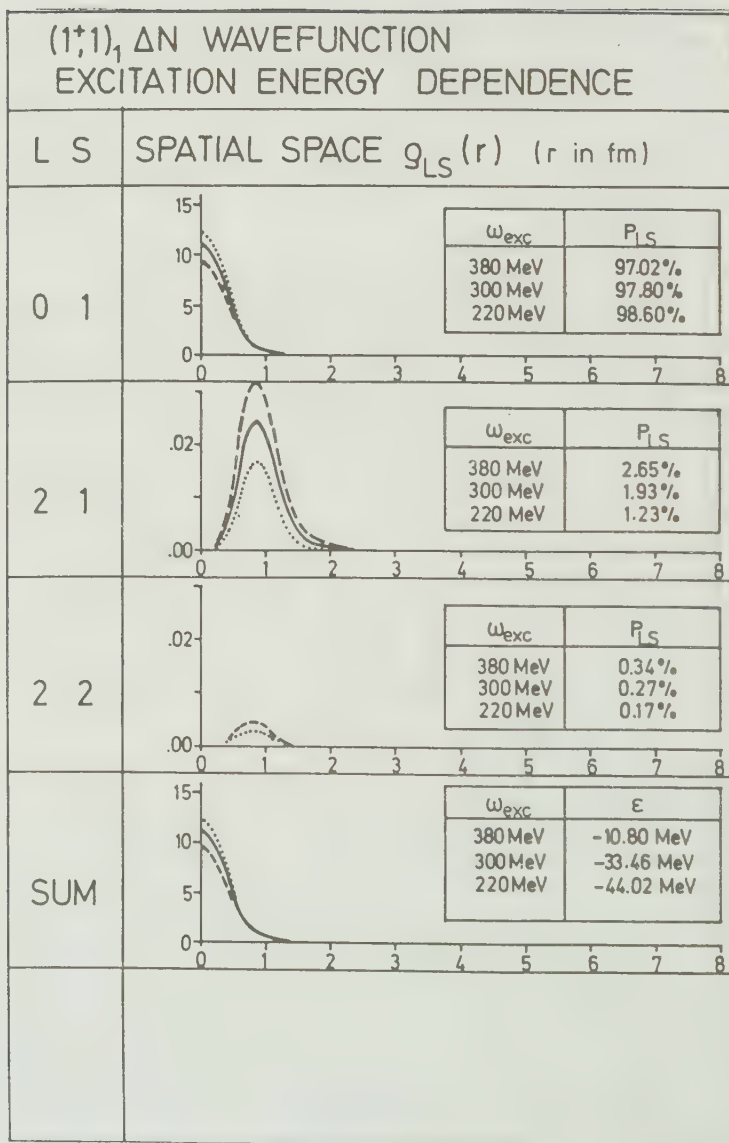


Fig. B 5.2/ 9a

Energieabhängigkeit der Delta-Nukleon Partialdichten des tiefsten (J^P, T)=(1⁺,1)-Modes: 220 MeV:....., 300 MeV:——, 380 MeV:-----.

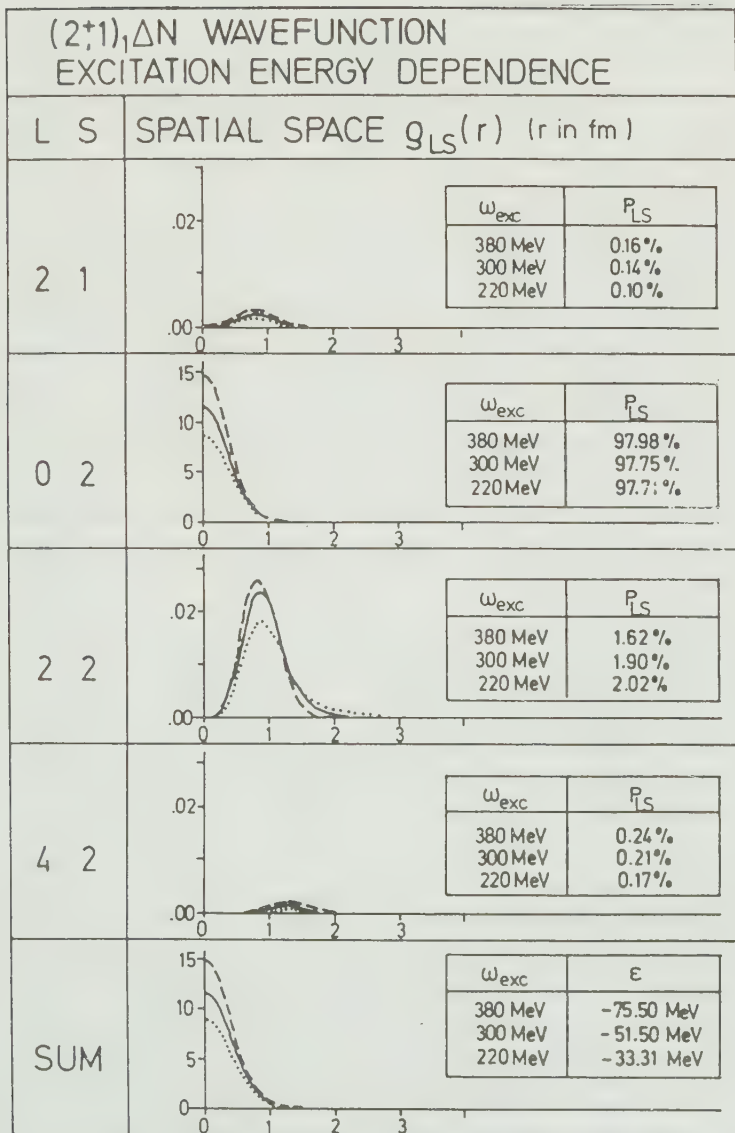


Fig. B 5.2/ 9b

Wie Fig. B 5.2/ 9a, jedoch für $(J^\pi, T) = (2^+, 1)$

durch die Bedingung:

$$\omega_{\text{res}} - \text{Re} \left\{ \epsilon_{\mu}(\omega_{\text{res}}) \right\} = 0 \quad (\text{B 5.2/ 5})$$

Auf diese Weise wird eine Resonanz auf der Ebene der Delta-Nukleon-Spektren definiert, wobei natürlich offen bleiben muß, ob sie auch in einer Reaktion, beispielsweise mittels Argand-Plots zu identifizieren sein wird.

In vorliegendem Fall bietet sich an, diese Bestimmungsgleichung (B5.2.5) unter Zuhilfenahme der Figuren B 5.2/ 7 graphisch zu lösen. Die Zusammenfassung all dieser Lösungen liefert das Delta-N Resonanzspektrum (Figur B 5.2/ 8).

Für die beiden exponierten Delta-Nukleon Moden sind die Partialdichten in den Figuren B 5.2/ 9a und b für drei Anregungsenergien angegeben. Bei Variation der Anregungsenergie bleibt die L,S Gewichtung im wesentlichen erhalten; es kommt zu Verschiebungen um weniger als 1%. Auch die räumliche Verteilung ist gegenüber Energievariation relativ stabil.

5.2.2 ABHÄNGIGKEIT VON INPUTDATEN

Es ist a priori nicht klar, welche Werte für Kopplungskonstanten oder Cut-off Massen einzusetzen sind. Aus Fits an Niederenergie N-N Streudaten lassen sich verschiedene Datensätze extrahieren, die über das Quarkmodell auf ΔN und $\Delta\Delta$ übertragen werden können. Drei streuphasenäquivalente Datensätze, wie sie für das Nukleon-Nukleon-System von Holinde und Machleidt (Hol 81) angegeben werden, sind im folgenden in auf Delta-Nukleon Wechselwirkung extrapolierte Form, als Input verwendet worden. Sie werden mit Hol 1/2/3 abgekürzt. Nähere Erläuterungen zu diesen Datensätzen finden sich im Anhang X1. Hier soll nun untersucht werden, wie sich diese Unsicherheiten in elementaren Inputparametern auf Delta-Nukleon Spektren auswirken.

Zuerst ein Vergleich der drei Holinde-Datensätze für J-

ΔN SPECTRA INPUT DATA DEPENDENCE

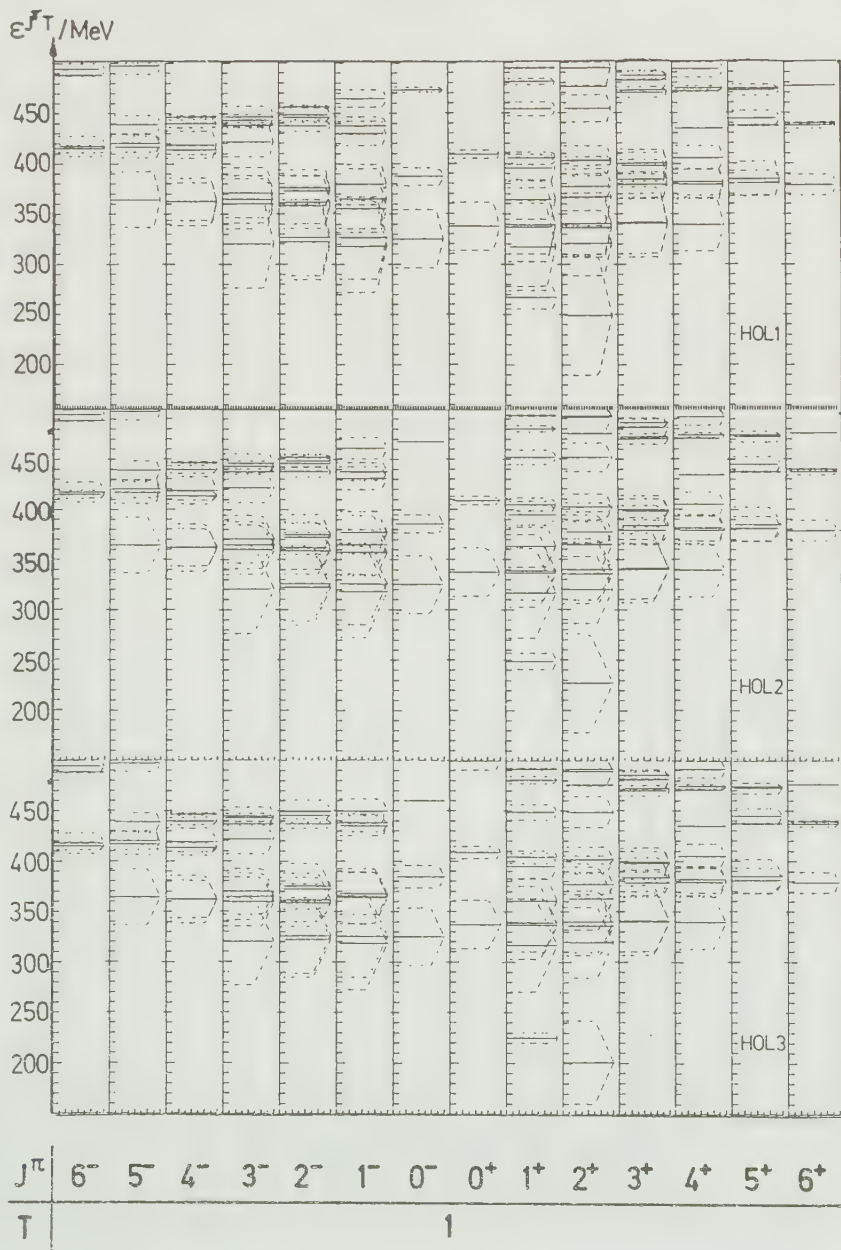


Fig. B 5.2/10
Abhängigkeit der Delta-Nukleon $T=1$ Spektren von
den Inputdatensätzen HOL 1,2,3.

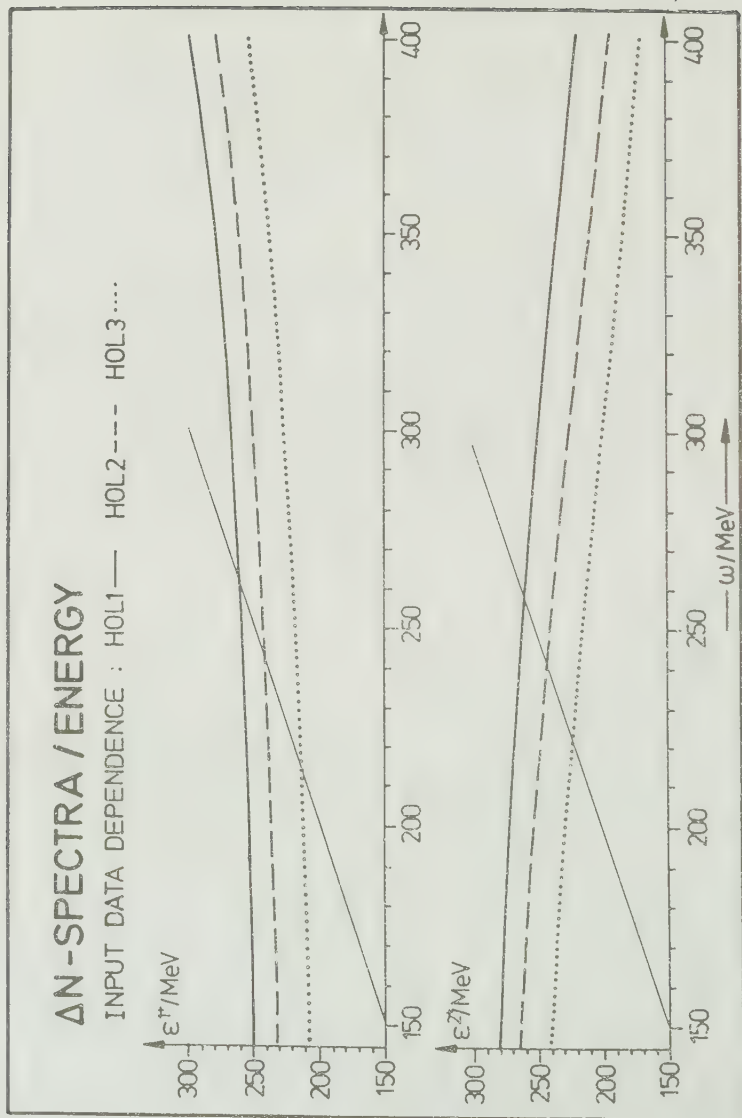


Fig. B 5.2/11
 Abhängigkeit der energetischen Lage des tiefsten Delta-Nukleon $J^{\pi} = 1^{+}$ und 2^{+} $T=1$ -
 Modes für die Inputdatensätze HOL 1, 2, 3 im Anregungsenergiebereich zwischen 150
 und 400 MeV.

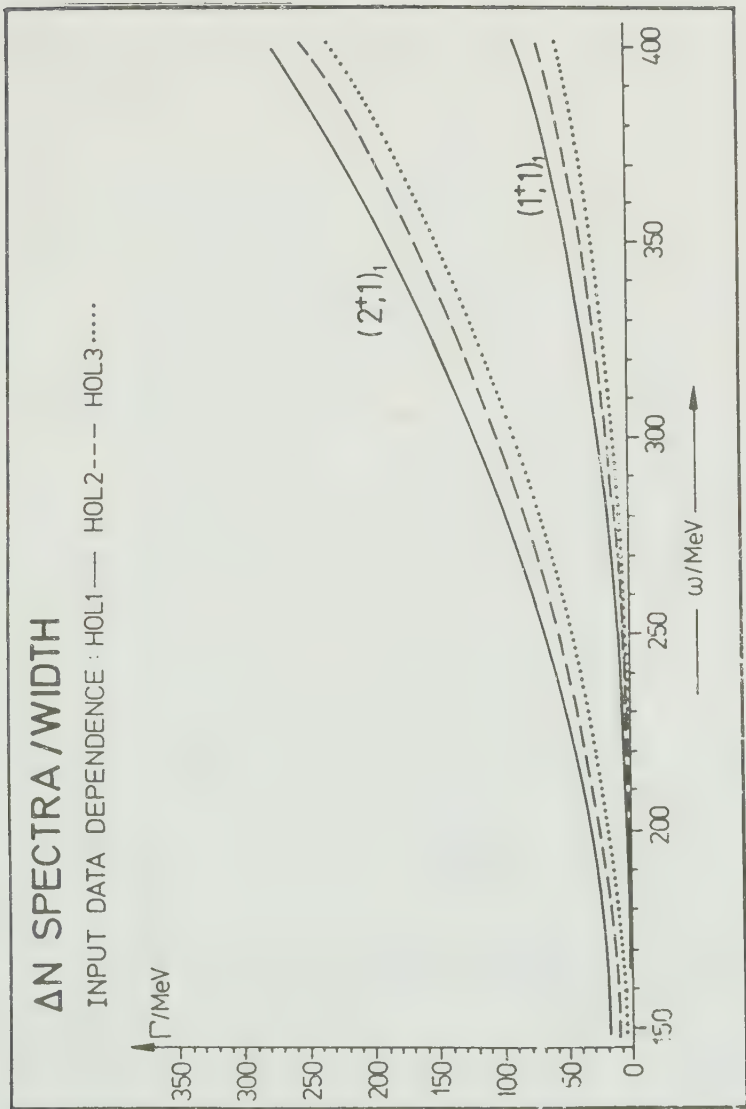


Fig. B 5.2/12
 Abhängigkeit der Breite des tiefsten Delta-Nukleon $J^{\pi} = 1^{+}$ und 2^{+} $T=1$ Modes für
 Inputdatensätze HOL 1, 2, 3 im Anregungsenergiebereich zwischen 150 und 400 MeV.

Werte von 0 bis 6 ($T=1$) bei einer Anregungsenergie von 300 MeV (vergleiche Figur B5.2/10): Nur im tiefsten 1^+ und 2^+ Spektralzustand werden deutlich Unterschiede erkennbar, sowohl was die energetische Lage als auch die Breite der Eigenmoden betrifft. Deshalb sollen diese Delta-Nukleon Moden gesondert auf ihr Verhalten bei Variation der Anregungsenergie untersucht werden (vergleiche Figur B5.2/11). Für beide Spektralzustände läßt sich festhalten, daß Holinde 1 Potentiale stets zu schwächster und Holinde 3 Potentialparameter zu stärkster Attraktion führen. Der Unterschied in der (Quasi) Bindungsenergie beträgt im gesamten Energiebereich von 150 MeV bis 400 MeV Anregungsenergie von Datensatz zu Datensatz ca. 20 MeV. Somit ergibt sich eine Resonanzposition zwischen 215 MeV und 260 MeV für den 1^+ und für den 2^+ zwischen 225 MeV und 260 MeV.

In Figur B 5.2/12 sind die zugehörigen Breiten für 1^+ und 2^+ im diskutierten Energiebereich aufgetragen. 1^+ und 2^+ werden deutlich diskriminiert: der 2^+ Spektralzustand ist wesentlich breiter, bedingt durch den Einfluß des OBE-Austauschbeitrags. Die Variation der Inputparameter wirkt sich gleichartig und im gesamten betrachteten Energiebereich einheitlich auf beide Delta-Nukleon Moden aus: der Holinde 1 Datensatz liefert die größte Breite, der Holinde 3 Datensatz die kleinste. Der Unterschied beträgt bei einer Anregungsenergie von 300 MeV 30 MeV für den 2^+ (Breite 120 MeV für HOL 1) und 10 MeV für den 1^+ Zustand (Breite 25 MeV für HOL 1). Die Wellenfunktion, repräsentiert durch Partialdichten, ist in Figur B 5.2/13 für die diskutierten Datensätze dargestellt. Auch hier sollen wieder $J^P, T=1^+, 1$ und $2^+, 1$ Spektralzustände untersucht werden; die Anregungsenergie beträgt 300 MeV. Es fällt sofort die große Stabilität in den Dichteverteilungen auf. Die prozentualen Beiträge zu verschiedenen L-S Komponenten werden nur um etwa 2% verändert. Bei gleicher Spinquantenzahl werden in der Reihenfolge Holinde 1,2,3 sukzessive die Partialdichten mit höherem L-Wert zugunsten der L=0 Komponente reduziert. Die L=0 Dichten werden im Bereich von 0 fm bis 5 fm modifiziert.

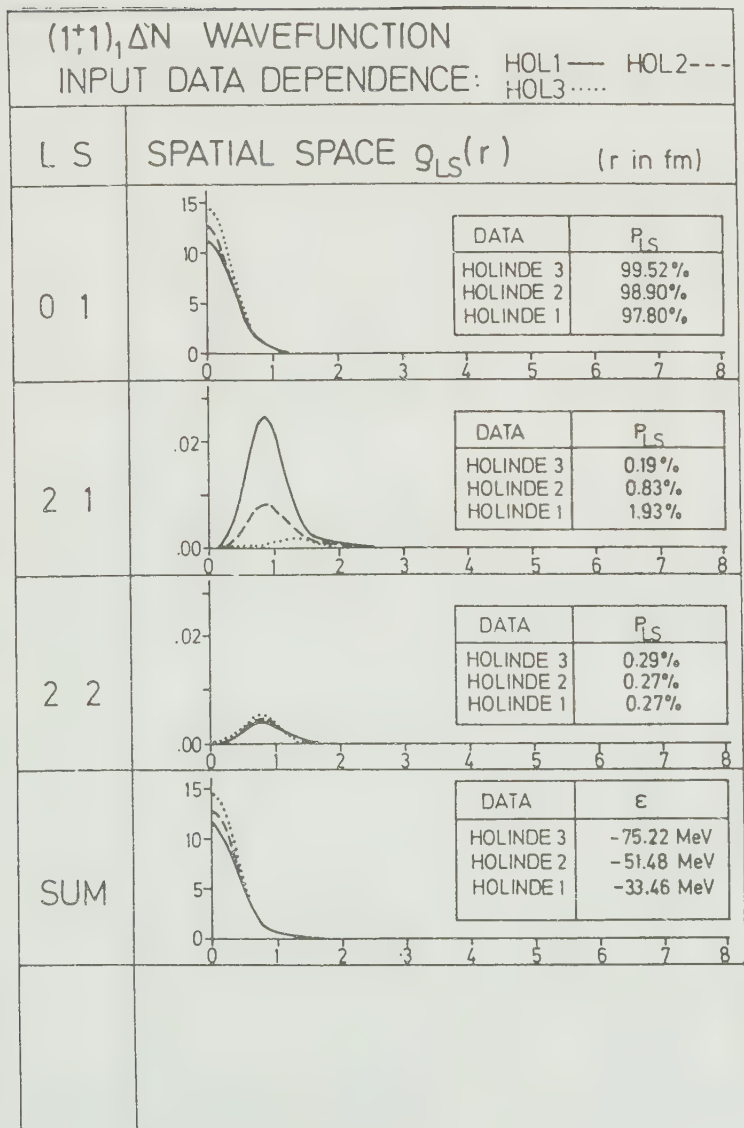


Fig. B 5.2/13a

Abhängigkeit der Partialdichten des tiefsten Delta-Nukleon $J^{\pi} = 1^+ T=1$ Spektralmodes von HOL 1, 2, 3 bei einer Anregungsenergie von 300 MeV.

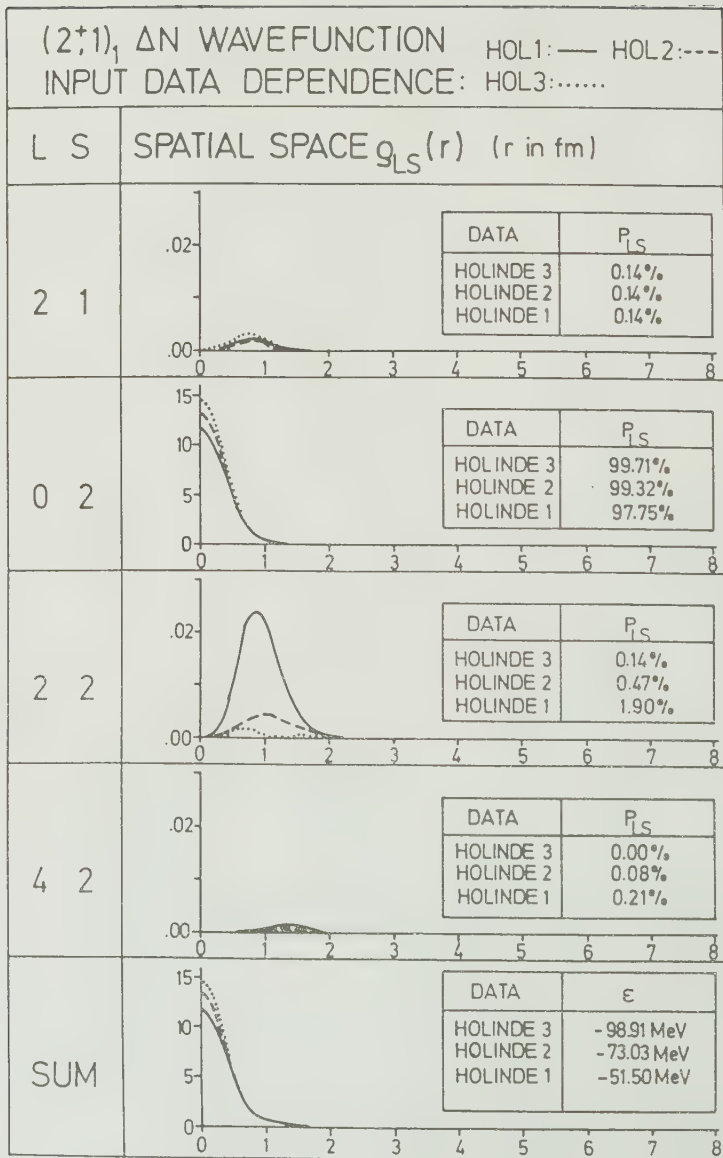


Fig. B 5.2/13b

Analog Fig. B 5.2/13a, jedoch für $J^{\pi} = 2^{+} T=1$

Als charakteristisches Ergebnis zeigt sich:

Die durch Inputparameter bedingten Unsicherheiten in der Bestimmung der Resonanzenergie für die exponiertesten Delta-N Moden ($J^{\pi}, T=1+, 1; 2+, 1$) liegen in der Größenordnung von 50 MeV. Für jede der beiden tiefliegenden $1+$ und $2+$ Spektralzustände ist festzustellen, daß stärkere Bindung zu Reduktion in der Breite führt. Die beiden tiefsten $1+$ und $2+$ $T=1$ Spektralzustände werden bei stärkerer Bindung immer reinere $L=0$ Moden.

5.2.3 MODELLABHÄNGIGKEIT

Unter Modell soll in diesem Zusammenhang verstanden werden, welcher Grad der Approximation bei der Formulierung der Delta-Nukleon Wechselwirkung gewählt wurde. Im wesentlichen handelt es sich dabei strukturell um vier Versionen der Wechselwirkung in bezug auf die Berücksichtigung offener Kanäle. Ausgangspunkt ist stets die OBE ΔN -Wechselwirkung

- 1) Das QA - Modell (Quasifreie Breite + Absorption) berücksichtigt OBE-, absorptions- und quasifreie Potentialbeiträge
- 2) Das Q0 - Modell (Quasifreie Breite + keine ($=0$) Absorption) geht aus von OBE- und quasifreien Potentialbeiträgen; der Absorptionskanal wird nicht explizit in die Wechselwirkung aufgenommen.
- 3) Das FA - Modell (Freie Breite + Absorption) enthält strukturell OBE- und Absorptionsbeiträge, der Delta-Zerfall wird auf der Basis des freien Delta-Zerfalls, das heißt zustandsunabhängig, mitgenommen.

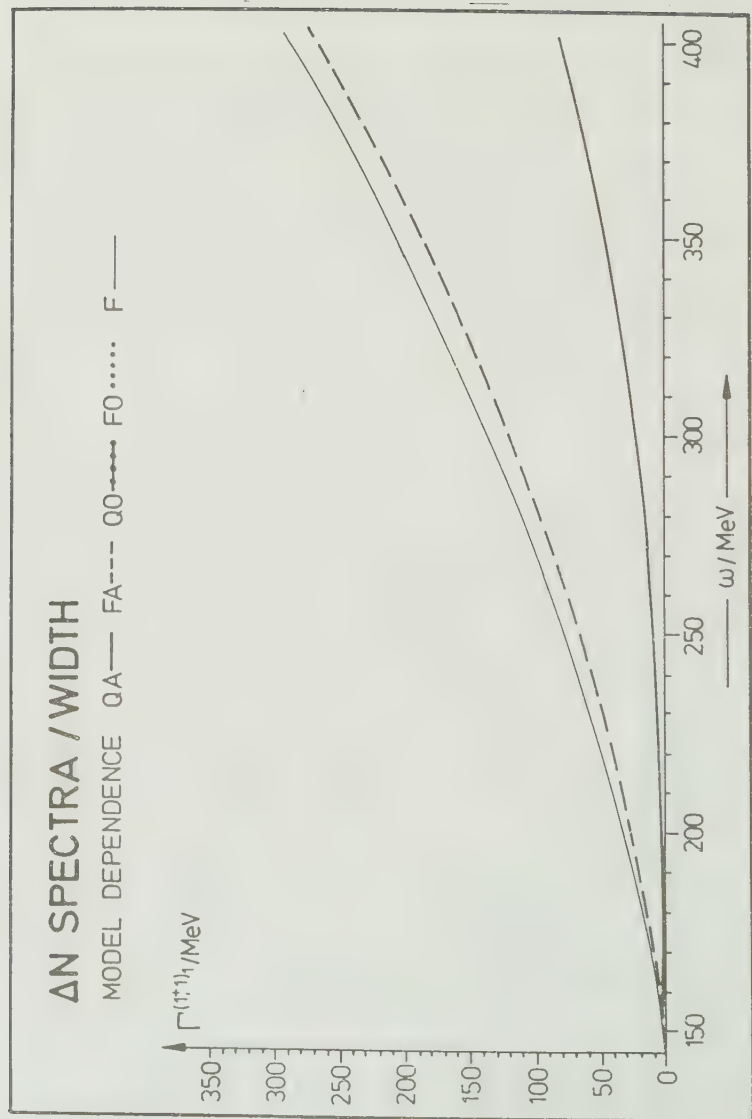


Fig. B 5.2/14a
 Modellabhängigkeit der Breite des tiefsten Delta-Nukleon $j^{\pi} = 1^+ T=1$ Spektralmodos im Anregungsenergiebereich zwischen 150 und 400 MeV. Die Modelle, bezeichnet mit F0, FA, Q0, QA sind im Text erläutert. Zusätzlich ist die freie Breite (F - vergleiche Kapitel B4.4) angegeben.

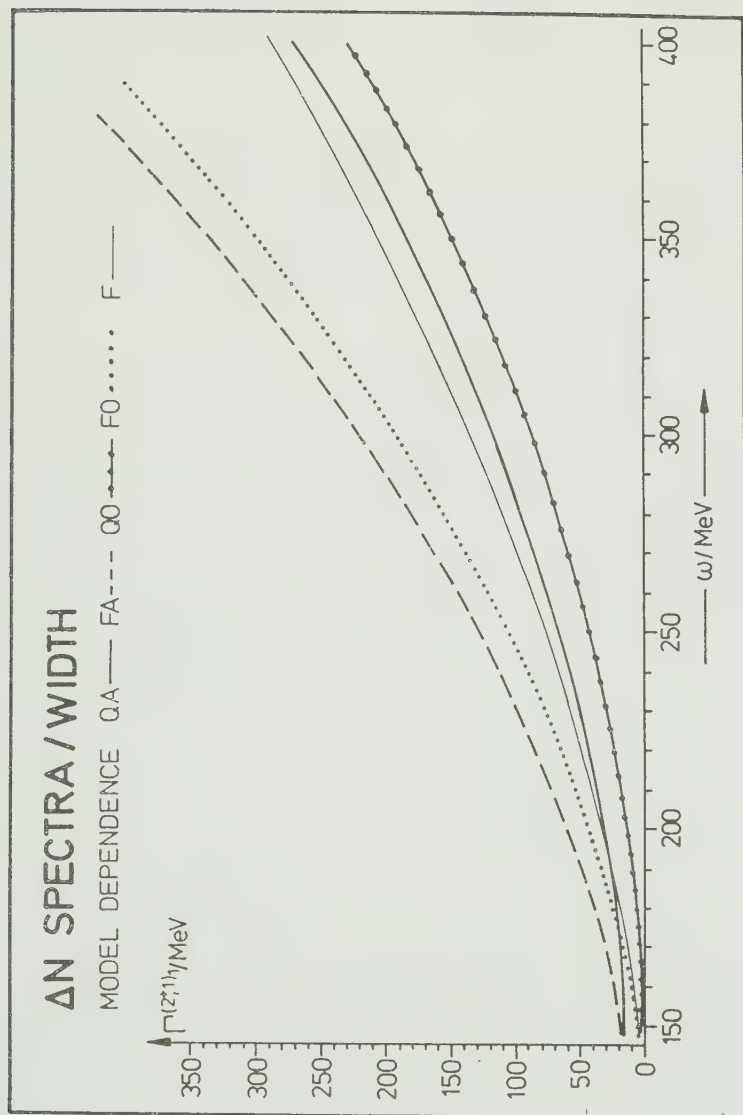


Fig. B 5.2/14b
Analog Fig. B 5.2/14a, jedoch für $J^{\pi} = 2^{+} T = 1$

- 4) Dem FO - Modell (Freie Breite + keine (=0) Absorption) liegt ein OBE-Potentialmodell zugrunde. Die übrigen Zerfallskanäle werden in der freien Delta-Breite subsummiert.

Alle Einzelbeiträge sind im Kapitel B4 ausführlich dargestellt. $J^\pi=1^+$, $T=1$ Delta-Nukleon Moden können nicht an den N-N Absorptionskanal ankoppeln; insofern kann in diesem Fall nur QA (=Q0) Modell und FA (=FO) Modell verglichen werden. Für 2^+ Moden ist dagegen ein Vergleich aller Potentialansätze möglich.

Da alle Modellvarianten sich nur durch ihre Behandlung offener Kanäle unterscheiden, sollen zuerst die Auswirkungen auf die Breitenstruktur des Delta-Nukleon Spektrums aufgezeigt werden. Dies geschieht in Figur B 5.2/14a für den tiefsten $J^\pi=1^+$ und in Figur B 5.2/14b für dem entsprechenden $J^\pi=2^+$ Spektralzustand im $T=1$ Kanal. Die Ankopplung an den Pion Nukleon Nukleon Kanal wird formal durch zwei Graphen beschrieben. Zu einem durch den OBE-Austausch Term der in allen Fällen unverändert bleibt. Der aus ihm resultierende Breitenbeitrag ist zustandsabhängig. Einer Reduktion im Fall des $J^\pi=1^+$ steht eine Vergrößerung der Breite für den $J^\pi=2^+$ Zustand gegenüber. Zum andern durch den dem elementaren Delta-Zerfall ($\Delta \rightarrow \pi N$) analogen Prozess im $B=2$ System ($\Delta N \rightarrow \pi NN$). Bei der Beschreibung dieses Potentialbeitrags bringt für den 2^+ Zustand der Übergang von der Verwendung der elementaren Breite zur quasifreien Approximation eine gravierende Reduktion (FO-Breite: 180 MeV; Q0-Breite: 90 MeV). Vergleicht man die beiden Kanäle Nukleon-Nukleon und Pion-Nukleon-Nukleon, so zeigt sich, daß der Pion-Nukleon-Nukleon Kanal zur Breite den Löwenanteil liefert, obwohl seine Schwelle bei 140 MeV liegt. Für eine Anregungsenergie von 300 MeV ist der absorptive Breitenbeitrag 30 MeV, unabhängig von der verwendeten Pion-Nukleon-Nukleon Kanal Beschreibung. Der Einfluß solcher Modellstrukturen auf das Spektrum ist für eine Anregungsenergie von 300 MeV in Figur B 5.2/15a, b dargestellt. Es zeigt

ΔN SPECTRA / ENERGY MODEL DEPENDENCE

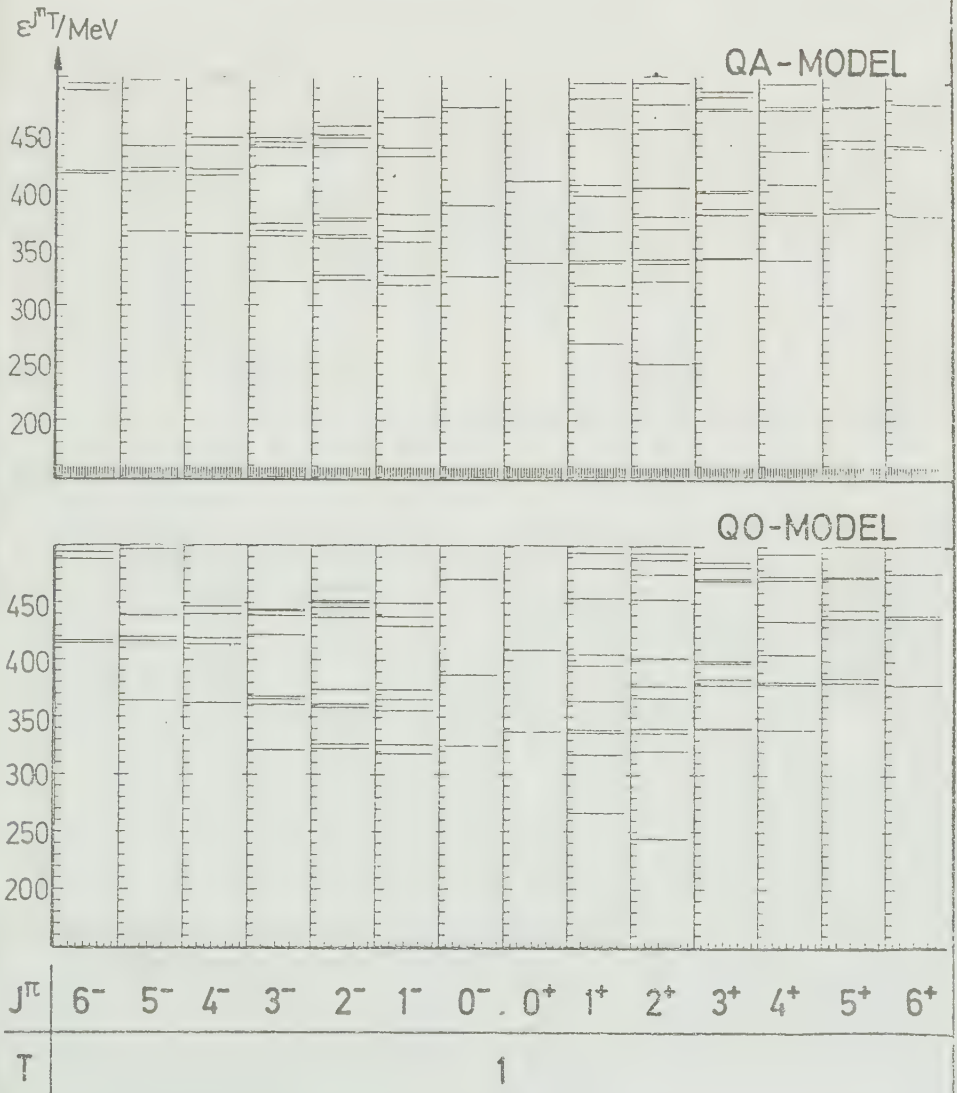
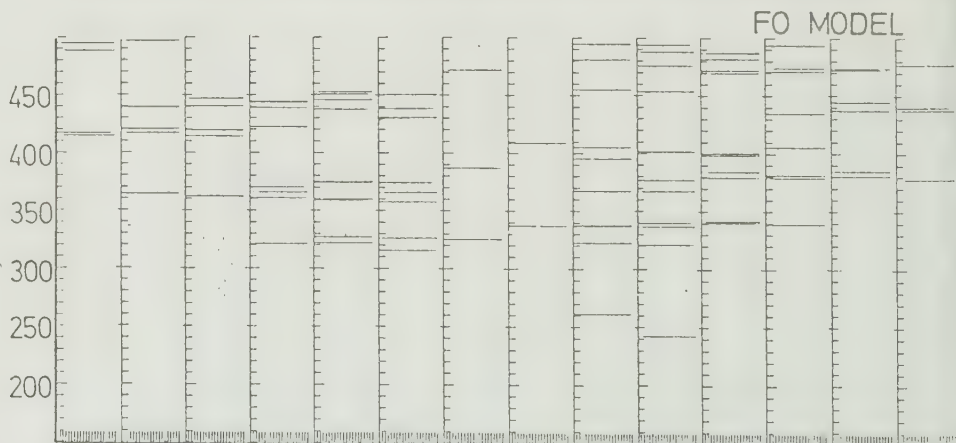


Fig. B 5.2/15a

Delta-Nukleon $T=1$ Energiespektrum ($\omega = 300$ MeV) für die Modelle QA und QO (Erläuterung siehe Text).

ΔN SPECTRA / ENERGY MODEL DEPENDENCE



J^{π}	6 ⁻	5 ⁻	4 ⁻	3 ⁻	2 ⁻	1 ⁻	0 ⁻	0 ⁺	1 ⁺	2 ⁺	3 ⁺	4 ⁺	5 ⁺	6 ⁺
T								1						

Fig. B 5.2/15b

Delta-Nukleon T=1 Energiespektrum ($\omega=300$ MeV) für die Modelle FA und FO (Erläuterung siehe Text).

sich kaum eine Änderung der spektralen Verteilung. Um Veränderungen, die durch Energievariation bewirkt werden in ihrer Auswirkung auf das Delta-Nukleon Spektrum abzuschätzen werden die tiefsten 1^+ und 2^+ Moden im $T=1$ Kanal untersucht, für die man die größte Sensitivität erwartet (vergleiche Figur B 5.2/16).

Obwohl nur der Imaginärteil des Delta-Nukleon Potentials in den verschiedenen Potentialvarianten affiziert ist, zeigt sich auch eine Auswirkung auf den Realteil des Eigenwertes, also auf die energetische Lage der Spektralniveaus:

Die Ankopplung an offene Kanäle hebt Spektralzustände energetisch an.

- Der Bindungseffekt wird beim Übergang von einer freien zu einer quasifreien Beschreibung des elementaren Delta-Zerfalls abgeschwächt.
- Die Berücksichtigung des Absorptionskanals wirkt sich stärker aus als die unterschiedliche Beschreibung des elementaren Delta-Zerfallsprozesses.
- Die verschiedenen Potentialmodelle werden mit wachsender Anregungsenergie stärker differenziert; Energieniveaus werden maximal um 30 MeV ($\omega = 400$ MeV) verschoben; die sich ergebenden Unsicherheiten für die Resonanzpositionen liegen im 10 MeV-Bereich.

Als wesentlicher Effekt der Absorption zeigt sich also:

Die Ankopplung an offene Kanäle reduziert die Attraktion des Potentials; die Auswirkungen auf das Spektrum sind jedoch vergleichsweise gering.

Ebenfalls klein sind die Auswirkungen verschiedener Modellvarianten auf die Wellenfunktion. Zwischen unterschiedlichen L-S Beiträgen findet eine Umgewichtung im 1%-Bereich statt (vergleiche Figur B 5.2/17). Ferner ist nicht verwunderlich, daß die Absorption der Konzentration auf eine L-S Kombination entgegenwirkt.

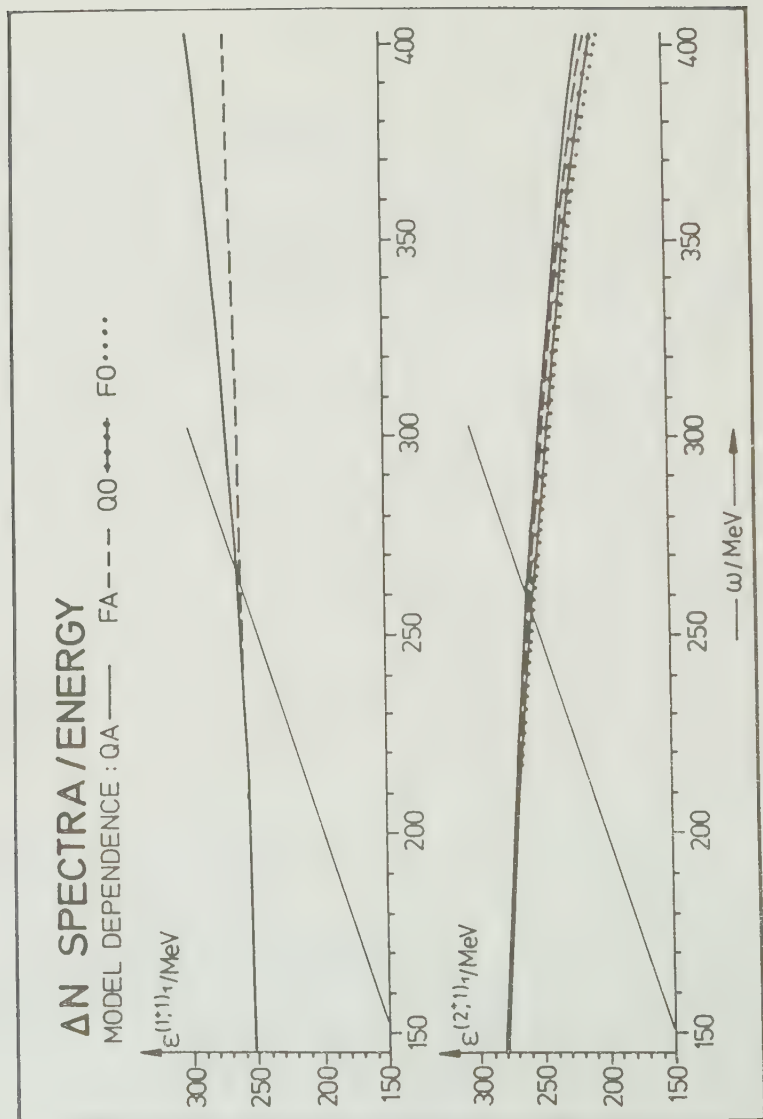


Fig. B 5.2/16
Modellabhängigkeit der energetischen Lage des tiefsten Delta-Nukleon $J^\pi = 1^+$ und 2^+
 $T=1$ Spektralmoden im Anregungsenergiebereich zwischen 150 und 400 MeV.

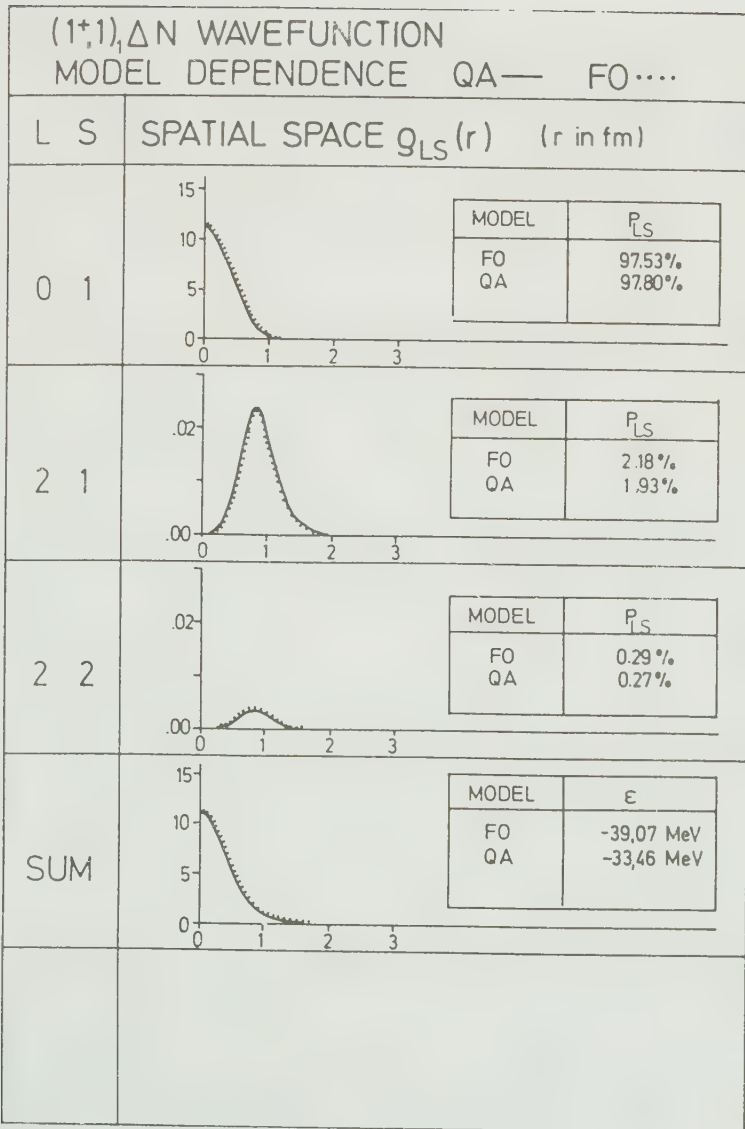


Fig. B 5.2/17a

Modellabhängigkeit der Partialdichten des tiefsten Delta-Nukleon $J^\pi = 1^+ T=1$ Spektralmodes bei einer Anregungsenergie von 300 MeV.

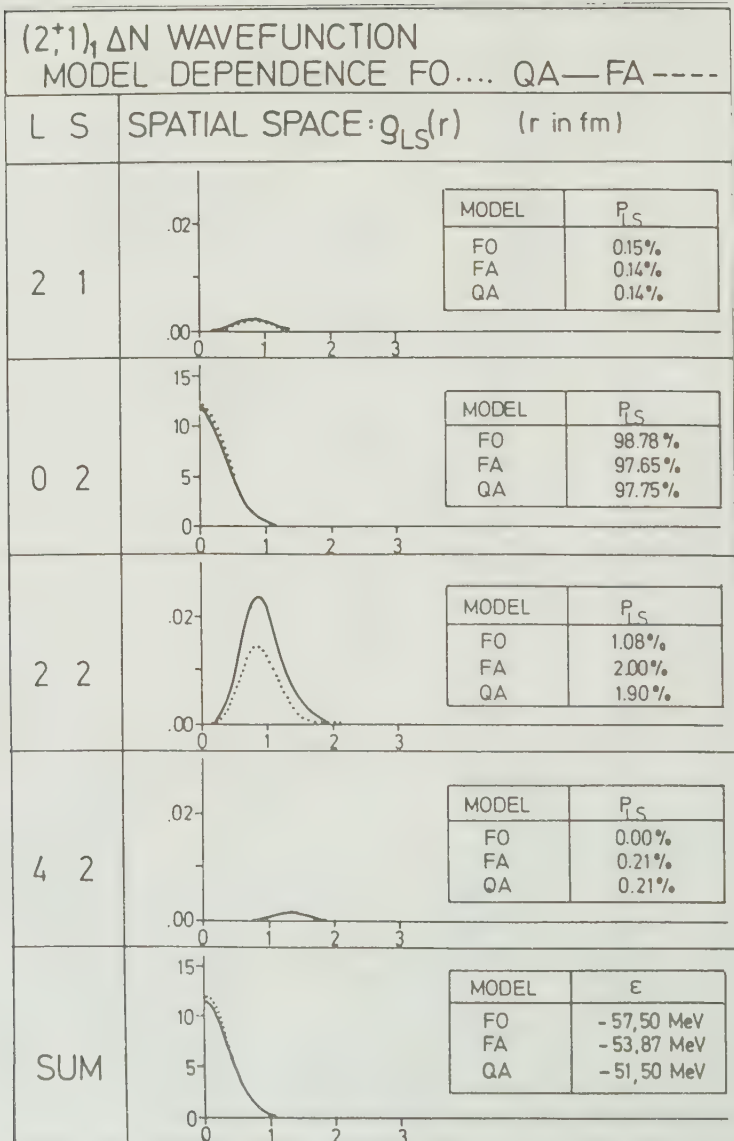


Fig. B 5.2/17b

Analog Fig. B 5.2/17a, jedoch für $J^\pi = 2^+ T=1$

5.2.4 FORMFAKTORABHÄNGIGKEIT

Wie im Abschnitt B4.1.3 ausgeführt, sind verschiedene Typen von Formfaktoren zur Beschreibung der off-shell Ankopplung der Mesonen an die Baryonen möglich. Im folgenden soll der im Kapitel B4.2 auf Potentialniveau begonnene Vergleich auf der Ebene der Spektren fortgesetzt werden. Zur Diskussion stehen:

- Der $M =$ Typ (Monopol, gleicher Cut off), ein vertexbezogener Monopolformfaktor, bei dem die Cut off Massen für Meson-Nukleon-Nukleon und Meson-Delta-Delta Kopplung gleich gewählt werden.
- Der $M \neq$ Typ (Monopol, verschiedener Cut off), ebenfalls von Monopolstruktur, aber mit unterschiedlichen Cut off Massen für Meson-Nukleon-Nukleon und Meson-Delta-Delta Vertex
- Der $P =$ Typ (Pilkuhn, gleicher Cut off), der als Wurzel oder Pilkuhn Formfaktor mit gleichen Meson-Nukleon-Nukleon und Meson-Delta-Delta Parametern aufzufassen ist, d.h. der Formfaktor wirkt als Monopolformfaktor auf das Potential.

Auch hier sollen die beiden $T=1$ Moden $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$ auf Grund ihrer hervorstechenden Rolle im Gesamtspektrum zur Dokumentation benutzt werden. In der Figur B 5.2/18a, b ist für das $1^+/2^+$ Delta-Nukleon Spektrum ein Vergleich oben erwähnter Formfaktoren für die drei Holinde Datensätze aufgeführt. Als Potentialmodell wurde der F_0 -Typ gewählt. Das Ergebnis ist:

- Die Monopolvertexformfaktoren $M =$ und $M \neq$ unterscheiden sich praktisch nicht.
- Der Pilkuhnformfaktor führt zu bedeutend stärkerer Bindung. So kommt beispielsweise das tiefste 1^+ Niveau bei

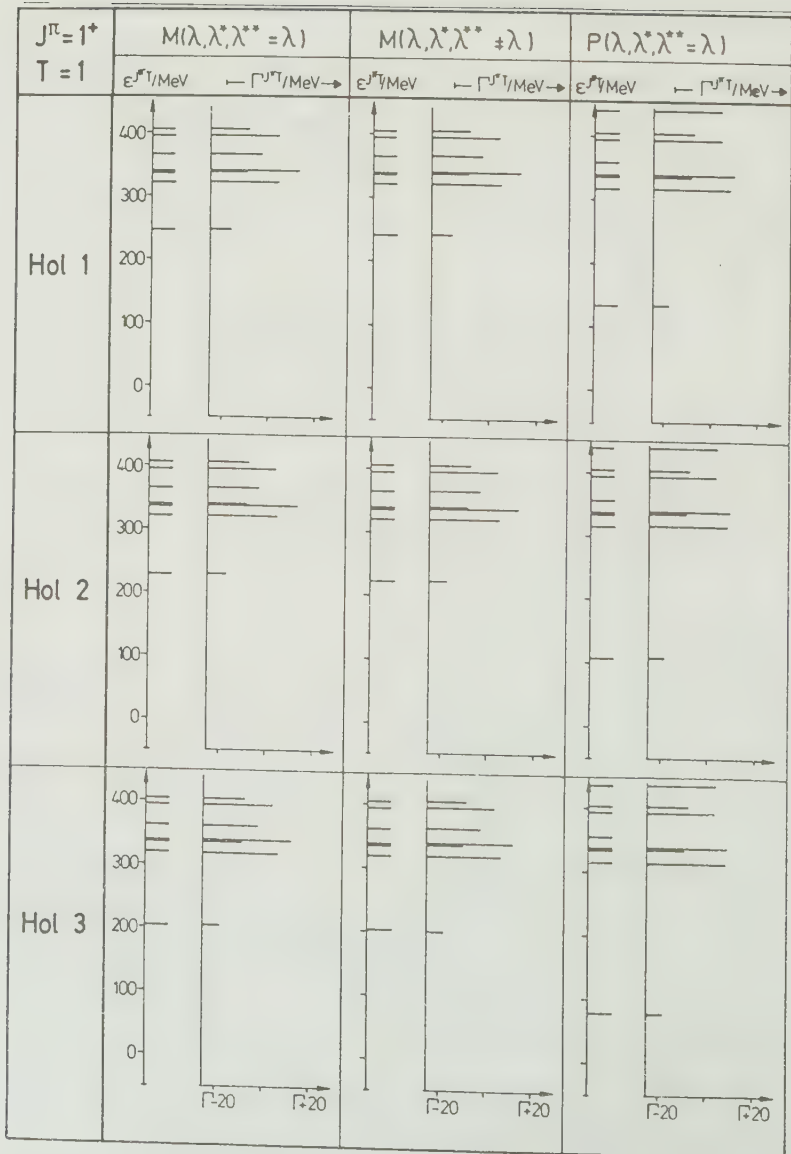


Fig. B 5.2/18a

Abhängigkeit der tiefen $J^\pi = 1^+$, $T=1$ Delta-Nukleon Spektral-
zustände ($\omega = 300$ MeV) von Inputdaten und Formfaktor.

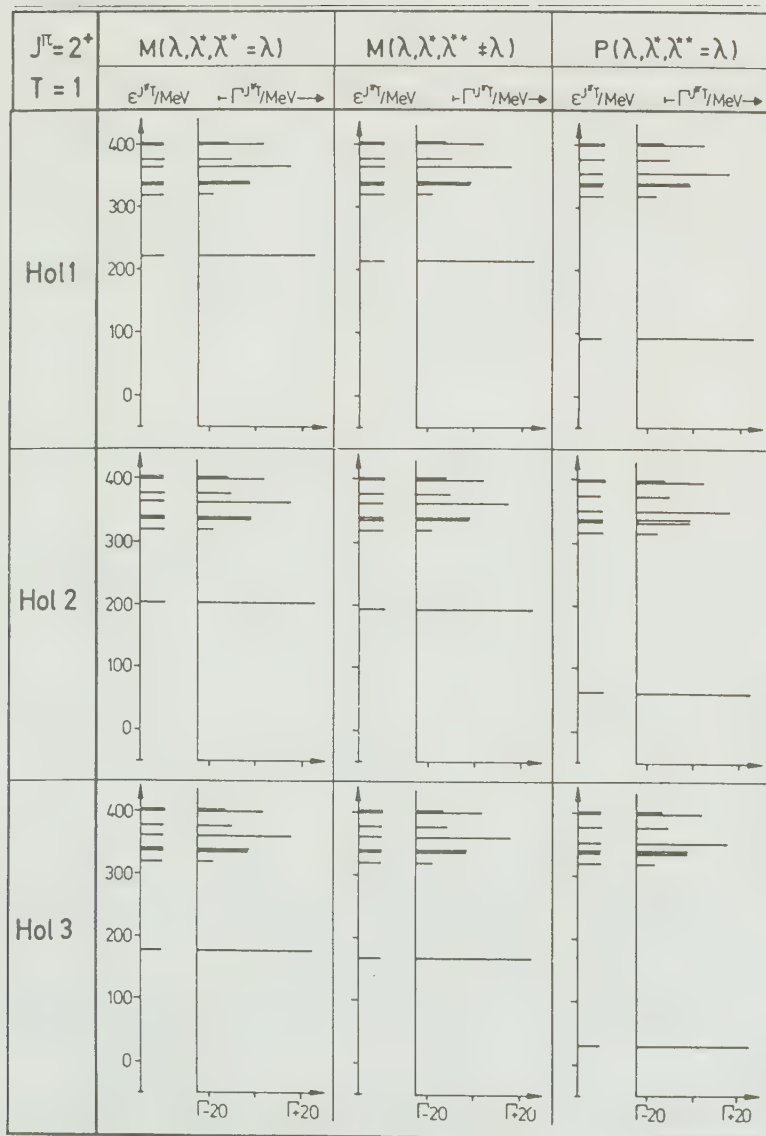


Fig. B 5.2/18b

Analog Fig. B 5.2/18a, jedoch für $J^\pi = 2^+$, $T = 1$

einer Anregungsenergie von 80 MeV, das tiefste $2+$ Niveau sogar nur bei einer Anregungsenergie von 30 MeV über dem Nukleon-Nukleon Grundzustand zu liegen. Dies ist auch auf Grund der Potentialsingularitäten am Ursprung verständlich (vergleiche Figur B 4.2/ 5).

- Der Einfluß der übrigen Inputdaten ist in allen Fällen strukturell gleich.
- Obwohl im zugrundeliegenden Potentialmodell die Imaginärteile identisch sind, unabhängig davon, welcher Formfaktor bzw. welcher Datensatz Verwendung findet, zeigt sich doch, wenn auch nur im geringen Maße, eine unterschiedliche Breitenstruktur. Veränderung der Potentialmatrix auch nur in den Realteilen der Matrixelemente beeinflußt über die Diagonalisierung Realteil und Imaginärteil der Eigenwerte.

Wesentlichstes Ergebnis dieser Diskussion ist also:

Die extrem starke Attraktion bei Verwendung des Pilkuhn-Vertex Formfaktors deutet darauf hin, daß er das Off shell Verhalten der Delta-Nukleon Wechselwirkung in unrealistischer Weise parametrisiert. Er ist daher für quantitative Untersuchungen ungeeignet. Dieses Ergebnis wird erhärtet durch die Tatsache, daß bei Verwendung des Pilkuhn Formfaktors gewisse Selbstenergiediagramme divergieren.

Ganz generell läßt sich für der Formfaktor-Einfluß auf die Wellenfunktion feststellen:

- Die $N = 0$ Komponente ist bei Monopolformfaktoren ausgeprägter als im Fall des Pilkuhnformfaktors; dies gilt für alle drei Datensätze.
- Je ausgeprägter eine L-S Kombination wird, desto stärkere Variationen in der Phase spüren die anderen Komponenten.

5.2.5 ABHÄNGIGKEIT VON MESONISCHEN FREIHEITSGRADEN

Es stellt sich natürlich die Frage, wie die verschiedenen mesonischen Potentialbeiträge die Bindung, d.h. das Spektrum beeinflussen. Um diese Frage zu beantworten, ist auf der Basis des FO Modells ein Vergleich bei vier Energiestützstellen, nämlich bei Anregungsenergien von 200 MeV, 250 MeV, 300 MeV und 360 MeV in der Tabelle B5.2/20 dokumentiert für $J^\pi=1+$ und $J^\pi=2+$ Moden. Mesonen wurden dabei in folgenden Zusammenstellungen berücksichtigt:

- 1) nur das Pion
- 2) Pion und Rho-Meson
- 3) Pion, Rho-, Sigma-, und Omega-Meson
- 4) Pion, Rho-, Sigma-, Omega- und Eta-Meson

Den stärksten Einfluß auf den Realteil der komplexen Eigenwerte (=Spektralenergie) bringen Sigma- und Omega-Meson, und zwar umso massiver, je energetisch tiefer der Spektralzustand liegt. Der summierte Beitrag führt zu starker Attraktion. Die nächststärkste Einflußnahme kommt dem Eta-Meson zu. Zustandsabhängig und weitgehend energieunabhängig wirkt es bindend im Falle des $J^\pi=2+$ und repulsiv im Falle des $J^\pi=1+$ Spektralzustandes.

Auf Grund der gleichen $J^\pi=0-$ Quantenzahl ist nicht verwunderlich, daß der Realteil des π -Austauschpotentials von ähnlicher Bedeutung wie der des η -Mesons ist.

Rho-Mesonen-Beiträge führen nahezu energieunabhängig zu zum Eta-Meson umgekehrten Bindungsverhalten.

Zusammenfassend zeigt sich also:

Für die imaginären Beiträge ist das Pion im OBE-Potential allein und im TBE-Potential dominant verantwortlich. Für die reellen Anteile liefern Sigma und Omega Beiträge die wesentliche Attraktion;

ΔN SPECTRA / ENERGY MESONIC DEGREES OF FREEDOM

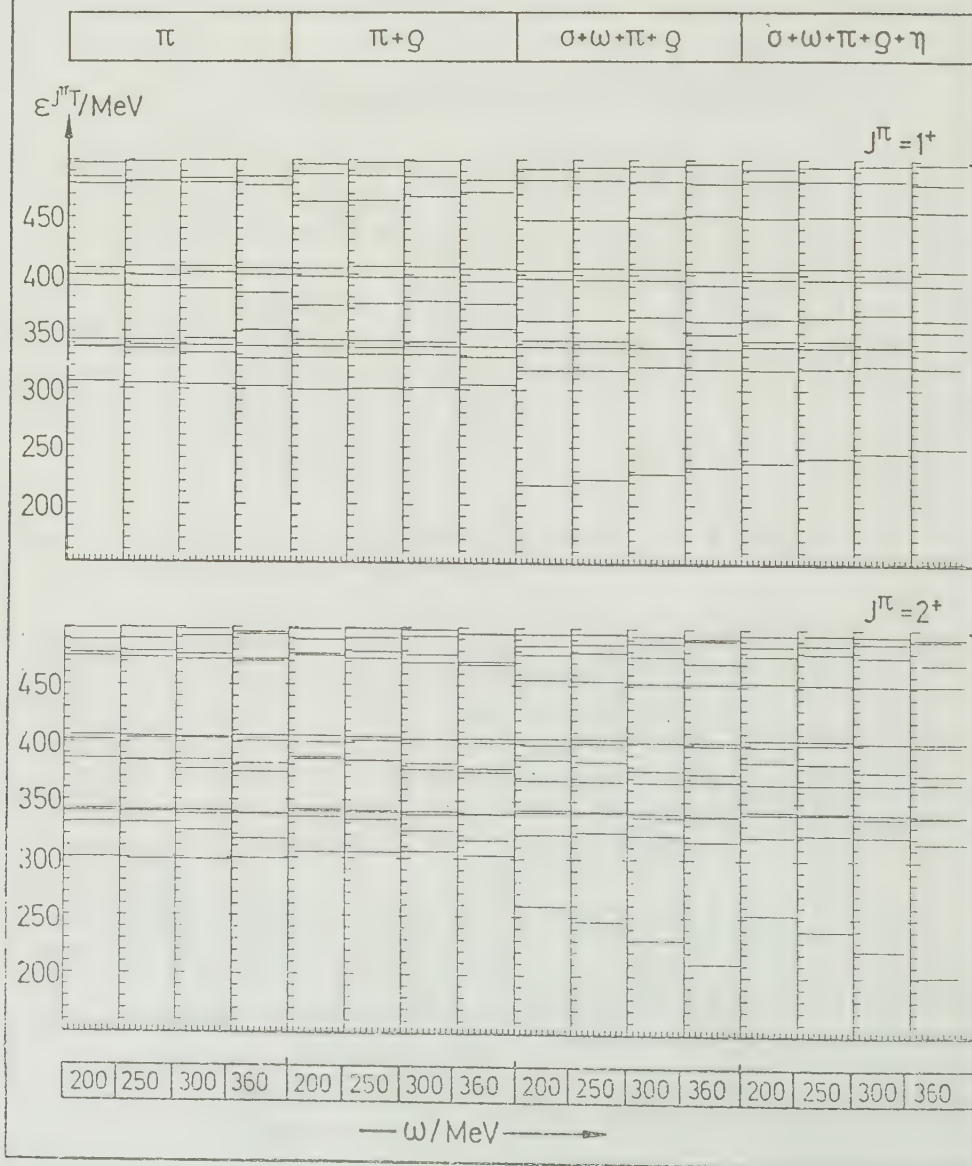


Fig. B 5.2/20
 Abhängigkeit des $J^\pi = 1^+$ und 2^+ , $T=1$ Delta-Nukleon Spektrums von verschiedenen mesonischen Beiträgen. Für die vier Mesonenkonfigurationen π , $\pi + \rho$, $\pi + \rho + \sigma + \omega$, $\pi + \rho + \sigma + \omega + \eta$ ist für jeweils vier Energien (200, 250, 300 und 360 MeV) das Energiespektrum aufgetragen.

Pion, Rho- und Eta-Meson nivellieren zustandsabhängig.

5.2.6 ABHÄNGIGKEIT VON DER PION-NUKLEON-DELTA KOPPLUNG

Die Erweiterung von der Pion-Nukleon-Nukleon Kopplungskonstante auf die Pion-Nukleon-Delta Kopplung kann im Quarkmodell quantifiziert werden. Für das Verhältnis der Kopplungskonstanten erhält man so:

$$\frac{f_{\pi N \Delta}}{f_{\pi N N}} = \frac{72}{25} = 2.88$$

(B 5.2/ 6)

Abweichend zum Quarkmodell gibt es aber noch den von Chew und Low (Che 56) eingeführten Wert:

$$\frac{f_{\pi N \Delta}}{f_{\pi N N}} = 4$$

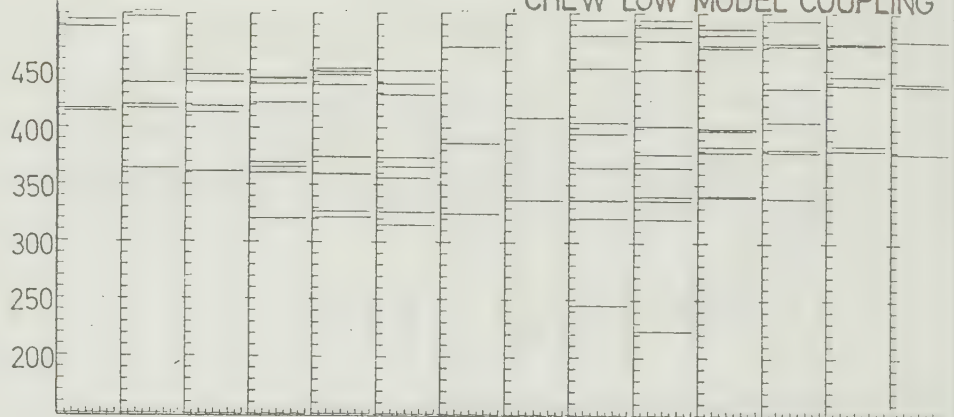
(B 5.2/ 7)

Da der Pion-Nukleon-Delta Vertex nur den OBE-Austausch-Term affiziert (im FO Potentialmodell), eröffnet die Variation dieser Kopplungskonstante die Möglichkeit, ein Gespür für diesen im Vergleich zum einfachen N-N Potential neuen Wechselwirkungs-Beitrag zu entwickeln. In der Figur B 5.2/21 werden zwei derartig präparierte Spektren einander gegenüber gestellt. Bis auf den energetisch am stärksten abgesenkten $J^{\pi}=2^{+}$ Mode bleibt das gesamte Spektrum nahezu unverändert. Die Chew-Low Kopplung, d.h. die stärkere Gewichtung des Austauschbeitrags im Vergleich zum Direkten Potentialterm reduziert die Bindung des 2^{+} Zustands massiv; er wird sogar in seiner Funktion als tiefster Zustand des gesamten $T=1$ Spektrums abgelöst vom relativ dazu nur unwesentlich abgesenkten $J^{\pi}=1^{+}$ Level. Im Unterschied zu den bisherigen Beobachtungen hat hier der energetisch stärker abgesenkte $J^{\pi}=2^{+}$ Zustand eine um 20 MeV größere Breite.

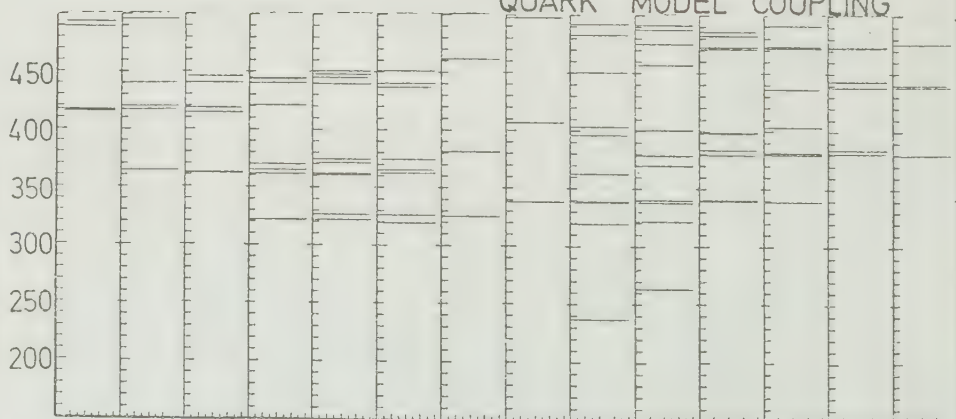
ΔN SPECTRA / ENERGY $\pi N \Delta$ COUPLING DEPENDENCE

E_{J^π} / MeV

CHEW LOW MODEL COUPLING



QUARK MODEL COUPLING



J^π	6^-	5^-	4^-	3^-	2^-	1^-	0^-	0^+	1^+	2^+	3^+	4^+	5^+	6^+
T								1						

Fig. B 5.2/21

Abhängigkeit des $T=1$ Delta-Nukleon Energiespektrums von der Pion-Nukleon-Delta Kopplung (Anregungsenergie 300 MeV).

Ergebnis:

Der OBE-Austausch Potentialbeitrag ist für den Bindungszustand und die Breite des tiefsten $J^\pi=2^+$ Modes von ausschlaggebender Bedeutung. Der Einfluß des π -Mesons manifestiert sich in "direkter" Weise im tiefsten 2^+ Niveau.

5.2.7 MODELLRAUMABHÄNGIGKEIT

Wie im Kapitel B 5.1.2 ausgeführt, kommen über die Lösungsmethode der Diagonalisation zwei technische Parameter ins Spiel: die Konfigurationsraumgröße und der Oszillatorparameter. Ihre Auswirkungen auf das im FO-Modell berechnete Energiespektrum sollen nun diskutiert werden.

In der Figur B 5.2/22 ist im Energiebereich zwischen 200 MeV und 300 MeV der jeweils tiefste Spektralzustand verschiedener Multipolarität für Konfigurationsraumgrößen von 2 bis 12 $\hbar\omega$ aufgetragen. Es läßt sich konvergentes Verhalten in der Positionierung der jeweils tiefsten Energielevels feststellen. Die durch Variation des Konfigurationsraums bedingte Verschiebung der Resonanzenergie läßt sich für den $(J^\pi, T)=(1^+, 1)$ Zustand auf den Bereich zwischen 240 MeV und 290 MeV und für den $(2^+, 1)$ Zustand auf das Intervall von 245 MeV bis 275 MeV eingrenzen. Mit wachsender Konfigurationsraumgröße werden die Resonanzen zu niedrigeren Energien verschoben.

In den Figuren B 5.2/23a-d ist für eine Anregungsenergie von 300 MeV die energetische Lage des jeweils tiefsten Spektralzustands für verschiedene Multipolaritäten ($0 \leq J \leq 3$) und verschiedene Konfigurationsraumgrößen ($2\hbar\omega \leq N \leq 12\hbar\omega$) bei Variation des Oszillatorparameters ($0.8 \text{ fm} \leq a \leq 2.8 \text{ fm}$) aufgetragen. Das gute Konvergenzverhalten wird im gesamten untersuchten Oszillatorparameterbereich bestätigt. Sieht man von hochliegenden Spektralzuständen $(J^\pi, T)=(0^-, 1)$ ab, so ergibt eine Änderung der Oszillatorpa-

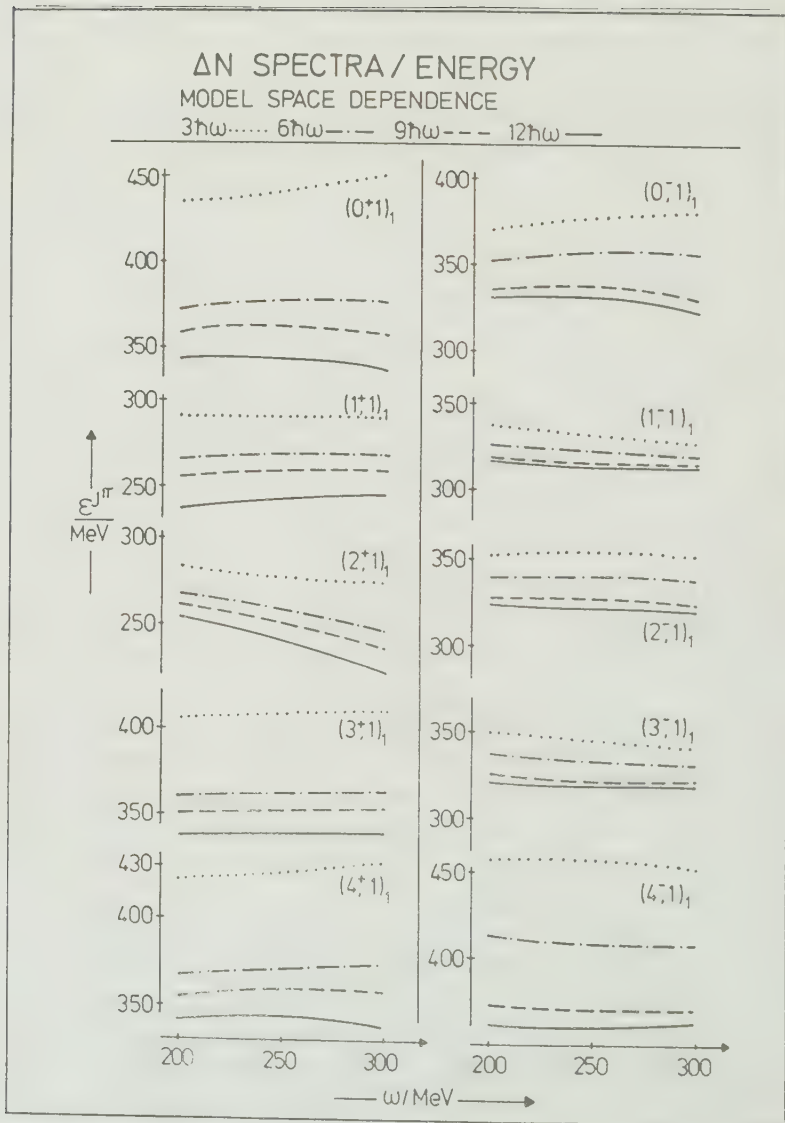


Fig. B 5.2/22

Für verschiedene Multipolaritäten (J^π, T) ist der jeweils tiefste Eigenmode bezüglich seiner energetischen Lage in den Konfigurationsräumen $3, 6, 9$ und $12 \hbar\omega$ im Anregungsenergiebereich zwischen 200 und 300 MeV untersucht.

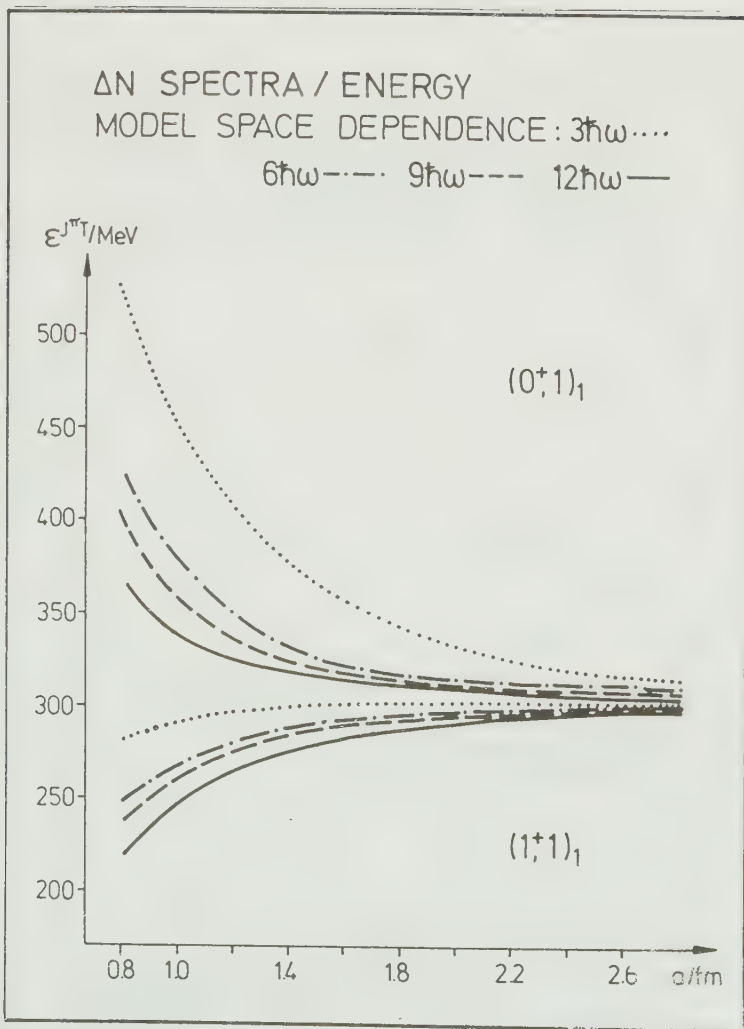


Fig. B 5.2/23a

Lage der tiefsten $J^\pi = 0^+$ und 1^+ $T=1$ Delta-Nukleon Moden als Funktion des Oszillatorparameters a ($0.8 \leq a/\text{fm} \leq 2.8$) in verschiedenen Konfigurationsräumen ($3, 6, 9$ und $12 \hbar\omega$) für 300 MeV Anregungsenergie.

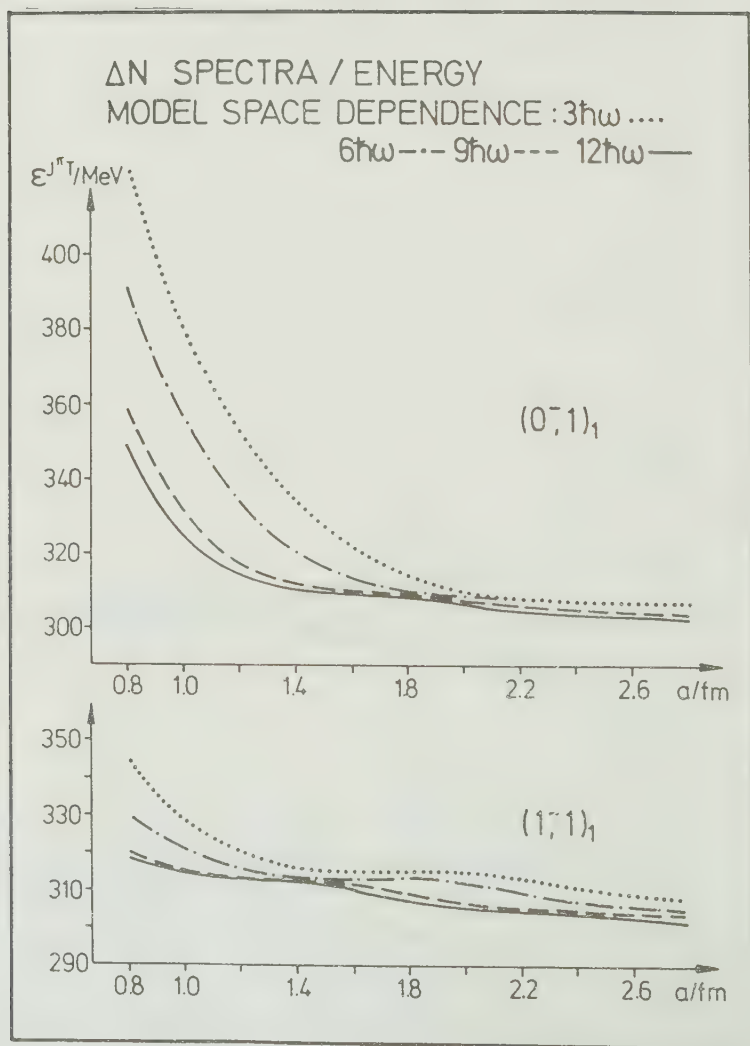


Fig. B 5.2/23b

Analog Fig. B 5.2/23a, jedoch für $J^{\pi} = 0^-$ und 1^- $T=1$

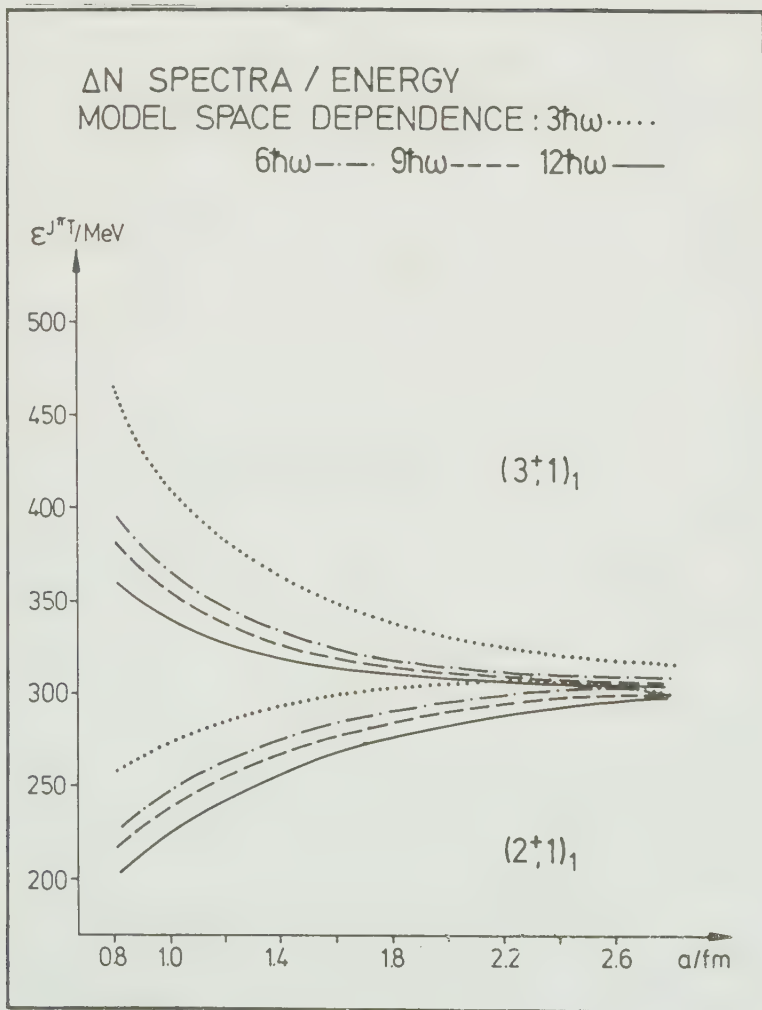


Fig. B 5.2/23c

Analog Fig. B 5.2/23a, jedoch für $J^\pi = 2^+$ und $3^+ T=1$

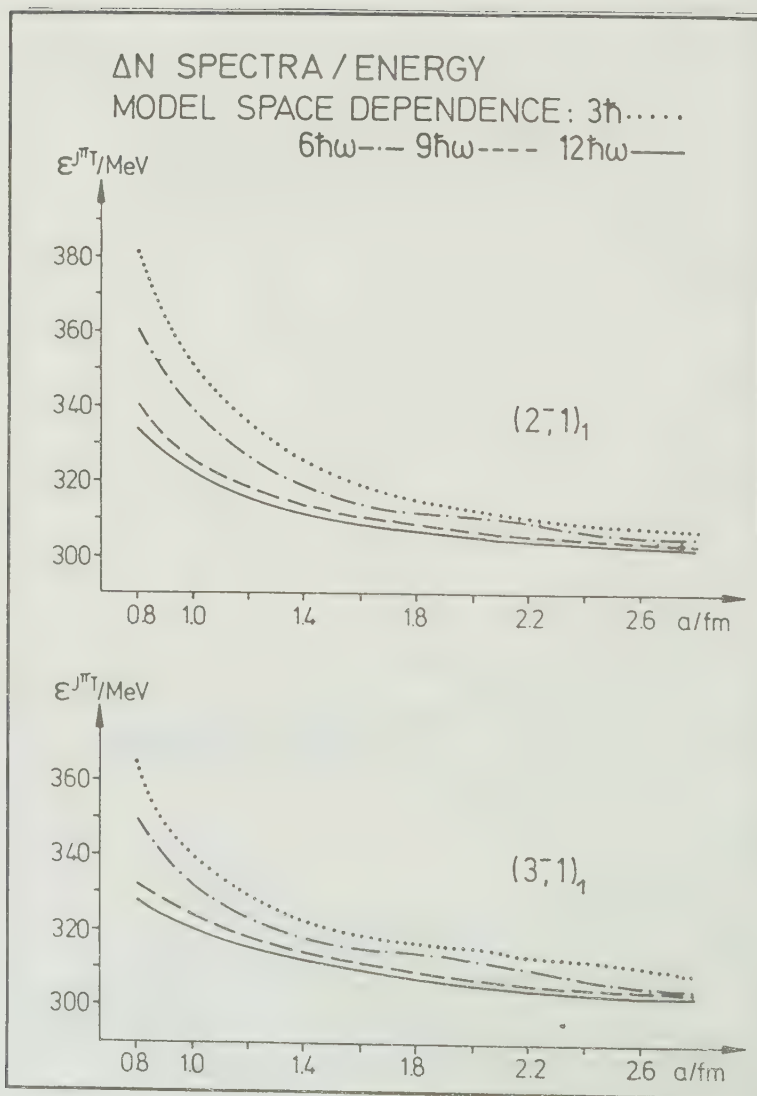


Fig. B 5.2/23d

Analog Fig. B 5.2/23a, jedoch für $J^\pi = 2^-$ und 3^- $T=1$

rameters um 0,2 fm eine Verschiebung um maximal 25 MeV.

Zusammenfassung:

Konvergenzschwierigkeiten bei tiefen Zuständen sind bei Rechnungen im $12 \hbar\omega$ Raum nicht zu befürchten. Konfigurationsraumbedingte Unsicherheiten im Festlegen der Resonanzenergien liegen bei weitem unter denen in der Parameterwahl.

Der durch die Wahl des Oszillatorparameters gegebene Spielraum in der Resonanzposition ist in gleicher Hinsicht unproblematisch.

Ein Oszillatorparameter von 1 fm wurde als Standardwert benutzt.

INHALTSVERZEICHNIS

TEIL C

C ANWENDUNG:

DIE REAKTION $\vec{D}(\pi, \pi)D$

1. Beschreibung von Reaktionen mit polarisierten Objekten
 - 1.1 Observable
 - 1.1.1 Observable in Reaktionen mit polarisierten Teilchen
 - 1.1.2 Observable der Reaktion $\vec{D}(\pi, \pi)D$
 - 1.2 Die T - Matrix
 - 1.2.1 Beiträge zur T - Matrix
 - 1.2.2 Der dominante T - Matrix Anteil
 - 1.3 Die Übergangsstärke
 - 1.4 Die Reaktionskinematik
- 2 Ergebnisse, Analyse und Diskussion
 - 2.1 Realitätsbezug der Resultate
 - 2.2 Darstellung des vollständigen Resultats
 - 2.3 Modellstudien
 - 2.3.1 Multipolaritätsabhängigkeit
 - 2.3.2 Resonanzabhängigkeit
 - 2.3.3 Abhängigkeit von Inputdaten
 - 2.3.4 Abhängigkeit von der Deuteron-Wellenfunktion
 - 2.3.5 Modellabhängigkeiten
 - 2.3.6 Einfluß der Nichthermitizität
 - 2.4 Vergleich mit dem Experiment
 - 2.5 Interpretation
 - 2.5.1 Sonderstellung der 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen
 - 2.5.2 Diskriminierung von 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen
 - 2.5.3 Physikalische Relevanz
 - 2.5.4 Verbesserungen

C ANWENDUNGEN: DIE REAKTION $\vec{D}(\sigma, \sigma)D$ MOTIVATION FÜR DIE BERÜCKSICHTIGUNG VON POLARISATIONSPHÄNOMENEN

Experimentelle Möglichkeit und theoretische Relevanz sind die zwei Komponenten, die gleichermaßen ausschlaggebend sind für die Untersuchung von Polarisationsphänomenen.

- EXPERIMENTELLE MÖGLICHKEIT

Grundvoraussetzung für den Einschluß von Polarisierungseffekten in physikalischen Fragestellungen ist die Durchführbarkeit entsprechender Experimente. Quellen für polarisierte Protonen und auch Deuteronen sind heute an modernen Beschleunigern üblicherweise verfügbar. Das Einbeziehen von polarisierten Teilchen in Reaktionen ist jedoch nach wie vor ein schwieriges und aufwendiges Unterfangen. Zwischenzeitlich aber ist das technische know how vorhanden und soweit entwickelt, daß Experimente mit polarisierten Teilchen zu etablierten Untersuchungsmethoden zählen.

- THEORETISCHE RELEVANZ

Inwieweit ist das Einbeziehen von Polarisierungseffekten von theoretischem Interesse? Ganz allgemein gilt der Grundsatz: Je differenzierter die Meßobservable, desto detaillierter ist die zu entnehmende Information. Mit anderen Worten, um einen möglichst hohen Informationsgrad zu erreichen, ist differenzierte Auswertung einer Reaktion durch Angabe von Polarisationsobservablen wünschenswert. Aus rein ökonomischen Gründen ist das Prinzip der Verhältnismäßigkeit zu berücksichtigen. Aufwand für Experiment und Rechnung müssen im Verhältnis stehen zu der Information über den Untersuchungsgegenstand. Bei dem Ziel, Auskunft über ein subtiles System zu erhalten, bei dem viele, neue, unbekannte Freiheitsgrade angeregt werden können, ist es nicht ausreichend

nur global gemittelte Größen zu diskutieren. Die Information ist viel zu verwaschen, um scharfe physikalische Aussagen treffen zu können.

- SCHLUSSFOLGERUNG

Ein Experiment der Art $D(\pi, \pi)D$ (unpolarisierte elastische πD Streuung) liefert als Observable, abgesehen vom totalen, nur den differentiellen Wirkungsquerschnitt. Im Mittelenergiebereich erwartet man aber gerade mit pionischen Proben einen massiven Einfluß auf die Spinvariablen durch die Anregung interner Freiheitsgrade des Dibaryon-Systems. Die dynamische Struktur des Dibaryons ist Untersuchungsgegenstand. Insofern ist es konsequent, weiter zu differenzieren und Polarisationsvariable einzubeziehen, d.h. sich zum Beispiel der Reaktion

$$\vec{D}(\pi, \pi)D$$

zuzuwenden.

1 BESCHREIBUNG VON REAKTIONEN MIT POLARISIERTEN OBJEKTEN

1.1 OBSERVABLE

Nahtstelle zwischen Experiment und Theorie sind die Observablen einer Reaktion. Die Observablen, die in Reaktionen mit polarisierten Objekten auftreten, sollen in einem allgemeinen Teil kurz erläutert werden. Dieser Abriß stellt ein (mathematisches) Verfahren vor, das geeignet ist, die nicht direkt experimentell zugängliche Dichtematrix als Informationsträger in beobachtbare Größen zu übersetzen. Dabei finden die von Fano (Fan 52, Fan 53, Sim 53a, Sim 53b, Sim 54) eingeführten statistischen Tensoren Verwendung. Gerade im Umgang mit Polarisationsgrößen stößt man immer wieder auf unterschiedliche Konventionen. Im Bemühen um eine möglichst einheitliche Darstellung werden im wesentlichen die Abhandlungen von Simonius, Heiss und Welton (Sim 73, Hei 72, Wei 63) zugrundegelegt. Im speziell auf die Reaktion $\vec{D}(\pi, \pi)D$ ausgerichteten Teil werden die Observablen in zur Madison-Konvention konformer Art aufgeführt. Die Darstellung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Von der einschlägigen Literatur wurde ausgiebig Gebrauch gemacht, ohne sie im Detail zu zitieren (zum Beispiel: Bla 52, Sat 58, Bar 70, Grü 75a, Kön 72, Fic 71, Schm 72, Sei 74, Grü 82a, Grü 82b, Hof 82, Arv 82, Grü 75b). Weitere Informationen findet man bei (Sit 71, Tay 72, Gol 75, Mui 65, Kal 65, Bjö 67, Pil 79).

1.1.1 OBSERVABLE IN REAKTIONEN MIT POLARISIERTEN TEILCHEN

Ausgangspunkt für die folgende Betrachtung ist eine Reaktion der Gestalt

$$\vec{A}(\vec{a}, \vec{a}') \vec{A}'$$

bei der alle Teilchen polarisiert sind. Teilchenspins und

Teilchenimpulse im CM-System sind in Tab. C 1.1/ 1 vermerkt.

Das Eingangssystem, bestehend aus den Beamtteilchen a und den Targetteilchen A, wie auch das Ausgangssystem, bestehend aus den Endprodukten a^- und A^- , wird quantenmechanisch vollständig beschrieben durch Angabe der entsprechenden Dichtematrizen. Für den Eingangskanal ergibt sich

$$\begin{aligned} \rho^{in}(\underline{k}) &:= \rho_{i_1, i_2, I_1, I_2}^{iI}(\underline{k}) \\ &= \langle \underline{k}; i i_2, I I_2 / \rho^{in} / \underline{k}; i i_1, I I_1 \rangle \end{aligned}$$

(C 1.1/ 1)

Der Eingangskanal besteht aus zwei nicht kohärenten Teilsystemen, da Projektilteilchen und Targetteilchen nicht korreliert sind. Dementsprechend läßt sich die Dichtematrix als Tensorprodukt einer "Projektil-Dichtematrix" und einer "Target-Dichtematrix" schreiben.

$$\rho_{i_1, i_2, I_1, I_2}^{iI}(\underline{k}) = \rho_{i_1, i_2}^i(\underline{k}) \otimes \rho_{I_1, I_2}^I(\underline{k})$$

(C 1.1/ 2)

Die Dichtematrix für den Ausgangskanal

$$\begin{aligned} \rho^{fin}(\underline{k}') &:= \rho_{i'_1, i'_2, I'_1, I'_2}^{i'I'}(\underline{k}') \\ &= \langle \underline{k}'; i' i'_2, I' I'_2 / \rho^{fin} / \underline{k}'; i' i'_1, I' I'_1 \rangle \end{aligned}$$

(C 1.1/ 3)

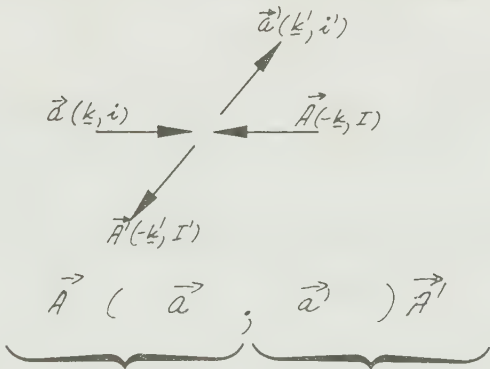
OBSERVABLES IN A REACTION $\vec{A}(\vec{a}, \vec{a}') \vec{A}'$		
REACTION		
REACTION MATRIX	$ i\rangle \xrightarrow[S=1-R]{R} f\rangle$	
DENSITY MATRIX	$S_{i_1, i_2, I_2, I_2}^{iI} \xrightarrow[R \quad S^i \quad R^+]{ } S_{i'_1, i'_2, I'_2, I'_2}^{i'I'}$	
STATISTICAL TENSORS	$T(qq_2 QQ_2) \xrightarrow[\sum_{qq_2 QQ_2} T(qq_2 QQ_2) T(q'_2 q'_2 Q'_2)^*]{ } T(q'_2 q'_2 Q'_2)$	
	SOURCE PARAMETER	OBSERVABLES ANALYSING TENSOR
	PHYSICAL INPUT	PHYSICAL RESPONSE

Fig. C 1.1/ 1
 Observable in a reaction $\vec{A}(\vec{a}, \vec{a}') \vec{A}'$. Schematische Einführung des Konzepts der statistischen Tensoren.

läßt sich unter Verwendung der Reaktionsmatrix

$$R(\underline{k}, \underline{k}') := R_{i_2 I_2 i_2' I_2'}^{i I i' I'}(\underline{k}, \underline{k}') \\ = \langle \underline{k}' i_2' I_2' i' I' | \hat{R} | \underline{k}; i_2 I I_2 \rangle$$

(C 1.1/ 4)

auf die Eingangsdichtematrix beziehen:

$$\rho_{in}^{\dagger}(\underline{k}') = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^L R(\underline{k}, \underline{k}') \rho^{in}(\underline{k}) R^{\dagger}(\underline{k}, \underline{k}')$$

(C 1.1/ 5)

Die Reaktionsmatrix ist mit der S-Matrix (bzw. T-Matrix T bzw. Faddeevamplituden F) verknüpft durch die Beziehung

$$R = S - 1 \\ = -2\pi i T \\ = +2ik F$$

(C 1.1/ 6)

und enthält insofern die gesamte dynamische Information über die Reaktion. Die Berechnung der T-Matrix erfolgt im nächsten Kapitel. Allerdings ist die Dichtematrix in dieser Form sehr unhandlich, da sie direkt nicht experimentell zugänglich ist. Deshalb ist es notwendig, observable Anteile herauszupräparieren. Der dazu nötige mathematische Apparat wurde von Fano (Fa 52) mit dem Konzept der statistischen Tensoren zur Verfügung gestellt. In diesem Verfahren wird die Dichtematrix nach Tensormomenten $T(qq_z)$ entwickelt:

$$\rho_{i_2, i_2'}^i = \sum_{qq_z} (-)^{i-i_2} (i i_2, i - i_2 / qq_z) * \\ * \frac{\hat{q}}{\hat{i}} T(qq_z)$$

(C 1.1/ 7)

Aus der Definition ist ersichtlich:

- q kann nur Werte zwischen 0 und $2i$ annehmen: $0 \leq q \leq 2i$
- Ein Tensor vom Rang q besitzt $2q+1$ Komponenten mit $-q \leq q_z \leq +q$
- Es gibt insgesamt demnach

$$\sum_{q=0}^{2i} (2q+1) = (2i+1)^2$$

(C 1.1/ 8)

Tensormomente. Dies ist genau die Anzahl der Matrixelemente der Dichtematrix.

Die Verwendung der Tensormomente bringt folgende Vorteile mit sich:

- die $T(qq_z)$ transformieren sich unter räumlichen Drehungen wie die Kugelfunktionen Y_{qq_z} :

$$T'(qq_z) = \sum_{q_z'} D_{q_z q_z'}^q(\alpha, \beta, \gamma) T(qq_z')$$

(C 1.1/ 9)

- ($D_{q_z q_z'}^q$ bezeichnen dabei die üblichen Drehmatrizen),
- für kleine q -Werte entsprechen die $T(qq_z)$ bis auf konstante Faktoren den naiv eingeführten Polarisationsgrößen. Für $q=1$ ergibt sich beispielsweise

$$T(1q_z) = \frac{1}{\sqrt{i(i+1)}} \langle S_{q_z} \rangle$$

(C 1.1/10)

Für ein Ensemble aus polarisierten Spin $i=1$ Teilchen (Quantisierungsachse = z -Achse) ergibt sich für die Dichtematrix:

$$\rho = \frac{1}{N_+ + N_0 + N_-} \begin{pmatrix} N_+ & 0 & 0 \\ 0 & N_0 & 0 \\ 0 & 0 & N_- \end{pmatrix}$$

(C 1.1/11)

wobei N_+ , N_- bzw. N_0 die Besetzungszahlen der magneti-

schen Unterzustände mit $i_z = -1, 0, +1$ bezeichnen.
Damit ergibt sich für $q_z = 0$:

$$T(1,0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle S_z \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} P_z$$

(C 1.1/12)

wobei P_z die Polarisierung der Teilchen charakterisiert.

$$P_z = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_0 + N_-}$$

(C 1.1/13)

Die Verwendung der Tensormomente macht es für die Auswertung notwendig, die R-Matrixelemente in Drehimpulsdarstellung anzugeben.

$$\begin{aligned} R_{i_2 I_2 i_2' I_2'}^{i I i I'}(\underline{k}, \underline{k}') &= \\ &= \sum_{\substack{s_1 s_1' \\ \ell_2 \ell_2'}} (i i_2' I I_2' / s_1' s_2') (i i_2 I I_2 / s_1 s_2) \\ &\quad (\ell_2' s_1' s_2' / j_2') (\ell_2 s_1 s_2 / j_2) \\ &\quad \langle \underline{k}' \ell_2' s_1' j_2' / R / \underline{k} \ell_2 s_1 j_2 \rangle \\ &\quad Y_{\ell_2'}^{j_2'}(\underline{k}') * Y_{\ell_2}^{j_2}(\underline{k}) \end{aligned}$$

(C 1.1/14)

wobei gilt:

$$\begin{aligned} \langle \underline{k}' \ell_2' s_1' j_2' / R / \underline{k} \ell_2 s_1 j_2 \rangle &= \\ &= \delta_{j_2' j_2} \delta_{\ell_2' \ell_2} R_{\ell_2' s_1'}^j(\underline{k}, \underline{k}') \end{aligned}$$

(C 1.1/15)

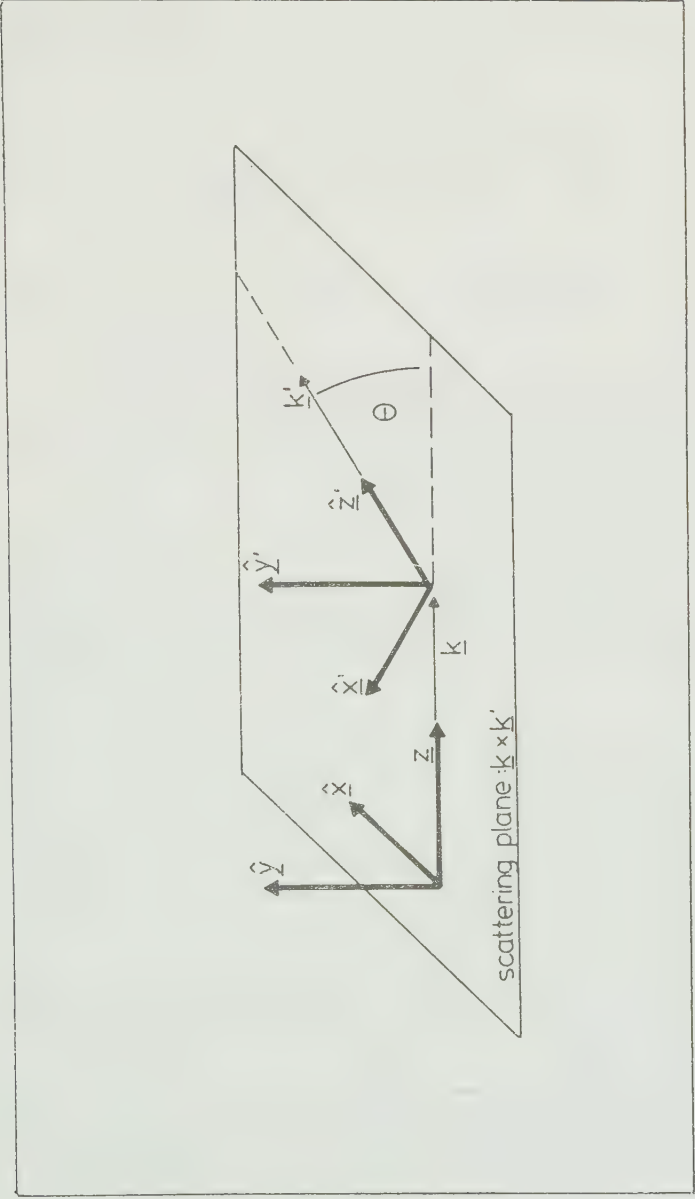


Fig. C 1.1/ 2
Koordinatensysteme für Projektil und Ejektil.

Es ist üblich, die Tensormomente für Eingangskanal und Ausgangskanal in unterschiedlichen Koordinatensystemen anzugeben.

Für den Eingangskanal wählt man

- die z-Achse in Richtung $\underline{k}$,
- die y-Achse in Richtung der Streunormalen $\underline{k} \times \underline{k}^*$,
- die x-Achse so, daß sich ein Rechtssystem ergibt.

Das Koordinatensystem für den Endkanal wird festgelegt durch

- die z-Achse in Richtung $\underline{k}^*$,
- die y-Achse in Richtung der Streunormalen $\underline{k} \times \underline{k}^*$,
- die x-Achse so, daß sich ein Rechtssystem ergibt.

Dies entspricht dem in der Madison-Konvention festgelegten Standard (vgl. Tab. C 1.1/ 2).

Nach Berücksichtigung der Drehung des Koordinatensystems durch entsprechende Drehmatrizen und aufwendiger Drehimpulsalgebra ergibt sich die in Tab. C 1.1/ 3 aufgeführte Beziehung zwischen Tensormomenten im Anfangs- und Endkanal.

Zur Bezeichnung:

- Gestrichene Größen beziehen sich auf den Endkanal, ungestrichene Größen auf den Eingangskanal.
- Magnetische Quantenzahlen sind durch den Index z am Symbol für den zugehörigen Drehimpuls gekennzeichnet. Falls zu einer Drehimpulsquantenzahl mehr als eine m-Komponente pro Kanal auftritt, werden diese durch einen zusätzlichen Index 1,2 unterschieden.
- Großbuchstaben beziehen sich auf das Targetsystem, Kleinbuchstaben bezeichnen Projektil- bzw. Ejektil-Quantenzahlen.
- Mehrfach auftretende Quantenzahlen eines Typs, die für Bezeichnung verschiedener Zustände unterschiedliche Werte annehmen können, sind mit den Indizes 1,2 versehen.

$$T(q'q'_2 Q'Q'_2) =$$

$$= \frac{1}{(2k)^2} \left(\frac{\hat{i} \hat{I}}{\hat{q} \hat{Q}} \right)$$

$$\sum_{\substack{f_1 l_1 l'_1 l'_1 \\ f_2 l_2 l'_2 l'_2 \\ L L_2 L'_2}} R_{l'_1 l_1 l_1}^{f_1} \cdot R_{l'_2 l_2 l_2}^{f_2 *} \cdot$$

$$F(l_1 l_2 l_1 l_2 f_1 f_2 L L_2; q Q q_2 Q_2)$$

$$F(l'_1 l'_2 l'_1 l'_2 f_1 f_2 L L'_2; q' Q' q'_2 Q'_2)$$

$$D_{L'_2 L_2}^L(\varphi, \theta, 0) \left(\frac{\hat{i} \hat{I}}{\hat{q} \hat{Q}} \right)^{-1} T(q q_2 Q Q_2)$$

Fig. C 1.1/ 3a

Beziehung zwischen Tensormomenten des Anfangs- und Endkanals. Die Koeffizienten F sind in Fig C1.1/3b definiert.

$$F(l_1 l_2 l_1 l_2 f_1 f_2 L L_2; q Q q_2 Q_2) =$$

$$= \hat{f}_1 \hat{f}_2 \hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{q} \hat{Q}$$

$$\sum_{l, t} \hat{l} \hat{t} (-)^{l_1 + L} (l_1 0 l_2 0 | l 0) (l 0 t L_2 | L L_2) \\ (q q_2 Q Q_2 | t L_2) \left\{ \begin{matrix} i I_1 \\ q Q t \\ i I_2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_1 l_1 f_1 \\ l t L \\ l_2 l_2 f_2 \end{matrix} \right\}$$

Fig. C 1.1/ 3b

- Die Quantenzahlen im Einzelnen:

q, Q, q^-, Q^-	bezeichnen den Rang auftretender Tensoroperatoren
i, I, i^-, I^-	sind Teilchenspinquantenzahlen
s, s^-	charakterisiert Kanalspins
l, l^-	kennzeichnet den Relativbahndrehimpuls der Systeme (A,a) bzw. (A ⁻ ,a ⁻)
J	bezieht sich auf den Gesamtdrehimpuls der Systeme (A,a) bzw. (A ⁻ ,a ⁻)
l, t	Zwischendrehimpulse
L	Drehimpuls der die gesamte Winkelabhängigkeit charakterisierenden Drehmatrizen $D_{L_z L_z'}^L$

INTERPRETATION

Auf einen kurzen Ausdruck gebracht läßt sich die Gleichung der Tab. C 1.1/ 3 schreiben als:

$$T_{(q'q'_2'Q'Q'_2')}^{fin} = \sum_{qq_zQQ_z} T_{qq_zQQ_z}^{q'q'_2'Q'Q'_2'}(\theta)^* T_{(qq_zQQ_z)}^{in} \quad (C 1.1/16)$$

Die Tensormomente im Ausgangszustand $T_{(q^-q^-_2Q^-Q^-_2)}^{fin}$ hängen linear von denen im Eingangskanal $T_{(qq_zQQ_z)}^{in}$ ab.

Die Koeffizienten $T_{qq_zQQ_z}(\theta)$ heißen allgemeine Polarisations - Korrelations - Koeffizienten.

Träger der eigentlichen Information über einen speziellen Prozeß $\vec{A}(\vec{a}, \vec{a}')\vec{A}'$ d.h. Observable, sind diese Koeffizienten. Die Tensormomente $T_{(qq_zQQ_z)}^{in}$ werden vom Experimentator bei der Strahl- und/oder Targetpräparation festgelegt (Quellparameter). Die Tensormomente $T_{(q^-q^-_2Q^-Q^-_2)}^{fin}$ charakterisieren die Meßapparatur (Analysiertensor). Beide Größen sind Parameter, die innerhalb experimentiertechnischer Grenzen variiert werden können. Die Polarisations - Korrelations - Koeffizienten haben eine ziemlich komplexe Struktur (vgl. Tab. C 1.1/ 3). Die Dynamik der Reaktion geht ausschließlich über das Produkt der R-Matrixelemente $R_1^i s, l^- s^-$ und

$(R_1^j \text{ s } 1^- \text{ s}^-)^*$, ein. Die gesamte Winkelabhängigkeit ist charakterisiert durch eine Summe über geometriegewichtete Drehmatrizen $D_{L_2 L_2'}^L(\alpha, \beta, \gamma)$. Die Summe erstreckt sich dabei über die Quantenzahlen

$$s_1 s_2 s_1' s_2' \ell_1 \ell_2 \ell_1' \ell_2' \quad J_1 J_2 \quad t t' \quad c c' \quad L \quad L_2 L_2'$$

Der komplizierten Geometriestruktur liegen zahlreiche Kopplungen verschiedener Drehimpulse zugrunde.

Alle auftretenden Drehimpulskopplungen sowie Beziehungen zwischen magnetischen Quantenzahlen und Paritätsrelationen sind in Tab. C 1.1/ 4 aufgeführt.

Der Ausdruck für die Polarisations - Korrelations - Koeffizienten beschreibt die differenzierteste Form einer Reaktion. In den meisten Fällen wird jedoch nicht jede Polarisation gemessen. Dies drückt sich in der allgemeinen Formel dadurch aus, daß entsprechende Tensorquantenzahlen verschwinden. Eine Zusammenstellung aller denkbaren Polarisationskombinationen für die betrachtete Reaktion $\vec{A} + \vec{a} \rightarrow \vec{A}' + \vec{a}'$ und die entsprechenden Observablen sind in Tab. C 1.1/ 5 aufgelistet. Die auftretenden Polarisationskoeffizienten verschiedener Reaktionen sind nicht unabhängig. Durch Betrachten der Umkehrreaktion $\vec{A}' + \vec{a}' \rightarrow \vec{A} + \vec{a}$ können sie aufeinander bezogen werden. Auf diesen Punkt soll hier nicht eingegangen werden. Näheres hierzu findet man beispielsweise bei Simonius (Sim 73). Durch die Reduktion der Polarisationsvariablen vereinfacht sich auch das Kopplungsschema. Zudem läßt sich die Drehmatrix $D_{L_2 L_2'}^L$ in vielen Fällen auf zugeordnete Legendrepolynome zurückführen (vgl. Tab. C 1.1/ 6). Beides führt zu deutlich übersichtlicheren Ausdrücken für entsprechende Polarisationskoeffizienten. Für einige ausgewählte Beispiele ist die Kopplungsreduktion in der Tab C 1.1/ 4 aufgeführt. Bleiben alle Teilchenpolarisationen unberücksichtigt, ergibt sich als einzige Observable der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß

RELEVANT GEOMETRY SELECTION RULES					
	general	$q = q' = 0$	$q = q' = Q' = 0$	$q = Q = q' = Q' = 0$	$q = Q = q' = Q' = 0$ $\int d\Omega$
angular momentum	$i I A_1$	$i I A_1$	$i I A_1$	$i I A_1$	$i I A_1$
	$i I A_2$	$i I A_2$	$i I A_2$	$i I A_1$	$i I A_1$
	$Q_1 A_1$	$Q_1 A_1$	$Q_1 A_1$	$Q_1 A_1$	$Q_1 A_1$
	$Q_2 A_2$	$Q_2 A_2$	$Q_2 A_2$	$Q_2 A_2$	$Q_2 A_2$
	$i i q$	$i i q$	$i i q$	$i i q$	$i i q$
	$I I Q$	$I I Q$	$I I Q$	$I I Q$	$I I Q$
m quantum number	$q Q \pm$	$q Q \pm$	$q Q \pm$	$q Q \pm$	$q Q \pm$
	$Q \pm L$	$Q \pm L$	$Q \pm L$	$Q \pm L$	$Q \pm L$
	$A_1 A_2 \pm$	$A_1 A_2 \pm$	$A_1 A_2 \pm$	$A_1 A_2 \pm$	$A_1 A_2 \pm$
	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$
	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$
	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$	$Q_1 Q_2 \pm$
parity	$Q_1 Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$
	$Q_1 Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$	$Q_2 = L_2$

Fig. C 1.1/ 4
Geometrieauswahlregeln für verschiedene Eingangs- und Ausgangs-Tensor-
spezifikationen.

die Polarisationskoeffizienten häufig auf den Wirkungsquerschnitt bezogen werden, d.h. daß der Quotient

$$\frac{\tilde{T}_{q'q'_2 Q'Q'_2}(\theta)}{T_{qq_2 QQ_2}} = \frac{T_{q'q'_2 Q'Q'_2}(\theta)}{T_{qq_2 QQ_2}} / \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \quad (C 1.1/18)$$

betrachtet wird.

Wird die Polarisation nur eines Teilchens einer Reaktion berücksichtigt, so bezeichnet man die Polarisationskoeffizienten als "Polarisation", falls es sich um ein Endprodukt handelt (A^- oder a^-) bzw. als "Analysierstärke", falls es ein Teilchen des Eingangskanals ist (A oder a).

1.1.2 OBSERVABLE DER REAKTION $\vec{D}(\pi, \pi)D$

Für die Reaktion $\vec{D}(\pi, \pi)D$ läßt sich die allgemeine Relation C 1.1/16 spezifizieren (vgl. Figur C 1.1/ 5). Es ergibt sich:

$$T^{fin}(0000) = - \sum_{QQ_2} T_{QQ_2}^*(\theta) T^{in}(00QQ_2) \quad (C 1.1/19)$$

Mit den Analysierstärken $T_{QQ}(\theta)$.

Da der Deuteronenspin 1 beträgt ($I=I^*=1$) gilt für Q :

$$0 \leq Q \leq 2$$

und für Q_z :

$$-Q \leq Q_z \leq Q$$

In Madison - Konvention konformer Formulierung gelten für Tensoren t_{kq} die Relationen:

$$\left. \begin{aligned} t_{kq}^* &= (-)^q t_{k-q} \\ t_{kq} &= (-)^{k+q} t_{k-q} \end{aligned} \right\} t_{kq} = (-)^k t_{kq}^* \quad (C 1.1/20)$$

(Als Folge der Hermitizitätsbedingung und der Spiegelsymmetrie bzgl. der Streuebene)

Diese Beziehungen erlauben die allgemeinen Aussagen

- t_{qk} ist reell für gerades k
- t_{qk} ist rein imaginär für ungerades k
- t_{qk} ist gleich Null für ungerades k

Berücksichtigung der Normierungsbedingung

$$t_{00} = 1$$

(C 1.1/21)

liefert

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega}^{\text{pol}}(\theta) = \frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega}(\theta) \left\{ 1 + \right. \\ \left. + 2i \tilde{T}_{11} \operatorname{Re}(it_{11}) + \right. \\ \left. + \tilde{T}_{20}(\theta) \operatorname{Re}(t_{20}) + \tilde{T}_{21}(\theta) \operatorname{Re}(t_{21}) + \tilde{T}_{22}(\theta) \operatorname{Re}(t_{22}) \right\} \end{aligned}$$

(C 1.1/22)

mit

$$\frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega}^{\text{pol}}(\theta) = T^{\text{fin}}(0000)$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega}(\theta) = T_{00}(\theta)$$

$$\tilde{T}_{kq}(\theta) = T_{kq}(\theta) / \frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega}(\theta)$$

$$t_{kq} = T^{\text{in}}(00kq)$$

(C 1.1/23)

Zu nichttrivialen Observablen zählen demnach neben dem unpolarisierten Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$$

noch die Vektoranalysierstärke

$$i \tilde{T}_1(\theta)$$

und die Tensoranalysierstärken

$$\tilde{T}_{20}(\theta), \tilde{T}_{21}(\theta), \tilde{T}_{22}(\theta)$$

Aus der in Tabelle C 1.1/ 6 aufgeführten allgemeinen Relation erhält man nach Spezifikation sämtlicher Parameter in oben beschriebener Weise und unter Vereinfachung des Geometrieanteils die in den Figur C 1.1/ 7 angegebenen Formeln für die Observablen.

Weiter ist noch angegeben der totale elastische Wirkungsquerschnitt (Tabelle C 1.1/ 7).

$$\sigma^{\text{tot}} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$$

(C 1.1/24)

und seine Dekomposition nach Multipolaritäten (Tab C 1.1/7)

$$\sigma^{\text{tot}} = \sum_{J^P} \sigma^{J^P}$$

(C 1.1/25)

Während im allgemeinen Fall die Winkelabhängigkeit in den Drehmatrizen zum Ausdruck kommt, drückt sie sich im Fall

$$D_{27}^L (\varphi, \theta, \chi) = \begin{pmatrix} \chi_{27}^{27} & 0 \\ 0 & \chi_{27}^{27} \end{pmatrix}$$

$$D_{27}^L (\varphi, \theta, \theta) = \begin{pmatrix} \varphi_{27}^{27} & 0 \\ 0 & \varphi_{27}^{27} \end{pmatrix}$$

$$D_{27}^L (\varphi, \theta) = \begin{pmatrix} \varphi_{27}^{27} & 0 \\ 0 & \varphi_{27}^{27} \end{pmatrix}$$

$$D_{27}^L (\varphi, \theta, \chi) = \begin{pmatrix} \chi_{27}^{27} & 0 \\ 0 & \chi_{27}^{27} \end{pmatrix}$$

Fig. C 1.1 / 6 Darstellung der Drehmatrizen.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= T_{00}(\theta) \\
 &= \frac{1}{(2k)^2} \left(\frac{1}{i\hat{I}} \right)^2 \\
 &\quad \sum_{\substack{f_1, l_1, l_1' \\ f_2, l_2, l_2' \\ L}} (-)^{l_1 - l_1'} Z(l_1' f_1 l_2' f_2; l' L) \\
 &\quad Z(l f_1 l_2 f_2; l L) \\
 &\quad \operatorname{Re} \left(R_{l_1' l_1}^{f_1 *} R_{l_2' l_2}^{f_2} \right) P_L(\cos\theta)
 \end{aligned}$$

Fig. C 1.1/ 7a
Der differentielle Wirkungsquerschnitt.

$$\begin{aligned}
 i \tilde{T}_{11}(\theta) &= i T_{11}(\theta) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \cdot n_{11} \\
 &= \frac{1}{(2k)^2} \left(\frac{1}{i\hat{I}} \right)^2 \hat{I} \hat{1} n_{11} \\
 &\quad \sum_{\substack{f_1, l_1, l_1' \\ f_2, l_2, l_2' \\ L}} (-)^{i - I + l_1' - l_2 - f_2 + L} \\
 &\quad Z(l_1' f_1 l_2' f_2; l' L) \\
 &\quad W(I_1, I_2, I_1) G_1(f_1 l_1; L 1; f_2 l_2) \\
 &\quad \operatorname{Im} \left(R_{l_1' l_1}^{f_1 *} R_{l_2' l_2}^{f_2} \right) \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} P_L'(\cos\theta) \\
 n_{11} &= -\sqrt{\frac{2(I+1)}{I}} (\hat{1})^{-2}
 \end{aligned}$$

Fig. C 1.1/ 7b
Die Vektoranalysierstärke.

$$\begin{aligned}
\overline{T}_{2Q_2}(\Theta) &= \overline{T}_{2Q_2}(\Theta) \cdot \frac{d\Omega}{d\Omega}(\Theta) \quad n_{2Q_2} \\
&= \frac{1}{(2k)^2} \left(\frac{1}{i \hat{I}} \right)^2 \hat{I} \hat{I} \quad n_{2Q_2} \\
&\sum_{\substack{\hat{I}_1 \ell_1 \ell'_1 \\ \hat{I}_2 \ell_2 \ell'_2 \\ L}} (-)^{i-I+1'-1_2-\hat{I}_2+L} Z(\ell'_1 \hat{I}_1 \ell'_2 \hat{I}_2; 1' L) \\
&W(I_1, I_2; I_L) G_{Q_2}(\hat{I}_1 \ell_1 1_1; L 2; \hat{I}_2 \ell_2 1_2) \\
&Re(R_{\ell'_1 \ell_1 1_1}^{\hat{I}_1 *} R_{\ell'_2 \ell_2 1_2}^{\hat{I}_2}) \cdot \\
&i^{1Q_2-1} \sqrt{\frac{(L-1Q_2)!}{(L+1Q_2)!}} P_L^{Q_2}(\cos \Theta) \\
n_{2Q_2} &= (\hat{I})^{-1}
\end{aligned}$$

Fig. C 1.1/ 7c
Die Tensoranalysierstärken.

$$\begin{aligned}
\sigma^{\text{tot}} &= 4\pi \cdot \frac{1}{(2k)^2} \left(\frac{1}{i \hat{I}} \right)^2 \sum_{\hat{I} \ell \ell' 1'} (\hat{I})^2 |R_{\ell' \ell 1}^{\hat{I}}|^2 \\
&= \sum_{\hat{I}} \sigma^{\hat{I}} \\
\sigma^{\hat{I} \equiv n(k)} &= 4\pi \frac{1}{(2k)^2} \left(\frac{\hat{I}}{i \hat{I}} \right)^2 \sum_{\substack{\ell \ell' 1' \\ \ell \equiv n(k) \\ \ell' \equiv n(k)}} |R_{\ell' \ell 1}^{\hat{I}}|^2
\end{aligned}$$

Fig. C 1.1/ 7d
Der totale elastische (=integrierte) Wirkungsquerschnitt.

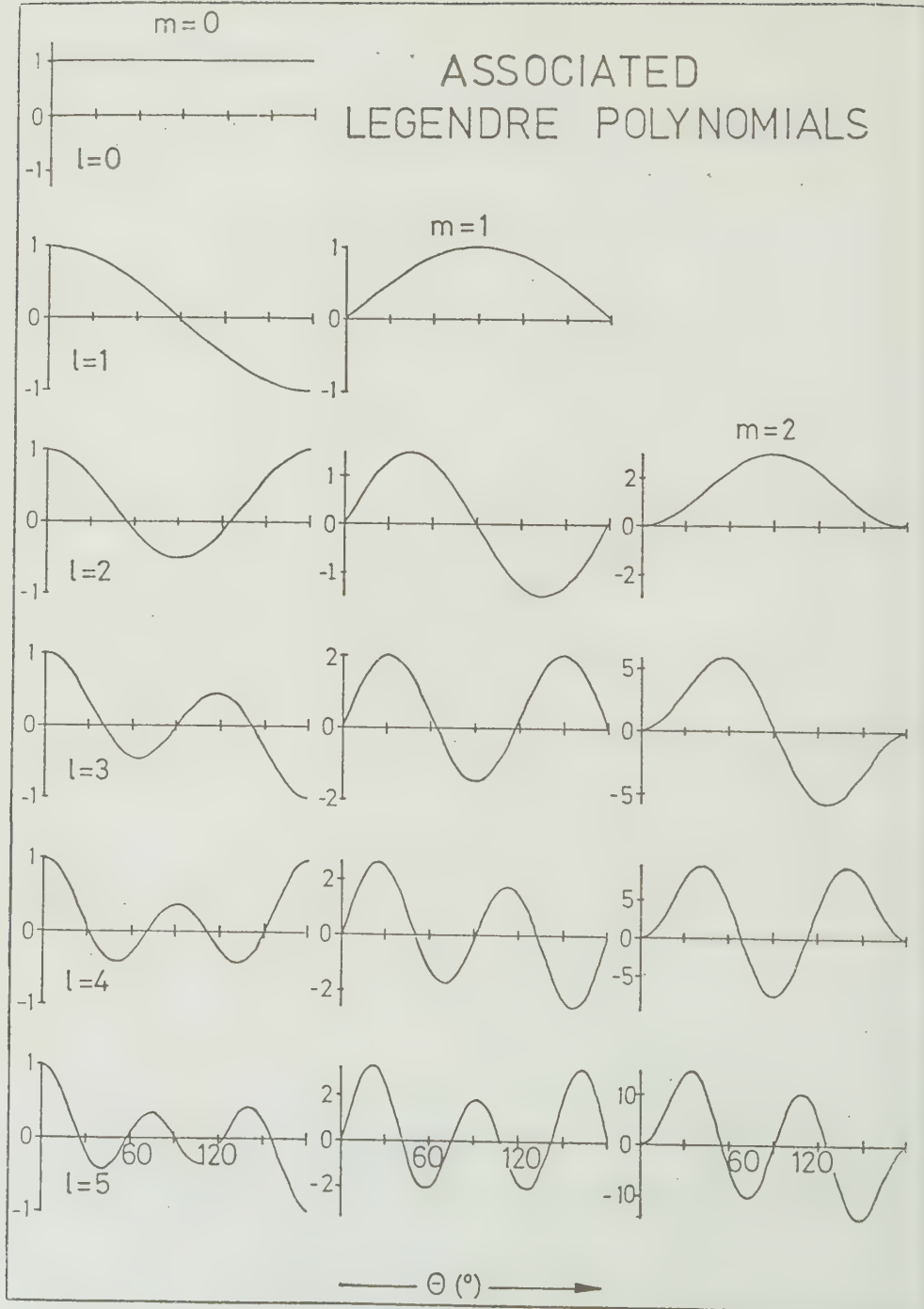


Fig. C 1.1/ 8
Assoziierte Legendre-Polynome.

T ₀₀ \ L _P		0				1				2				3				4				J
		1	0	0	2	1	2	1	1	3	2	2	4	3	4	3	3	5	1			
		1	0	2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5	1			
0	1	0	1	0	1	1	1	1		2	2	2	3	3	3		4	4	4			
1	0	1	0	0	1	1	0		2	1	2	1		3	2		4	3		5		
	1	2	0	1	2	2	0	1	2	1	1	1	3	2	2		4	3	3	5		
	2	1	2	2	1	2	2	0	2	1	2	1	3	2	2	4	3	4	3	5		
	3	1	2	2	1	2	2	1	3	2	2	2	3	3	3	2	4	3	5	5		
2	1	2	1	2	1	2	1	1	0	2	1	3	2	2	3	3	3	2	4	4		
	2	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	3	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	4	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
3	2	3	1	2	1	2	1	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	3	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	4	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	5	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
4	3	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	4	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	5	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
	6	1	2	1	2	1	2	2	1	3	0	2	4	1	3	3	3	5	2	4		
J	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		

Fig. C 1.1/ 9a

Erlaubte Drehimpulswerte L zu den Übergängen (J, l, s=1, l', s'=1)₁ und (J; l, s=1, l', s'=1)₂ für den differentiellen Wirkungsquerschnitt aus C 1.1/ 7a

$T_{11} \backslash P_L$			0			1			2			3			4			J	
			1	0	0	2	1	2	1	1	3	2	2	4	3	4	3	5	1
			1	0	2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5
0	0	1		1	1	1			2	2	2	3	3	3			4	4	4
1	0	0	1			2	1		2	1		3	2		4	3	4	3	5
	1	0	1			2	1	2	1	1	3	2	2	4	3	4	3	3	5
	2	0	1	2	2	2	1	2	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	3	4	3 ₅	3 ₅	3 ₅
	3	0	1	2	2	2	1	2	1 ₃	2	2	2	3	3	3	2 ₄	3 ₅	4	4
2	1	2		2	2	2	1 ₃	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅
	1	1	2	1	1	1 ₃	2	1 ₃	2	2	2 ₄	1 ₃	3	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4	4 ₆
	3	1	2		1	1 ₃	2	1 ₃	2	2	2 ₄	1 ₃	1 ₃	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4	4 ₆
	3	3	2	3	3	1 ₃	2	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆
3	2	2	3	2	2	2 ₄	3	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅
	2	4	3		2	2 ₄	3	2 ₄	3	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅
	3	4	3	4	4	2 ₄	3	2 ₄	3 ₅	3 ₅	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅
	3	3		3	3	3	2 ₄	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	1 ₃	2 ₄	4 ₆	4 ₆
4	3	4		4	4	4	3 ₅	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅
	3	3	4	3	3	3 ₅	4	3 ₅	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	1 ₃	2 ₄	4 ₆	4 ₆
	3	5	4		3	3 ₅	4	3 ₅	4	2 ₄	2 ₄	3 ₅	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	1 ₃	2 ₄	4 ₆
	5	5	4	5	5	3 ₅	4	3 ₅	4 ₆	4 ₆	2 ₄	3 ₅	3 ₅	1 ₃	2 ₄	1 ₃	2 ₄	4 ₆	4 ₆
J	1	1'																	

Fig. C 1.1/ 9b

Analog Fig. C 1.1/ 9a, jedoch für die Vektoranalysierstärke aus C 1.1/ 7b

$T_{20} \backslash P_L$		0				1				2				3				4				J
		0				1				2				3				4				J
		1	0	0	2	1	2	1	1	3	2	2	4	3	4	3	3	5	1			
1		1	0	2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5	1			
0	0	0	1	1	1			2	2	2	3	3	3			4	4	4				
	1	1		2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	2	1	2	2	0	2	1	2	1	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	3	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
1	0		1	1	1	0	2	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3				
	1	1	2	0	1	2	1	3	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	2	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	3	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
2	0		1	1	1	0	2	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3				
	1	1	2	0	1	2	1	3	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	2	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	3	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
3	0		1	1	1	0	2	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3				
	1	1	2	0	1	2	1	3	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	2	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	3	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
4	0		1	1	1	0	2	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3				
	1	1	2	0	1	2	1	3	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	2	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
	3	1	2	0	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5				
J	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fig. C 1.1/ 9c

Analog Fig. C 1.1/ 9a, jedoch für die Tensoranalysierstärke
T(20) aus C 1.1/ 7c

T ₂₁ \ P _L		0		1		2				3				4				J	
		1	0	0	2	1	2	1	1	3	2	2	4	3	1	3	3	5	1
		1	0	2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5	1
0	0	1		1	1	1			2	2	2	3	3	3			4	4	4
1	0	1			2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5
	1	1	2	2	2	1	2	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	3	4	3 ₅	3 ₅	3 ₅	
	2	1	2	2	2	1	2	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	3	4	3 ₅	3 ₅	3 ₅	
	3		1	1	1	2	1 ₃	2	2	2	3	3	3	2 ₄	3 ₅	4	4	4	
2	0			2	2	2	1 ₃	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅
	1	2	1	1 ₃	1 ₃	2	1 ₃	2	2 ₄	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆	
	2	2	3	1 ₃	1 ₃	2	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆	
	3	2	3	1 ₃	1 ₃	2	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆	
3	0	3	2	2 ₄	2 ₄	3	2 ₄	1 ₃	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅	
	1	3	4	2 ₄	2 ₄	3	2 ₄	3 ₅	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅	
	2	3	4	2 ₄	2 ₄	3	2 ₄	3 ₅	1 ₃	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅	
	3		3	3	3	2 ₄	1 ₃	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	
4	0	4	4	4	3 ₅	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅	2 ₄	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	2 ₄	3 ₅	3 ₅	3 ₅	
	1	4	3	3 ₅	3 ₅	4	3 ₅	2 ₄	2 ₄	2 ₄	1 ₃	3 ₅	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆	
	2	4	5	3 ₅	3 ₅	4	3 ₅	4 ₆	2 ₄	2 ₄	2 ₄	3 ₅	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆	
	3	4	5	3 ₅	3 ₅	4	3 ₅	4 ₆	2 ₄	2 ₄	2 ₄	3 ₅	3 ₅	2 ₄	3 ₅	2 ₄	4 ₆	4 ₆	
J	1	1																	

Fig. C 1.1/ 9d

Analog Fig. C 1.1/ 9a, jedoch für die Tensoranalysierstärke
T(21) aus C 1.1/ 7c

T ₂₂ \ P _L		0				1				2				3				4				J
		1	0	0	2	1	2	1	1	3	2	2	4	3	4	3	3	5	1			
		1	0	2	2	1	2	1	3	3	2	4	4	3	4	3	5	5	1'			
0	0																					
	1																					
	2																					
	3																					
1	0																					
	1																					
	2																					
	3																					
2	0																					
	1																					
	2																					
	3																					
3	0																					
	1																					
	2																					
	3																					
4	0																					
	1																					
	2																					
	3																					
J	0																					
J	1																					
J	1'																					

Fig. C 1.1/ 9e

Analog Fig. C 1.1/ 9a, jedoch für die Tensoranalysierstärke
T(22) aus C 1.1/ 7c

der Reaktion $\vec{D}(\pi, \bar{\pi})D$ im zugeordneten Legendre'schen Polynom $P_L^m(\Theta)$ aus.

Die magnetische Quantenzahl m wird durch die z - Quantenzahl der Analysierstärke bestimmt, die Drehimpulsquantenzahl L ist Ergebnis einer aufwendigen Kopplung. Zur Erinnerung sind einige dieser Funktionen in Tab. C 1.1/ 8 zusammengestellt.

Die Observablen sollen in Hinblick auf ihre Winkelstruktur diskutiert werden; außerdem soll ein Konnex zu den dynamischen Größen $R_{1s1\bar{s}}$ hergestellt werden. Aus diesem Grund ist zu jeder Observablen eine Tabelle angegeben (Tabelle C 1.1/ 9), die für jeden Satz $((J1s1\bar{s})_1, (J1s1\bar{s})_2)$ von Quantenzahlen alle auftretenden L - Werte aufführt.

1.2 DIE T-MATRIX

Nachdem nun der Zusammenhang T-Matrix (R-Matrix) und Observablen der Reaktion $\vec{D}(\pi, \bar{\pi})D$ im vorigen Abschnitt aufgezeigt wurde, sind alle Voraussetzungen geschaffen, um den dynamischen Input für die Observablen-Gleichungen zu formulieren.

1.2.1 BEITRÄGE ZUR T-MATRIX

Da erwartet wird, daß die Reaktion $\vec{D}(\pi, \bar{\pi})D$ im Mittelenergiebereich konzeptionell große Analogie zur πN Streuung aufweist, wird man versuchen, die im Pion-Nukleon-Fall als wichtig erkannten Beiträge zur T-Matrix auf die $B=2$ -Reaktion zu übertragen (vgl. Ose 82). Im Fall der Pion-Nukleon-Streuung ergibt sich die T-Matrix unter ausschließlicher Berücksichtigung des p -Wellenbeitrags als Summe über 4 Terme:

- zwei nichtresonante Terme, i.e.

den direkten und gekreuzten Bornterm mit einem Nukleon im Zwischenzustand

CONTRIBUT.	NON RESONANT		RESONANT (Δ)		CLASSIFIC.	BACKGROUND	DOMINANT
	REACTION						
$N(\pi, \pi)N$							
$D(\pi, \pi)D$							

Fig. C 1.2/ 1
 Vergleich der
 verschiedenen T-Matrix Beiträge zu den Reaktionen $N(\pi, \pi)N$ und
 $D(\pi, \pi)D$.

- zwei resonante Δ - dominierte Terme, nämlich den direkten und gekreuzten Bornterm mit einem Δ -Isobar im Zwischenzustand (vgl. Tab C 1.2/ 1).

Bei den hier betrachteten Energien ist der Anteil der s-Wellen Streuung klein (Dil 83). Konkrete Rechnungen zeigen (Ose 75), daß die wesentliche Struktur in den Observablen auf den direkten Δ -Formationsterm zurückgeht. Der gekreuzte und direkte Nukleonenterm kürzen sich zum Teil (es überleben nur die Spin-Terme), so daß zumindest unter Vor- und Rückwärtswinkeln der Gesamtbeitrag kleiner ist als jeder Einzelbeitrag. Der gekreuzte Δ -Bornterm liefert wegen seines größeren Energienenners keinen wesentlichen Beitrag. Überträgt man diese Struktur auf die π D-Streuung, so wird als dominanter Beitrag der direkte resonante Bornterm erwartet. Die anderen Beiträge sollten vergleichsweise klein sein. Ein derartiges Argument bezieht sich stets auf den Wirkungsquerschnitt. Inwieweit sich auch kleine Beiträge als wesentlich bei der Beschreibung von Polarisationsobservablen erweisen, muß vorläufig offen bleiben.

1.2.2 DER DOMINANTE T-MATRIX ANTEIL

STRUKTUR

Der dominante Anteil zur T-Matrix für die Reaktion $\vec{D}(\vec{x}, \vec{r})D$ ist im direkten Delta-Nukleon-Formationsterm zu sehen. Es ist unbedingt erforderlich, daß dieser Beitrag so gut wie möglich beschrieben wird. Das bedeutet, die Propagation des Nukleon-Zwischensystems explizit zu berücksichtigen. In verallgemeinerter Form ohne explizite Spezifikation des Zwischensystems wurde das theoretische Konzept zur Beschreibung der Propagation im Resonanz-Fluoreszenz-Modell schon vorgestellt. In Kürze der Gedankengang unter expliziter Berücksichtigung des π D-Eingangs- und Endkanals sowie des Delta-Nukleon-Zwischensystems:

THE DOMINANT T-MATRIX

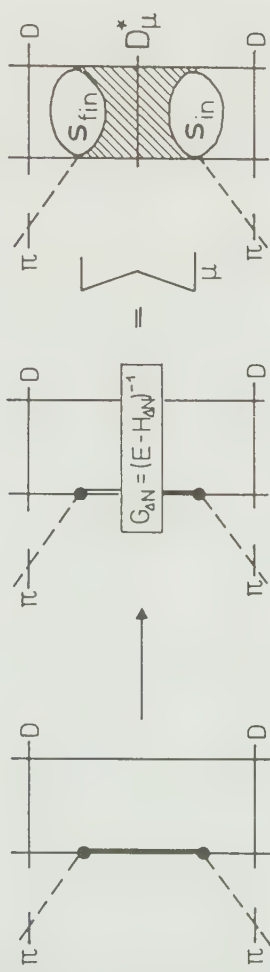


Fig. C 1.2/ 2 T-Matrix im Resonanz-Floureszenzmodell.

Ein Pion mit der kinetischen Energie T_π in der Größenordnung von 100 MeV trifft auf ein Deuteron. Dabei wird eines der beiden Nukleonen im Verband der beiden Baryonen reell, d.h. nahe seiner Massenschale in die Δ -Resonanz angeregt. Δ und N wechselwirken. Das ursprünglich entartete Niveau wird aufgespalten.

Es kommt zur Ausbildung von multipolaritätsabhängigen Anregungszuständen des Gesamtsystems, den sog. D^* -Moden, die als Zwischenresonanzen fungieren. Die D^* -Charakteristika

- Resonanzenergien (=Eigenwerte)
- Wellenfunktionen (=Eigenvektoren)

sind in den vorangegangenen Abschnitten detailliert untersucht worden. Nach ihrer Propagation zerfallen diese ΔN induzierten D^* -Zustände - die Doorwayzustände - wieder in den πD -Kanal.

In mathematischer Formulierung ergibt sich für die T-Matrix ein Ausdruck gemäß Figur C 1.2/ 3. Da die Delta-Nukleon-Wechselwirkung zwar nichthermitesch, aber symmetrisch ist, gilt

$$|[\tilde{D}_\mu^*]> = (|D_\mu^*>)^* \quad (C 1.2/ 1)$$

wobei $|D^*>$ die Lösungen zur Schrödingergleichung

$$\hat{H} |D_\mu^*> = E_\mu |D_\mu^*> \quad (C 1.2/ 2)$$

und $|\tilde{D}^*>$ die Lösungen zur hermitisch konjugierten Gleichung

$$\hat{H}^+ |\tilde{D}_\mu^*> = \tilde{E}_\mu |\tilde{D}_\mu^*> \quad (C 1.2/ 3)$$

sind.

$$T = \langle \pi D | \mathcal{L}_{\pi NN}^+ | \Delta N \rangle \mathcal{G}_{\pi NN}^+ | \pi D \rangle$$

$$= \sum_{\mu} \frac{\langle \pi D | \mathcal{L}_{\pi NN}^+ | [D_{\Delta N}^*]^{\mu} \rangle \langle [D_{\Delta N}^*]^{\mu} | \mathcal{L}_{\pi NN}^+ | \pi D \rangle}{\omega - \mathcal{E}[D_{\Delta N}^*]^{\mu}}$$

$$= \sum_{\mu} \frac{\langle \pi D | \mathcal{L}_{\pi NN}^+ | [D_{\Delta N}^*]^{\mu} \rangle \langle [D_{\Delta N}^*]^{\mu} | \mathcal{L}_{\pi NN}^+ | \pi D \rangle}{\omega - \mathcal{E}[D_{\Delta N}^*]^{\mu}}$$

$$= \sum_{\mu} \frac{\mathcal{A}_{\pi D \rightarrow \Delta N}^{\mu} \mathcal{A}_{\pi D \rightarrow \Delta N}^{\mu}}{\omega - \mathcal{E}[D_{\Delta N}^*]^{\mu}}$$

Fig. C 1.2/ 3
Analytische Struktur der resonanten T-Matrix.

(Vergleiche hierzu auch Abschnitt B 1.1 und B 5.0). Der Propagator hat dann die Form

$$G = \sum_{\mu} \frac{|\langle D_{\mu}^* | \rangle \langle D_{\mu}^* | |)^*}{E - \epsilon_{\mu}} \quad (\text{C 1.2/ 3a})$$

Dies führt zur letzten Gleichung der Figur C 1.2/ 3.

DARSTELLUNG

Wie aus dem Kapitel C1.1 über Observable bekannt, ist zur Übersetzung der T-Matrix in beobachtbare Größen nach dem erwähnten Muster die Angabe in der Drehimpulsbasis notwendig. Zu diesem Zweck ist die T-Matrix entsprechend spezifiziert in Tab. C 1.2/ 4 aufgeführt. Mit $s_{\pm}$ sind dabei die Übergangsmatrixelemente bezeichnet.

Kurz einige Anmerkungen zu den Quantenzahlen in dieser Darstellung:

- s, s^- bezeichnen den Kanalspin im Eingangs- bzw. Endzustand; der Kanalspin ergibt sich durch Kopplung der Gesamtdrehimpulse von Projektil (Ejektil) und Target. Im Fall des π D-Kanals ergibt sich stets ($S=0, S=1$) $s=1$, ($S=0, S=1$) $s^-=1$;
- l, l^- ist der relative Bahndrehimpuls zwischen Projektil (Ejektil) und Target. Auf Grund der negativen intrinsischen Parität des Pions ($\pi; 0^-$) im Gegensatz zum Deuteron ($D; 1^+$) ist mit geradem l stets negative, mit ungeradem l stets positive Parität verknüpft.
- $j=J$ entsteht aus der Kopplung von (l, s) einerseits und (l^-, s^-) andererseits. Für einen skalaren Übergangsoperator $\mathcal{L}$ werden über die Basiszu-

$$\begin{aligned}
 T_{e's', e s}^j &= \sum_{\mu} \frac{\langle [\pi D]_{e's'}^j | \varphi^+ | [D^*]_{\mu}^j \rangle \langle [D^*]_{\mu}^j | \varphi | [\pi D]_{e s}^j \rangle}{W - E_{[D^*]_{\mu}^j}} \\
 &= \sum_{\substack{N'LS' \\ NLS}} \sum_{\mu} \frac{\langle [\pi D]_{e's'}^j | \varphi^+ | [D^*]_{N'LS'}^j \rangle c_{N'LS'}^{j, \mu} c_{NLS}^{j, \mu} \langle [D^*]_{NLS}^{j, \mu} | \varphi | [\pi D]_{e s}^j \rangle}{W - E_{[D^*]_{\mu}^j}} \\
 &= \sum_{\substack{N'LS' \\ NLS}} \sum_{\mu} \frac{(A_{\mu}^{j, \mu})_{N'LS'} c_{N'LS'}^{j, \mu} c_{NLS}^{j, \mu} (A_{\mu}^{j, \mu})_{NLS}}{W - E_{[D^*]_{\mu}^j}}
 \end{aligned}$$

Fig. C 1.2/ 4
Darstellung der resonanten T-Matrix in Drehimpulsbasis
(j, l, s, l', s').

stände $(1,s)j$ gerade alle die Zwischenresonanzen herauspräpariert, für die $J^- = j^-$ gilt.

Damit läßt sich schnell ein Überblick über T-Matrixelemente für die spezielle Reaktion $\vec{D}(\vec{x}, \vec{x})D$ gewinnen.

1. die $1-j$ Struktur der Übergangsstärken

In der Tab. C 1.2/ 5 ist die für die Übergangsstärken verwendete Kopplungsstruktur $(1,s=1)j$ graphisch dargestellt,

2. die $(1,1^-)j$ -Struktur der T-Matrix

Aus Gründen der Paritätserhaltung kommen von den neun durch die Drehimpulskopplung möglichen Matrixelemente nur fünf zum Zuge. Unter Verwendung der Symmetrie

$$T_{e's';e's}^j = T_{e's';e's'}^j$$

(C 1.2/ 4)

reduziert sich die Zahl auf vier. Davon gehören jeweils

$$T_{j-1,1;j-1,1}^j$$

$$T_{j-1,1;j+1,1}^j$$

$$T_{j+1,1;j+1,1}^j$$

(C 1.2/ 5)

zu der einen Parität und

$$T_{j,1;j,1}^j$$

(C 1.2/ 6)

zur anderen (vgl. Figur C 1.2/ 6).

Für jede Multipolarität $J=j$ einer Zwischenresonanz gibt es also abhängig von der jeweiligen Parität drei T-Matrixelemente bzw. eines.

Ausnahme: Zum 0^+ Zustand trägt nur ein Matrixelement bei, nämlich T_{1111} .

Der 0^- Zustand kann nicht angeregt werden.

15																-
14															+	-
13														-	+	-
12													+	-	+	
11													-	+	-	
10													+	-	+	
9													-	+	-	
8													+	-	+	
7													-	+	-	
6													+	-	+	
5													-	+	-	
4													+	-	+	
3													-	+	-	
2													+	-	+	
1													-	+	-	
0														+		
$\begin{array}{c} \text{J} \\ \text{L} \end{array}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	

Fig. C 1.2/ 5

Das Kopplungsschema $(l, s=1)$ J gibt an, welche J-Werte bei vorgegebenem Relativdrehimpuls 1 erreicht werden können. Für den Pion-Deuteron Kanal ergeben sich die mit + und - angegebenen Paritäten (negative intrinsische Parität des Pions).

$$\underline{D(\pi, \pi) D} \quad - \quad T \text{ MATRIX: } T_{e'1, e1}^{\pi}$$

$\ell \backslash \ell'$	$\pi-1$	π	$\pi+1$
$\pi-1$	π_1		π_1
π		π_2	
$\pi+1$	Sylvestre		π_1

$\pi(2)$ ($\pi \neq 0$)	π Parität	$\ell(2)$	$T_{e'e'}^{\pi}$ MATRIK-ELEMENTE			
			$T_{\pi-1, \pi-1}^{\pi}$	$T_{\pi-1, \pi+1}^{\pi}$	$T_{\pi+1, \pi+1}^{\pi}$	$T_{\pi, \pi}^{\pi}$
0	+	1	2	2	2	
	-	0				2
1	+	1				2
	-	0	2	2	2	

Fig. C 1.2/ 6
Beiträge zur $D(\pi, \pi) D$ - T-Matrix.

Die $D^*_{\Delta N}$ -Eigenmoden sind das dynamische Herzstück der T-Matrix. In einer konkreten Reaktion wird dieses dynamische Angebot reaktionsspezifisch gewichtet. Das kommt in der Form der T-Matrix besonders deutlich zum Ausdruck (vgl. Tab. C 1.2/ 4). Zwei Aspekte bestimmen die Größe der T-Matrix:

- der Energienenner,
der aufgrund der Lage einer D^* -Resonanz im Vergleich zur Anregungsenergie (i.e. Einschußenergie) ihre Bedeutung relativiert. Dies ist ein reaktionsuniverseller kinematischer Filter
- die Übergangsstärken,
die die Ankopplung der D^* -Resonanzen an physikalische Kanäle beschreiben, die jede einzelne D^* -Resonanz je nach ihrer spezifischen Wellenfunktion reaktionsabhängig gewichten. Die Formulierung C 1.2/ 4 macht unter Verwendung der Oszillatorbasis deutlich, wie durch die Struktur der Delta-Nukleon Wellenfunktion die Gewichtung die sich durch Kopplungsalgebra ergibt (Elementaramplituden) in charakteristischer Weise modifiziert wird. Die Übergangsstärken sind insofern ein reaktionsspezifischer Filter.

1.3 ÜBERGANGSSTÄRKE

Letztes Teilstück auf dem Weg von der elementaren Dynamik zu den Observablen sind die Übergangsstärken s_{j_s} . Drei Komponenten bestimmen das Matrixelement:

- der πD Eingangskanal,
- der Übergangsoperator $\pi D \rightarrow \Delta N$ und
- der ΔN Zwischenzustand.

Sie sind in Tabelle C 1.3/ 1-3 gelistet.

Die Beschreibung der B=2 Zustände, d.h. des Deuterons und

$$\begin{aligned}
 & | [\pi D]_{LS, j_2 t_2}^{j_2} \cdot E > = \\
 & = [V(\vec{k}) \times [[\pi]_{\vec{k}=0}^{\vec{k}} \times [NN]_{\vec{k}=0}^{\vec{k}}]_{j_2}^{j_2}]_{t_2}^{t_2} \times [[NN]_{\vec{k}=0}^{\vec{k}}]_{t_2}^{t_2}; E > \\
 & [\pi]_{\vec{k}_2=0, \vec{k}=1}^{\vec{k}} = [\pi]_{\vec{k}_2=0}^{\vec{k}} \cdot [\pi]_{\vec{k}=1}^{\vec{k}} = N_{\vec{k}} e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} \chi_{\vec{k} \vec{k}_2} \\
 & [NN]_{\vec{k}_2=1, \vec{k}=0}^{\vec{k}} = [NN]_{\vec{k}_2}^{\vec{k}} \cdot [NN]_{\vec{k}}^{\vec{k}} \\
 & = \sum_{\substack{L=0,2 \\ S=1}} f_{LS}(1) \cdot [NN]_{LS \vec{k}_2}^{\vec{k}} [NN]_{\vec{k}}^{\vec{k}}
 \end{aligned}$$

Fig. C 1.3/ 1

Der Pion-Deuteron Kanal in dreimpulsgekoppelter Darstellung.

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}_T [NN] [AN] = \\
& = \int d\vec{E}' d\vec{k} \sum_{\substack{\vec{p}' \vec{r}' \\ \vec{p}_2' \vec{r}_2' \\ \vec{L}' \vec{S}'}} \sum_{\substack{\vec{p} \vec{r} \\ \vec{p}_2 \vec{r}_2 \\ \vec{L} \vec{S}}} \delta(\vec{E}' - \vec{E}(\vec{k})) \\
& \left\{ \begin{aligned} & | [AN]_{LS\vec{p}_2\vec{r}_2}^{\vec{p}'\vec{r}'} \cdot \vec{E}' > < [AN]_{LS\vec{p}'\vec{r}'}^{\vec{p}\vec{r}} | \\ & | [AN]_{LS\vec{p}_2\vec{r}_2}^{\vec{p}'\vec{r}'} ; \vec{E}' > < [AN]_{LS\vec{p}'\vec{r}'}^{\vec{p}\vec{r}} | \\ & | \mathcal{L}_{\pi ND}(1) | [N(1)]_{\vec{p}_2 \vec{r}_2}^{\vec{p}'\vec{r}'} [NN]_{LS\vec{p}_2\vec{r}_2}^{\vec{p}\vec{r}} | \\ & | \mathcal{L}_{\pi ND}(2) | [N(2)]_{\vec{p}_2 \vec{r}_2}^{\vec{p}'\vec{r}'} [NN]_{LS\vec{p}_2\vec{r}_2}^{\vec{p}\vec{r}} | \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

Fig. C 1.3 / 2 Der Übergangsoperator $\pi D \rightarrow \Delta N$.

$$\begin{aligned}
& [AN]_{\vec{p}_2 \vec{r}_2}^{\vec{p} \vec{r}}(\nu) = \\
& = \sum_{LS} [AN]_{LS\vec{p}_2\vec{r}_2}^{\vec{p} \vec{r}}(\nu) = \sum_{LS} f_{LS}^{(1)} \cdot [AN]_{LS\vec{p}_2}^{\vec{p}}(\nu) [AN]_{\vec{r}_2}^{\vec{r}}
\end{aligned}$$

Fig. C 1.3 / 3

Der ΔN Zwischenzustand.

$$\langle [AN]_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}; E' | \mathcal{L}_{\pi[NN]ON} | [F, D]_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \rangle =$$

$$= \sum_{N'LS'} \sum_{NLS=1} \frac{1}{\lambda} \cdot 4\pi \sqrt{3} \frac{f_{\pi NN}}{\sqrt{4\pi}} \frac{k}{m_{\pi}} N_F \rho_E^{\frac{1}{2}} \left(\mathcal{L}_{NLS'}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(AN) \right) \left(\mathcal{L}_{NLS}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(NN) \right)$$

$$\int d^3r R_{NL}(r) j_{\lambda}\left(\frac{1}{2}kr\right) R_{NL}(r)$$

$$(-i)^{L+1} \epsilon_j L_{LS+1} \hat{e}(\hat{\lambda})^2 \hat{\lambda}^{\frac{1}{2}} \hat{L}' S'$$

$$\langle \frac{3}{2} \| S^{\frac{1}{2}} \| \frac{1}{2} \rangle < \frac{3}{2} \| T^{\frac{1}{2}} \| \frac{1}{2} \rangle > \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & 5 & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{matrix} \right\}$$

Fig. C 1.3/ 4
Die explizite Form der Übergangsstärke.

der Delta-Nukleon-Moden erfolgt in der eingeführten Art.
Das Pion wird als ebene Welle angegeben.

$$\phi_{\vec{k}} = N_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{r}} \chi_{t_{\vec{k}}=1, t_{\vec{k}_2}}$$

Die Isospinfunktion ist wie üblich durch $\chi_{t_{\vec{k}}, t_{\vec{k}_2}}$ angegeben.
 $N_{\vec{k}}$ ist der konventionelle Bosonnormierungsfaktor

$$N_{\vec{k}} = \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{k}}}} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}$$

Der Übergangsoperator $\mathcal{L}$ setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, deren physikalische Bedeutung offensichtlich ist:

Das Pion kann an jedem der beiden beteiligten Baryonen absorbiert bzw. emittiert werden. Dementsprechend tritt der elementare Übergangsoperator $L_{\pi N\Delta}$ symmetrisch in den beiden Nukleonen auf. Ausgehend von einer punktförmigen Pion-Nukleon-Wechselwirkung reduziert sich die Pion-Ortskoordinate auf die entsprechende Baryonenkoordinate (also $\vec{r}_{\pi} = \vec{r}_1$ oder $\vec{r}_{\pi} = \vec{r}_2$).

Zusammensetzen aller Teile ergibt nach Auswertung das in Tabelle C 1.3/ 4 aufgeführte Resultat.

1.4 DIE REAKTIONSKINEMATIK

Für Zwei-Teilchensysteme kann der Zusammenhang zwischen Laborgrößen und Schwerpunktsgrößen leicht angegeben werden. Mit der aus Tabelle C 1.4/ 1 ersichtlichen Notation erhält man die totale CM-Energie:

$$E = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_2 E_1'}$$

(C 1.4/ 1)

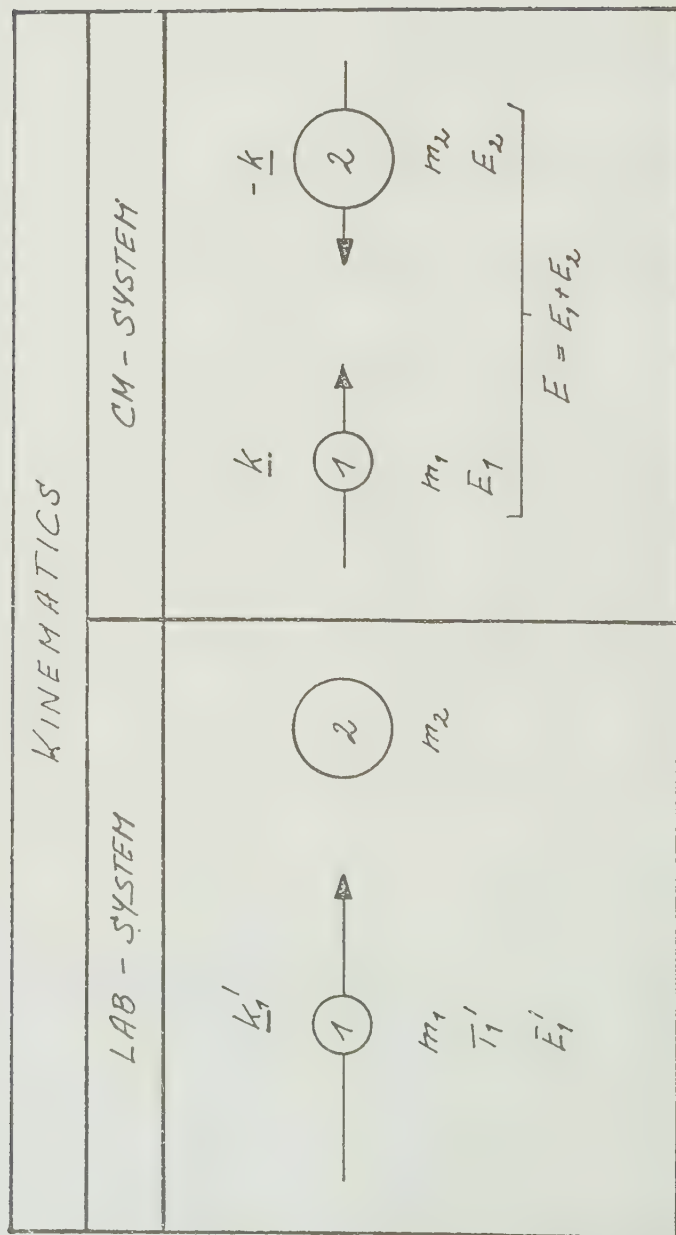


Fig. C 1.4/ 1
Notation zur

Kinematik.

Für den Impuls der Teilchen im CM-System ergibt sich bezogen auf die Gesamtenergie E:

$$k = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{E^2 - m_1^2 - m_2^2}{E} \right) - \left(\frac{m_1 m_2}{E} \right)^2} \quad (C1.4/2)$$

Für die folgende Diskussion ist die Anregungsenergie der angemessene Parameter. Sie ist mit der Gesamtenergie E für B=2 Systeme verknüpft durch

$$\omega = E - m_D \quad (C1.4/3)$$

wobei m_D die Deuteronmasse bezeichnet. Für spezielle Zweiteilchen-Kanäle, die bei der Untersuchung des Dibaryons (B=2 System) von Bedeutung sind, nämlich der Pion-Deuteron, der Gamma-Deuteron und der Nukleon-Nukleon Kanal, ist der Zusammenhang von Laborgrößen wie der kinetischen Energie oder des Projektil-Impulses und CM-Größen wie Anregungsenergie und CM-Impuls in der Tabelle C 1.4/ 2 eingetragen.

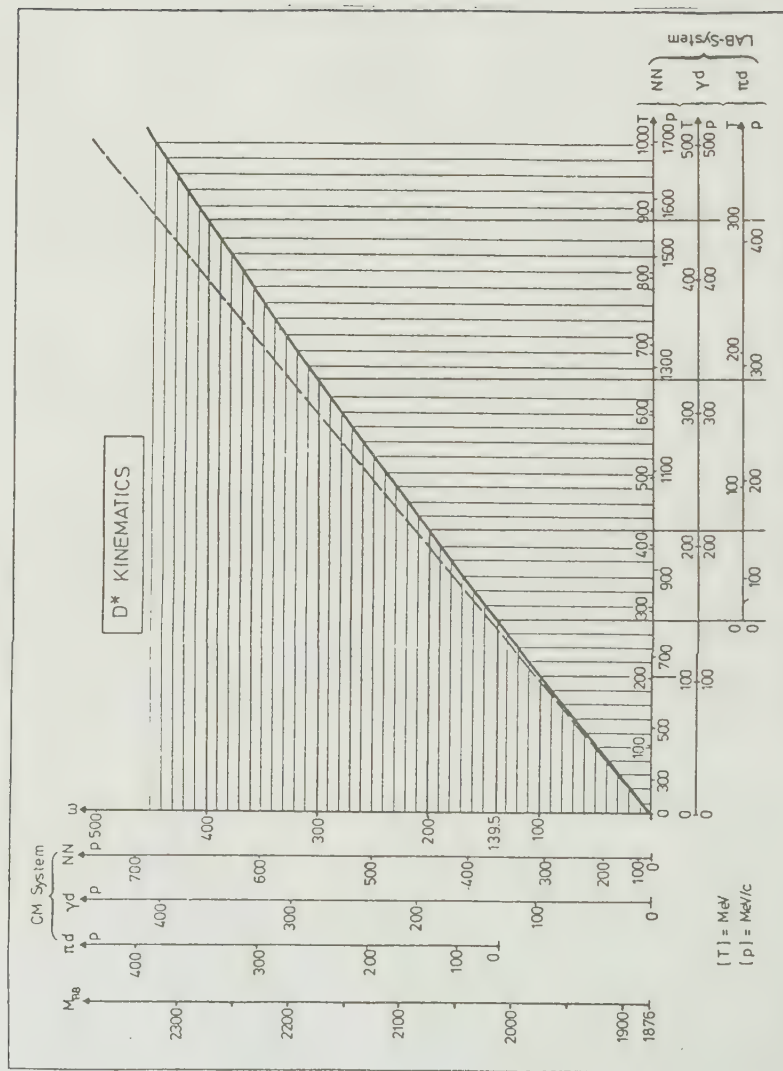


Fig. C 1.4/ 2
D*-Kinematik. Berücksichtigung des NN, πD , γD - Kanals.

2. ERGEBNISSE - ANALYSE UND DISKUSSION

Wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert, soll nun die im D^* - Modell für die elastische Pion - Deuteronstreuung berechnete S - Matrix in Observable übersetzt werden. Im ersten Abschnitt wird kurz der Realitätsbezug der Rechnungen aufgezeigt. Es werden alle Möglichkeiten der Darstellung vorgestellt und in Zusammenhang gebracht mit der zugrundeliegenden Delta-Nukleon Dynamik. Daran schließen sich Modellstudien an. Diese erheben in keiner Weise Anspruch auf Vollständigkeit; sie sollen lediglich die Bandbreite der Möglichkeiten, modellimmanente Freiheiten und Randbedingungen darstellen. Schließlich wird systematisch mit vorliegendem experimentellem Material verglichen. Theoretische Unsicherheiten werden diskutiert.

2.1 REALITÄTSBEZUG DER RESULTATE

Theoretischer Ausgangspunkt bei der Darstellung sämtlicher Rechnungen ist die S-Matrix in Drehimpulsdarstellung:

$$S(J, T, l^+ s^-, l^- s)$$

also aufgeschlüsselt nach verschiedenen Multipolaritäten J, T ($T=1$), Relativdrehimpulsen zwischen Pion und Deuteron l, l^- und Kanalspins s, s^- .

Auf Grund der negativen intrinsischen Parität des Pions steht gerades $l(l^-)$ für negative und ungerades $l(l^-)$ für positive Parität. Auf Grund rechentechnischer Beschränkung ist die höchstmögliche berücksichtigte Multipolarität

$$J_{\pi} = 6^-$$

Es ist üblich, die S-Matrixelemente in der Form

$$S_{\ell',\ell}^{\tau} = \eta_{\ell',\ell}^{\tau} e^{2i\delta_{\ell',\ell}^{\tau}}$$

darzustellen. Eta bezeichnet dabei den Betrag eines S-Matrixelementes und Delta die sogenannte Streuphase. In der Tabelle C 2.1/ 1 ist für eine Anregungsenergie von 390 MeV (Holinde 1 Datensatz) die S-Matrix in der beschriebenen Form angegeben. Nach der im Abschnitt C1 vorgestellten Weise kann diese S-Matrix in Observable übersetzt werden (vergleiche Tabelle C 2.1/ 1). Dies sind:

- der totale elastische Wirkungsquerschnitt,
- der differentielle Wirkungsquerschnitt,
- die Vektoranalysierstärke $iT(11)$ und
- die Tensoranalysierstärken $T(20)$, $T(21)$, $T(22)$.

Alle Größen (Observable, Streuwinkel) werden im folgenden im Schwerpunktsystem angegeben.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für eine Anregungsenergie von 390 MeV liegt im Millibarn-Bereich (30 mb unter Vorwärtswinkeln). Er hat ein ausgeprägtes Minimum bei 100 Grad (0.03 mb) und steigt im Großwinkelbereich wieder an (0.2 mb).

Die Vektoranalysierstärke zeigt oszillatorische Struktur. Sie hat zwei ausgeprägte Maxima bei 75 Grad (0.25) und 120 Grad (0.3) und Minima bei 95 Grad (-0.1) und 160 Grad (-0.15). Für 0 und 180 Grad verschwindet $iT(11)$; dieses Verhalten wird von den zugrundeliegenden Winkelfunktionen (assoziierte Legendre-Polynome $P(L,1)$) erzwungen (vergleiche Tabelle C 1.1/ 8).

Die Tensoranalysierstärken sind im Vergleich zu $iT(11)$ noch stärker strukturiert. Auch hier führen die Legendre-Polynome $P(L,1)$ und $P(L,2)$ dazu, daß $T(21)$ und $T(22)$ für 0 bzw. 180 Grad verschwinden nur $T(20)$ kann hier einen von Null verschiedenen Wert annehmen ($P(L,0)$ -Struktur).

Wie ernst muß man dieses Ergebnis nehmen? Dazu soll der Konnex mit dem Experiment hergestellt werden, soweit dies möglich ist.

An experimentellem Datenmaterial gibt es für diese Energie (Anregungsenergie 390 MeV, kinetische Pion - Laborenergie 294 MeV) den differentiellen Wirkungsquerschnitt von Gabathuler (Gab 80) und Vektoranalysierstärken die kürzlich am SIN gemessen wurden (Mey 83). Weitere experimentelle Daten liegen nicht vor. Der Vergleich Experiment - Theorie führt beim differentiellen Wirkungsquerschnitt zu guter Übereinstimmung im gesamten Winkelbereich; sogar das Minimum und der Anstieg unter Rückwärtswinkeln wird beschrieben. Für die Vektoranalysierstärke ist im Vergleich zum Experiment die Größenordnung richtig; auch die Struktur der Daten wird grob wiedergegeben.

Ein umfassender Vergleich zwischen D^* -Rechnung und dem Experiment soll erst im Abschnitt C 2.4 vorgestellt und diskutiert werden. Für den Augenblick soll dieses erste Messen am Experiment zeigen, daß D^* Modell Rechnungen nicht an der Natur vorbeigehen, sondern im Gegenteil als aussichtsreiche Basis zur Untersuchung des Dibaryonenproblems gelten können. Dies gilt in besonderem Maße, da die gezeigten Ergebnisse nicht in bezug auf das Experiment "getrimmt", sondern mit den Standardinputparametern (Holinde 1) und ohne Backgroundkorrekturen erzeugt wurden.

2.2 DARSTELLUNG DES VOLLSTÄNDIGEN RESULTATS

Im letzten Abschnitt wurde ein vollständiger Satz von Observablen für eine einzige Anregungsenergie vorgestellt. (Was einer Energie recht ist, ist der anderen billig.) In der Tabelle C 2.2/ 1 sind für Anregungsenergien von 150 MeV bis 390 MeV in 10 MeV Schritten der totale elastische Querschnitt dekomponiert nach Beiträgen zu verschiedenen Multipolaritäten, der differentielle Wirkungsquerschnitt

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

COMPLETE SET OF OBSERVABLES

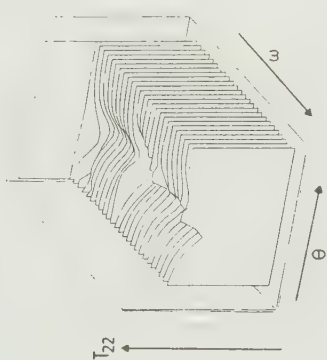
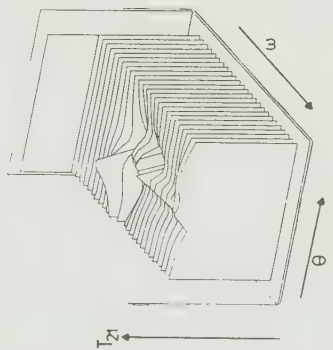
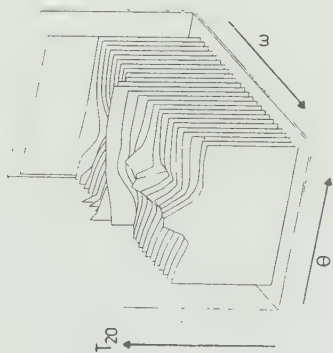
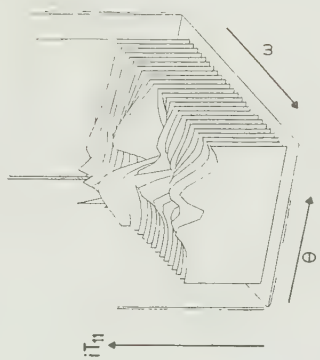
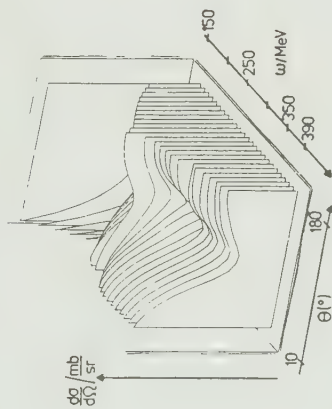
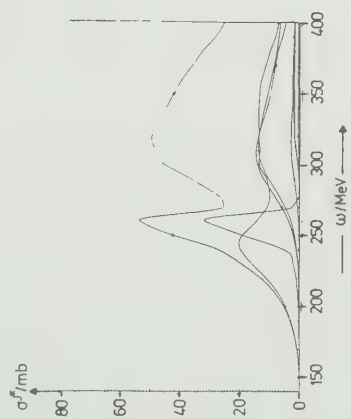


Fig. C 2.2/ 1

Vollständiger Satz von im D^* -Modell berechneten Observablen der elastischen Pion-Deuteron Streuung für Anregungsenergien zwischen 150 und 390 MeV.

und Analysierstärken in dreidimensionaler Darstellung aufgetragen. Auch hier ist wieder der Holinde 1 Standarddatensatz zugrundegelegt.

Kurzcharakteristik der Observablenflächen:

- Der differentielle Wirkungsquerschnitt zeigt eine sanfte Oberflächenstruktur.
- Die Vektoranalysierstärke $iT(11)$ ist deutlich strukturiert.
- In der Tensoranalysierstärke $T(20)$ kommen Oberflächenverwerfungen (von der $P(L,0)$ - Struktur unterstützt) besonders massiv zum Ausdruck.
- Die Tensoranalysierstärken $T(21)$ und $T(22)$ weisen eine weniger stark modulierte Oberfläche auf.

Natürlich sind die Obsevalenflächen nicht vollständig unabhängig voneinander.

Im totalen elastischen Wirkungsquerschnitt zeigt sich im Anregungsenergiebereich von 240 bis 260 MeV eine dramatische Struktur, bedingt durch die Multipolaritäten $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$. Die Dekomposition zeigt, daß eine starke 1^+ Resonanz bei ungefähr 250-260 MeV von einer ausgeprägten 2^+ Resonanz bei 240 MeV überlagert wird. Der Einfluß dieser Resonanzstrukturen zeigt sich auch in den Observablenflächen:

Im differentiellen Wirkungsquerschnitt tritt im Anregungsenergiebereich von 240 bis 270 MeV ein deutliches Maximum in der Anregungsfunktion unter 180 Grad auf; unter Vorwärtswinkeln (10 Grad) findet sich, leicht zu höheren Energien verschoben, ein weniger ausgeprägtes lokales Minimum. Die Vektoranalysierstärke zeigt für eine Anregungsenergie von 250 - 260 MeV, also innerhalb von 10 MeV eine deutliche Strukturumkehr. Ist für Energien kleiner 250 MeV für $iT(11)$ unter Vorwärtswinkeln ein im Negativen liegendes Minimum und unter Rückwärtswinkeln ein im Positiven liegendes Maximum festzustellen, so zeigt sich für Energien größer 260 MeV ein genau konträres Bild.

Die Tensoranalysierstärke $T(20)$ vereinigt im diskutierten Energiebereich die Merkmale von differentiellem Wirkungsquerschnitt und Vektoranalysierstärke. Die Anregungsfunktion weist unter 180° ein ausgeprägtes Maximum bei 260 MeV auf. Für kleinere Energien erkennt man in der Winkelabhängigkeit eine ins Negative verlaufende Muldenstruktur; für Energien oberhalb 260 MeV bildet sich zunehmend näherungsweise eine Glockenkurvenstruktur aus.

Die Tensoranalysierstärke $T(21)$ trägt ebenfalls deutlich die "Resonanzinformation". Im Energiebereich zwischen 230 und 270 MeV baut sich ein bei 250 MeV angesiedeltes Maximum im Kleinwinkelbereich auf.

Am verwaschensten ist die Resonanzstruktur bei 260 MeV in der Tensoranalysierstärke $T(22)$. Sie zeigt sich lediglich in einer stärkeren Ausprägung der vorhandenen Muldenstruktur.

Zusammenfassend läßt sich feststellen:

Die Struktur der Flächen für die verschiedenen Observablen als Funktion von Winkel und Energie reflektiert die zugrundeliegende Delta-Nukleon Dynamik. Verschiedene Flächen repräsentieren unterschiedliche Aspekte der gleichen Dynamik. Die Observablenflächen sind in bezug auf den Informationsgehalt nicht entkoppelt. Sie sind unterschiedlich sensitiv auf Details der zugrundeliegenden Dynamik. Resonanzeffekte machen sich multipolaritätsabhängig in unterschiedlich ausgedehnten Energieintervallen um die Resonanzposition bemerkbar.

Wichtigstes Ziel dieser Untersuchung der elastischen Pion Deuteron Streuung ist es, Aufschluß über die zugrundeliegende dynamische Struktur im $B=2$ - System (B =Baryonenzahl) zu gewinnen. Die Delta-Nukleon Dynamik manifestiert sich fundamental in dem Delta-Nukleon Resonanzspektrum. Ein bezug zur Dynamik kann nicht nur mittels der Reaktionsobservablen hergestellt werden; über die direkte Untersuchung

der den Observablen zugrundeliegenden S-Matrix in geeigneter Darstellung (Argand - Diagramm) kann vor allem dieser grundlegende Resonanzaspekt gezielter angegangen werden. Natürlich ist auch dieser Zugang reaktionsspezifisch; nur die in der Pion - Deuteron Streuung merklich angeregten Delta-Nukleon Resonanzen können dabei identifiziert und diskutiert werden. Nachdem über Phasenanalysen auch eine, zwar mit gewissen Vorurteilen behaftete, (Startwerte!) Übersetzung von experimentellem Datenmaterial in Argand Plots möglich ist, bietet sich zudem auf der Basis der S-Matrix eine qualitativ andere Ebene des Vergleichs mit dem Experiment. Die Untersuchung der S-Matrix in Argand - Diagramm Darstellung ist besonders gut geeignet, den dynamiknahen Resonanzaspekt zu diskutieren.

Bevor diese Parametrisierung der S-Matrix näher untersucht wird, soll kurz oben erwähnter reaktionsspezifischer Filter, das Bindeglied zwischen Delta-Nukleon Spektrum und S-Matrix, in Form der Übergangsstärken diskutiert werden. Ein $T=1$ Spektrum mit der für den Pion-Deuteron Kanal charakteristischen Gewichtung ist für 300 MeV Anregungsenergie in Tabelle C 2.2/ 2 angegeben. Für verschiedene J - Werte ist das Betragsquadrat der Übergangsstärken für den Kanalspin $s=1$ gegliedert nach den Relativdrehimpulsen $l=J-1$, $l=J$ und $l=J+1$ aufgetragen. Die Tabelle C 2.2/ 3a-e demonstriert für $J=0$ bis 4, in gleicher Darstellung, die Energieabhängigkeit im Intervall zwischen 220 und 400 MeV. Qualitativ läßt sich für alle Energien feststellen:

- Nur wenige Eigenmoden tragen fast die gesamte Übergangsstärke; es kommt demnach zu einer konstruktiv kohärenten Überlagerung der Elementaramplituden.
 - Beiträge gestreckter Kopplung ($l=J-1$) sind am größten, gefolgt von $l=J$ - Übergangsstärken. $l=J+1$ - Matrixelemente spielen kaum eine Rolle.
 - $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$ Moden nehmen eine Sonderstellung ein.
- Die tiefsten Spektralzustände tragen merklich Übergangs-

TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

MULTIPOLARITY DEPENDENCE

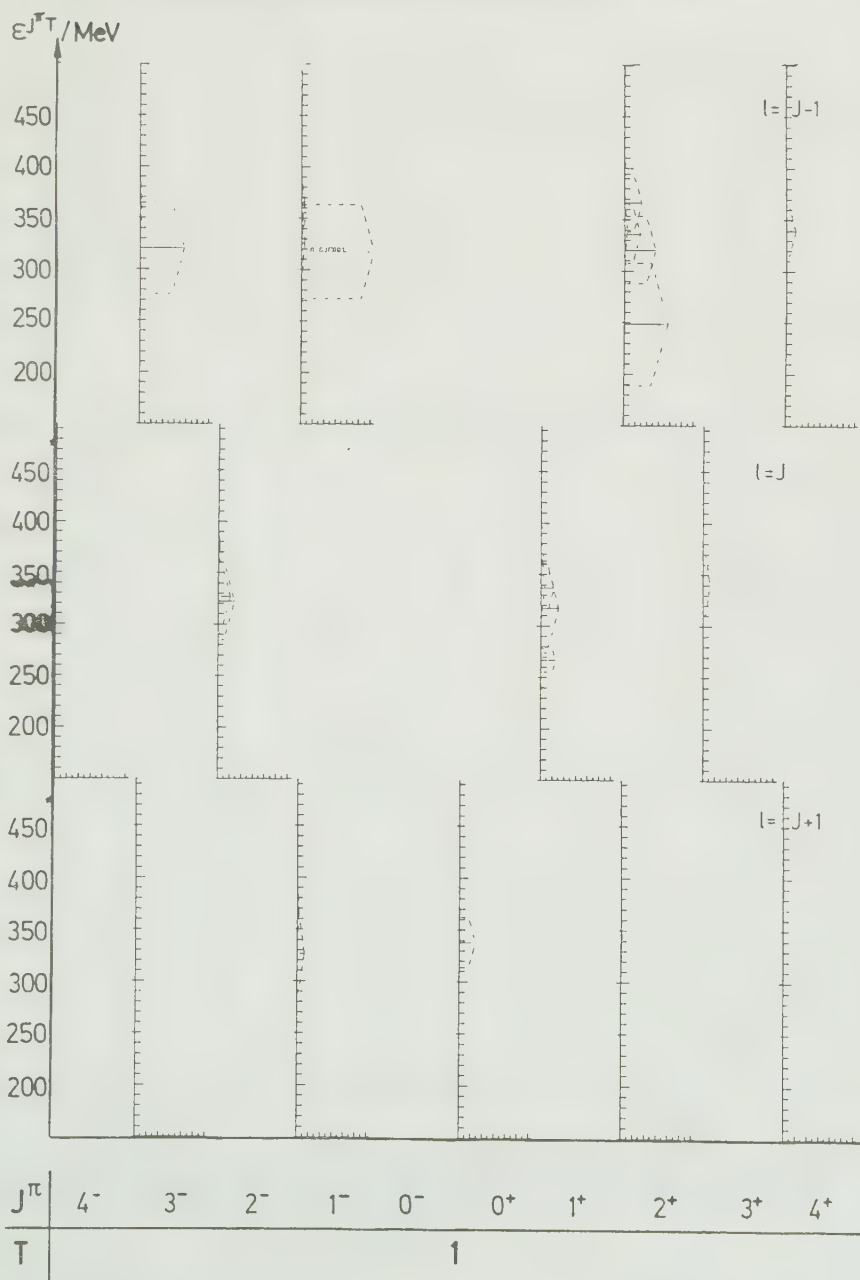


Fig. C 2.2/ 2

$J=0$ TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

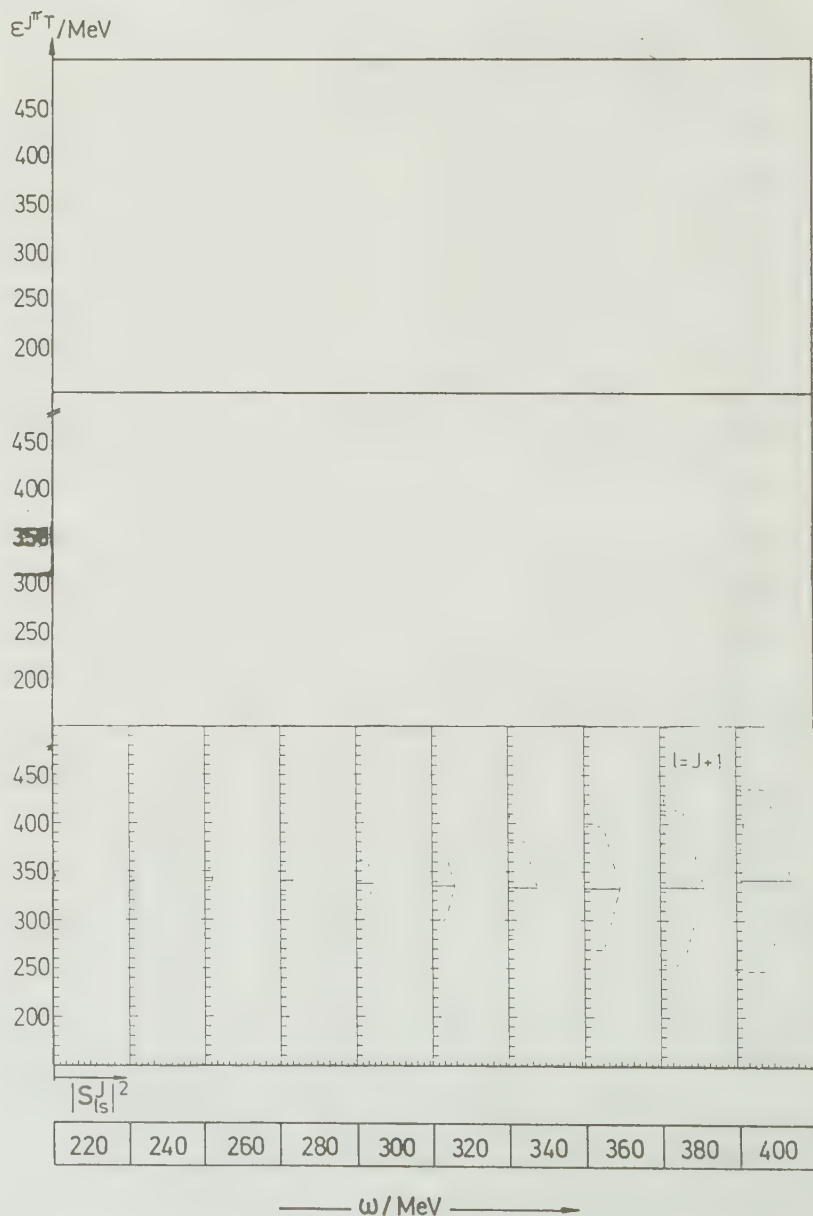


Fig. C 2.2/ 3a
Abhängigkeit der Übergangsstärken von der Anregungsenergie

J=1 TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

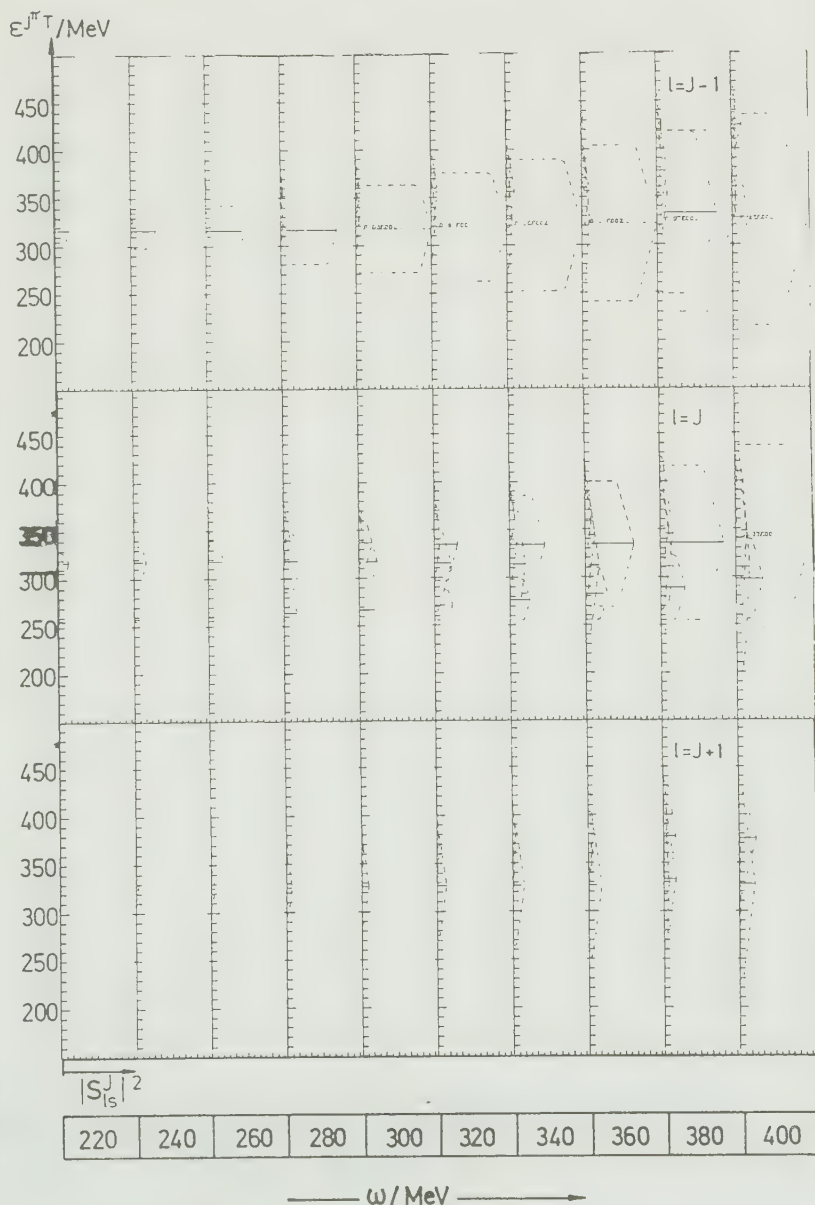


Fig. C 2.2/ 3b

Abhängigkeit der Übergangsstärken von der Anregungsenergie

$J=2$ TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

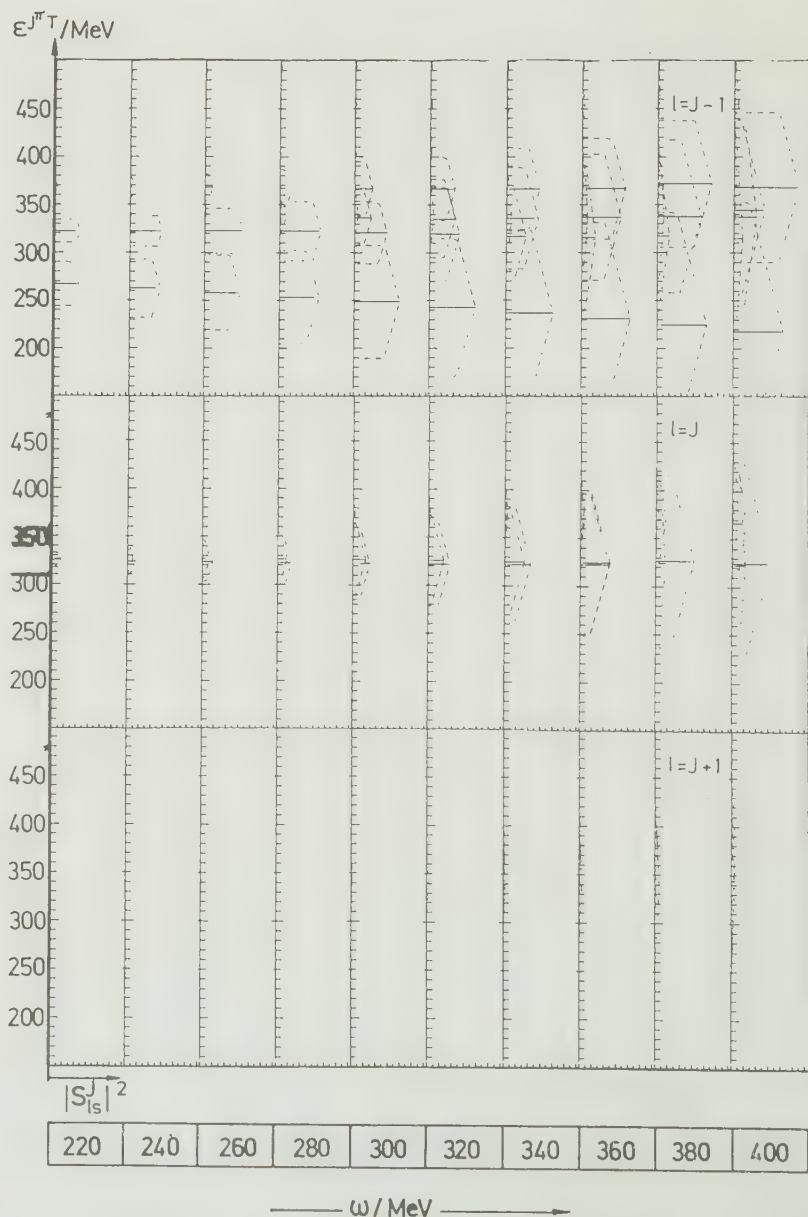


Fig. C 2.2/ 3c

Abhängigkeit der Übergangsstärken von der Anregungsenergie

$J=3$ TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

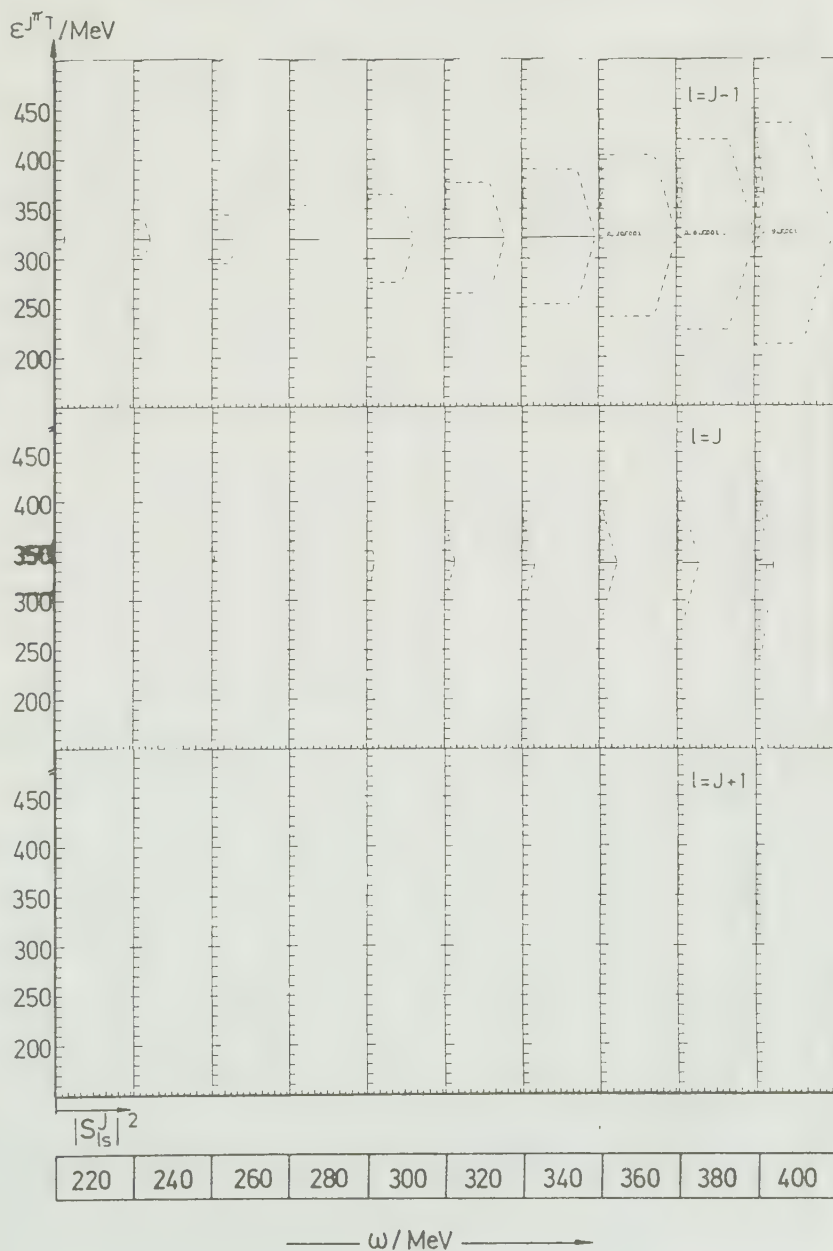


Fig. C 2.2/ 3d

Abhängigkeit der Übergangsstärken von der Anregungsenergie

$J=4$ TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

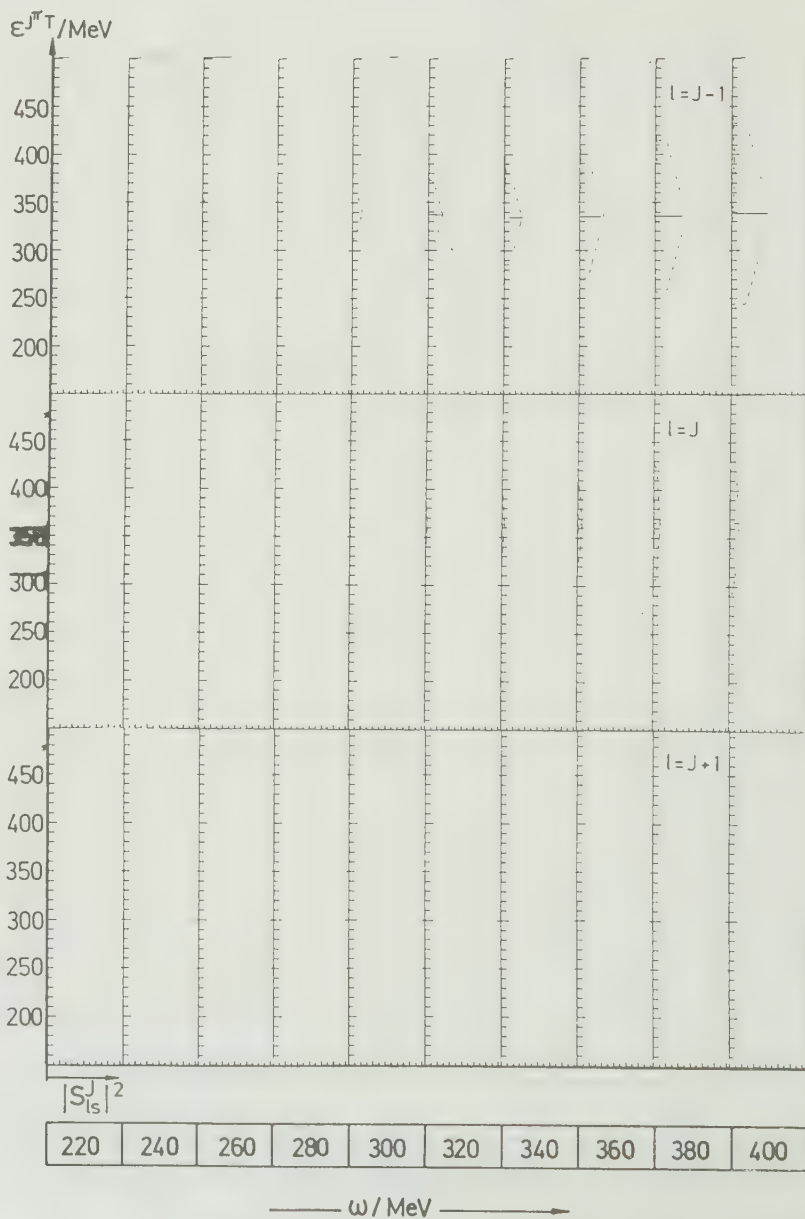


Fig. C 2.2/ 3e

Abhängigkeit der Übergangsstärken von der Anregungsenergie

stärke und werden von prominenten, mit wachsender Energie an Bedeutung gewinnenden Satelliten begleitet.

Mit diesem Hintergrund soll nun die S-Matrix diskutiert werden. In der Tabelle C 2.2/ 4a sind die Argand - Plots zu verschiedenen Multipolaritäten im Energiebereich von 150 bis 400 MeV Schritten aufgetragen. Grundlage war eine diagonalisierte S-Matrix. Für verschiedene Multipolaritäten erhält man zwei Darstellungen gemäß der 2×2 Ausgangs - S - Matrix. Diese sind, sofern sie nicht in diesem Maßstab zu einem Punkt zusammenschrumpfen, ebenfalls angegeben.

Ein in Tabelle C 2.2/ 4b demonstrierter Vergleich von diagonalisierten Eigen-S-Matrixelementen mit den Diagonalelementen der Ausgangs-S-Matrix zeigt keine nennenswerten Unterschiede. Dies läßt den Schluß zu, daß die nichtdiagonalen S-Matrixelemente

$$S(J,T;J-1,1,J+1,1)$$

im gesamten Energiebereich klein sind, wie es für 390 MeV schon aus Tabelle C 2.1/ 1 zu entnehmen ist, beziehungsweise durch die oben erwähnte Kopplungsstruktur der dominanten Übergangsstärken nahegelegt wird. Man kann also die Eigenwerte mit den Diagonalelementen der S-Matrix identifizieren.

Das S-Matrixelement mit der gestreckte/n Kopplung von $1(1^-)$ und $s(s^-)$ zu J

$$S(J,T;J-1,1,J-1,1)$$

liefert stets den größeren Beitrag. Auch dieses Verhalten wird durch die Übergangsstärken präjudiziert.

Im folgenden soll die Diskussion auf diese S-Matrixelemente

REACTION $D(\pi, \pi)D$

ARGAND DIAGRAMS

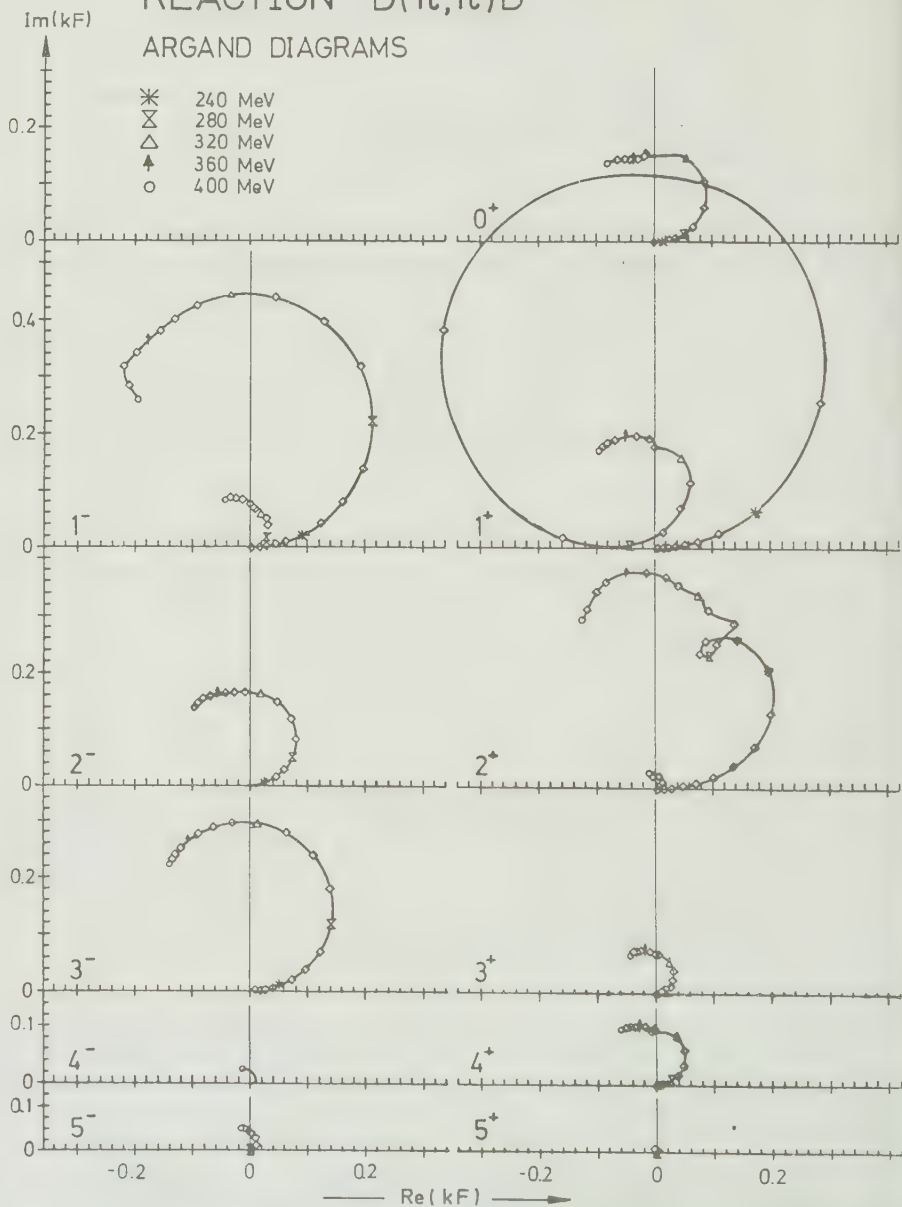
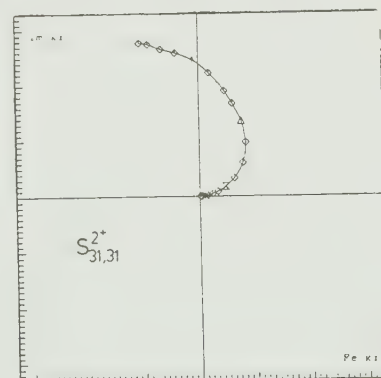
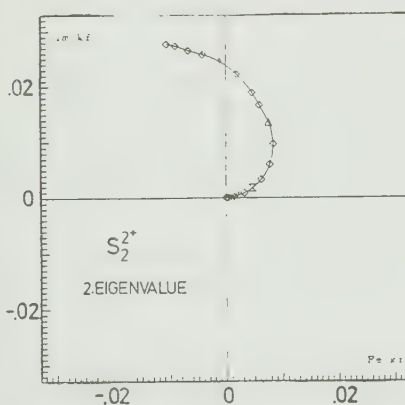
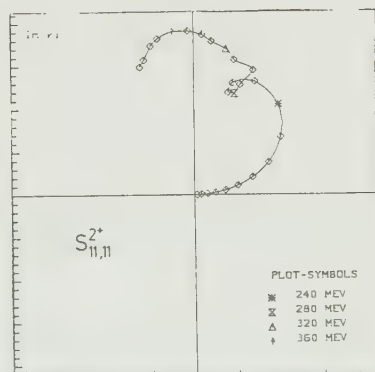
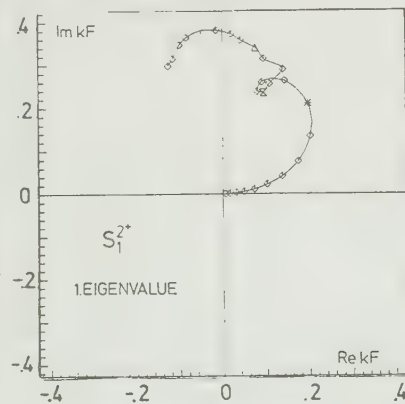


Fig. C 2.2/ 4a

Argand-Diagramme der elastischen Pion-Deuteron Streuung für alle erreichbaren Multipolaritäten $J \leq 5$. Die beiden Diagramme für 1^- , 2^+ , 3^- , 4^+ , 5^- zu einer Multipolarität entsprechen den Beiträgen von paralleler und antiparalleler Kopplung von l und s zu J .

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$



DIAGONALISED

NON DIAGONALISED

Fig. C 2.2/ 4b

Diagonalelemente der $J^\pi = 2^+, T=1$ S-Matrix und Eigenwerte.

eingeschränkt werden.

In allen Argand - Plots ergibt sich stets ein im Gegenuhrzeigersinn verlaufendes kreisförmiges Diagramm. Strukturell kann man drei Typen von Argand - Plots unterscheiden:

- das reine Kreis-Diagramm
(z.B. für die Zustände: $J^{\pi} = 0^+, 1^-, 2^-, 3^-, 3^+, 4^-, 4^+, 5^-, 5^+$)
- das Kreisdiagramm mit Loop und Cusp
(z.B. für den $J^{\pi} = 2^+$ Zustand)
- das "überdrehte" Kreisdiagramm mit einer Streuphasenvariation von mehr als 180 Grad
(z.B. für den $J^{\pi} = 1^+$ Zustand)

Schneller Durchgang durch die Imaginäre Achse ($\text{Re}(kF)=0$), Loop oder Cusp - Struktur, wird in der Literatur üblicherweise als Hinweis auf eine Resonanz verstanden. Zeigt sich eine derartige Resonanzstruktur in vielen Partialwellen ungefähr bei dergleichen Energie, so spricht man von Pseudo-Resonanz im Gesamtsystem (Sim 79), im Gegensatz zu wahren Resonanzen des Gesamtsystems, denen wohldefinierte Quantenzahlen einer Partialwelle zugeordnet werden können. Mittels der elastischen Pion - Deuteronstreuung lassen sich unter Benutzung dieser Regeln die in Tabelle C 2.2/ 2b zusammengestellten Resonanzen aus dem Angebot des dynamisch erzeugten Delta - Nukleon Resonanzspektrums identifizieren.

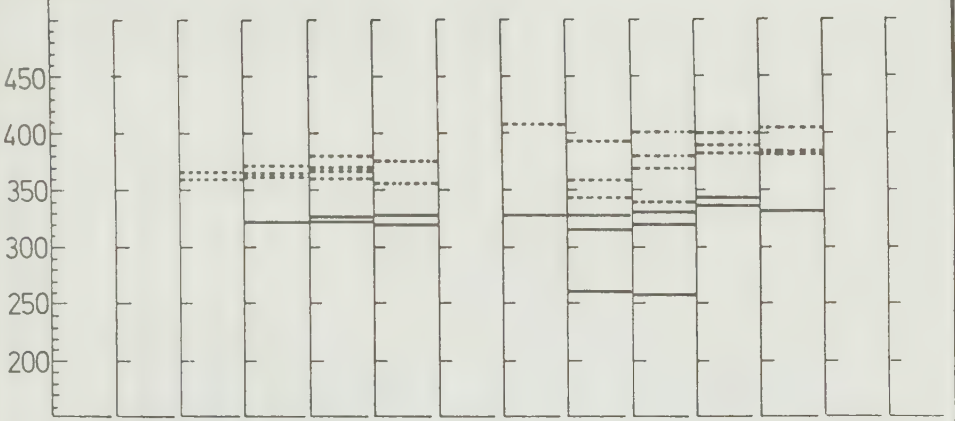
Als Pseudoresonanz muß man einstufen die Strukturen zu den Multipolaritäten:

$$J^{\pi} = 0^+, 1^-, 2^-, 3^{\pm}, 4^{\pm}$$

bei ungefähr 320 MeV Anregungsenergie.

ΔN RESONANCE SPECTRA / ENERGY

$E_{J^\pi T} / \text{MeV}$



T

1

J^π 6^- 5^- 4^- 3^- 2^- 1^- 0^- 0^+ 1^+ 2^+ 3^+ 4^+ 5^+ 6^+

T

2

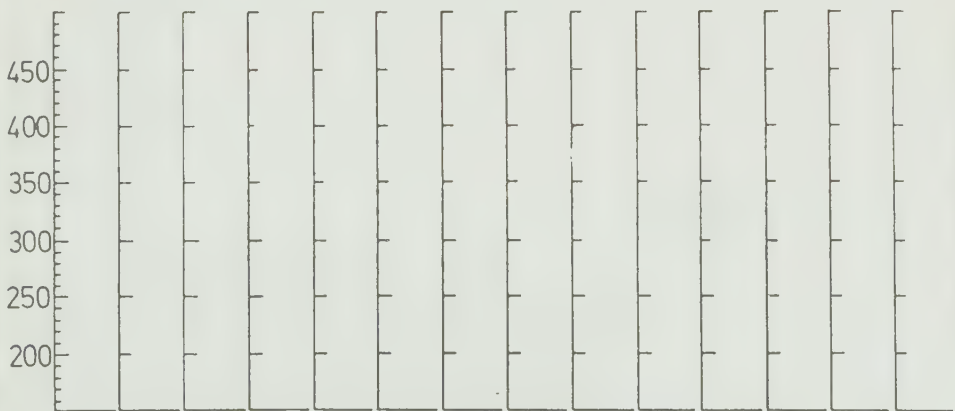


Fig. C 2.2/ 5

Pion - Deuteron Aspekt des Delta-Nukleon Resonanzspektrums: durchgezogene Linien repräsentieren im Argand-Diagramm identifizierte Resonanzen, gestrichelt eingezeichnete D^* -Resonanzen werden nicht merklich angeregt (vgl. Fig. C 2.2/ 3) (zum Pion-Deuteron Kanal tragen natürlich nur $T=1$ Resonanzen bei).

Als echte Resonanzen kommen folgende Moden in Betracht:

- 1^+_1 bei ungefähr 260 MeV
- 1^+_2 bei ungefähr 315 MeV
- 1^+_3 bei ungefähr 330 MeV
- 2^+_1 bei ungefähr 260 MeV
- 2^+_2 bei ungefähr 320 MeV
- $2^+_{3/4}$ bei ungefähr 340 MeV
- 2^+_5 bei ungefähr 370 MeV

Der Hinweis auf den ersten der beiden $J^\pi=2^+$ Satelliten begründet sich durch die angedeutete Cusp - Struktur und ist außerordentlich schwach, eine Pseudostruktur kann nicht ausgeschlossen werden. Der zwischen 340 und 350 angesiedelte Satellit manifestiert sich im Partialquerschnitt als breite Struktur. Eine eindeutige Zuordnung zu einer von zwei im Spektrum im fraglichen Energiebereich angesiedelten Resonanzen ist nicht möglich. Erst ein Blick auf die Übergangsstärken der Tabelle C 2.2/ 3 macht klar, daß es sich um den tieferliegenden der beiden Kandidaten, also um eine 2^+_3 Resonanz handelt. Der angedeutete Dip im Argandplot zwischen 300 und 310 MeV ist im Vergleich mit dem Spektrum nicht als Resonanz zu interpretieren, obwohl für diese Energie im partiellen Wirkungsquerschnitt ein kleiner Bump auftritt.

Zusammenfassung aller Resultate:

Vorgestellt wurde ein vollständiger Staz von Observablen der elastischen Streuung von Pionen an polarisierten Deuteronen in einem Anregungsenergiebereich von 150 bis 400 MeV, ergänzt durch Übergangsstärken und eine Analyse der S-Matrix in Form von Argand-Diagrammen. Die auf der Ebene der Delta-Nukleon Spektren sich andeutende Sonderstellung der tiefsten $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$, $T=1$ Spektralzustände legt auch in bezug auf die charakteristische Ge-

wichtung mittels der Übergangsstärken eine Resonanzinterpretation im strengen Sinn nahe mit deutlich prägendem Charakter in allen Observablen.

2.3 MODELLSTUDIEN

Im folgenden Kapitel soll das im letzten Abschnitt dargestellte Resultat auf seine Stabilität und Aussagekraft untersucht werden. Dies geschieht durch Studium der Parameterabhängigkeit (Inputparameter, Parametrisierung der Deuteronwellenfunktion) und durch Vergleich verschiedener Modelle für die Dynamik. Kurz soll auch die Bedeutung der Nichthermitizität des Problems in ihrer Auswirkung auf die Observablen dargestellt werden. Begonnen wird mit einem Abschnitt, der der Untersuchung der Einzelbeiträge zu verschiedenen Multipolaritäten gewidmet ist. Auf den Einfluß der (wahren) $J\pi=1^+$ und $J\pi=2^+$ Resonanzen im $T=1$ Kanal wird ebenfalls detailliert eingegangen.

Ziel ist die Bereitstellung von experimentellen und theoretischen Fakten, eine Interpretation soll erst im Abschnitt C 2.5 versucht werden.

2.3.1 MULTIPOLARITÄTSABHÄNGIGKEIT

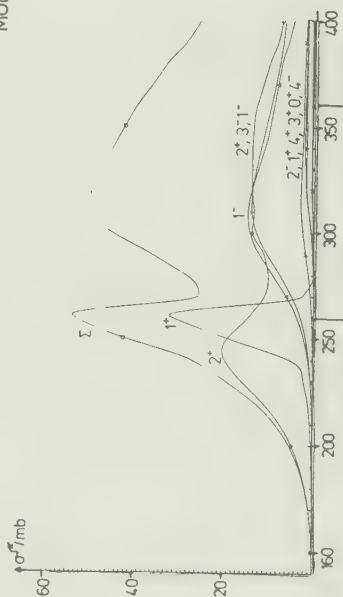
Wie eingangs schon erwähnt, kann technisch nur eine begrenzte Zahl an Multipolaritäten berücksichtigt werden. Im vorliegenden Fall sind dies:

$$\begin{array}{c} 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+ \\ 1^-, 2^-, 3^-, 4^-, 5^-, 6^- \end{array}$$

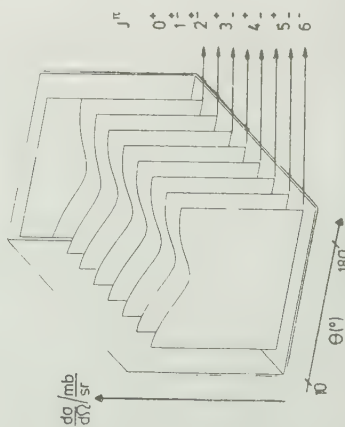
Natürlich werden die Beiträge höherer Multipolaritäten zur T-Matrix zunehmend kleiner (Reduktion in der Übergangsstärke wie aus der Tabelle C 2.2/ 2 zu entnehmen ist bei gleichzeitiger Zunahme des Energienenners) und insofern für

REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+)\bar{D}$

MULTIPOLARITY DEPENDENCE



DIFFERENTIAL CROSS SECTION



260 MeV

300 MeV

360 MeV

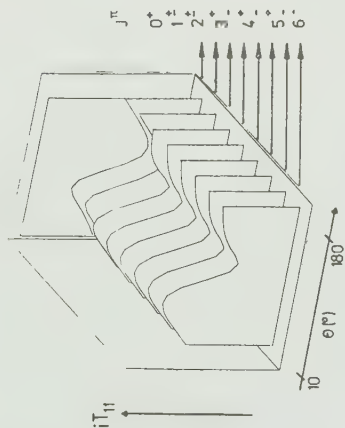
Fig. C 2.3/ 1a

Bedeutung verschiedener Multipolaritäten für den Wirkungsquerschnitt bei den Anregungsenergien 260, 300 und 360 MeV. Erläuterung siehe Text.

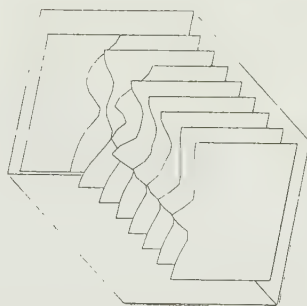
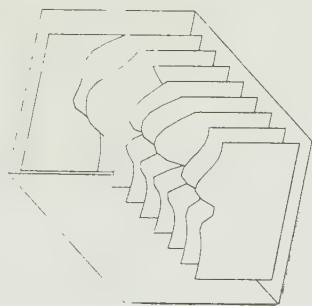
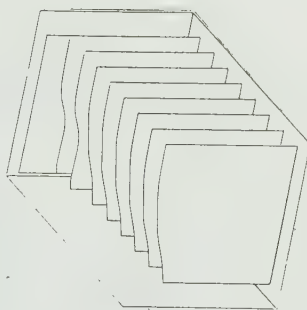
REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+\pi^+)$ D

MULTIPOLARITY DEPENDENCE

VECTOR ANALYSING POWER $iT(11)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(20)$



260 MeV

300 MeV

360 MeV

Fig. C 2.3/ 1b

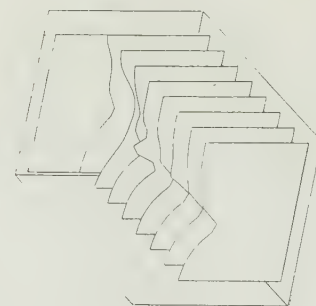
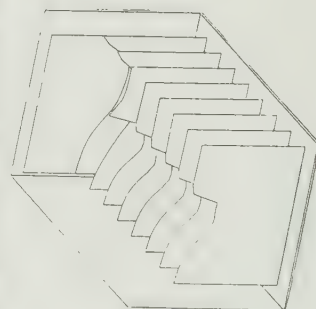
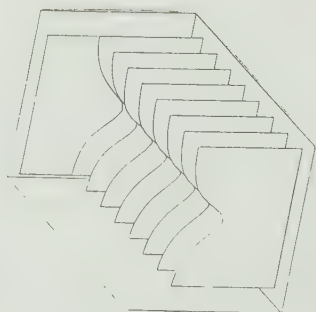
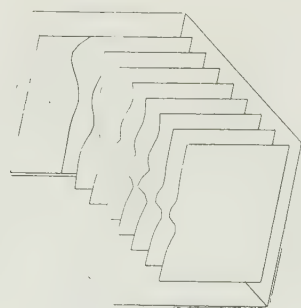
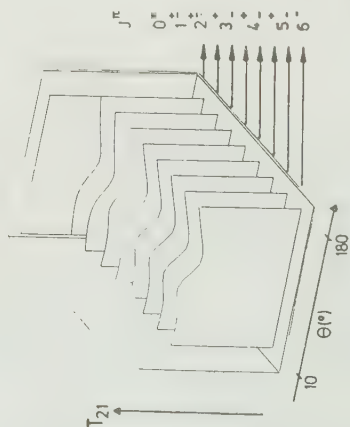
Analog Fig. C 2.3/ 1a, jedoch für die Analysierstärken $iT(11)$ und $T(20)$.

REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+)D$

MULTIPOLARITY DEPENDENCE

TENSOR ANALYSING POWER $T(21)$

TENSOR ANALYSING POWER $T(22)$



260 MeV

300 MeV

360 MeV

Fig. C 2.3/ 1c
Analog Fig. C 2.3/ 1a, jedoch für die Analysierstärken $T(21)$ und $T(22)$.

die Berechnung der Observablen vernachlässigbar. Trotzdem stellen sich für die konkrete Rechnung die Fragen:

- Sind genügend hohe Multipolaritäten berücksichtigt?
- Welchen Einfluß haben die einzelnen Multipolaritäten auf die Ausgestaltung der Observablenflächen?

Ein Blick auf den totalen elastischen Wirkungsquerschnitt (Tabelle C 2.3/ 1a) lehrt sofort, daß die Antwort abhängt von der betrachteten Energie. Bei der Auswahl von Energiestützstellen wird man sicher die Position der exponierten $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$ Resonanzen (260 MeV) wählen, um den verbleibenden Einfluß anderer Multipolaritäten abzuschätzen. Damit ist das erste scharfe Maximum im totalen elastischen Wirkungsquerschnitt abgedeckt; die breite, bei 320 MeV gepeakte Struktur, soll an beiden Flanken (bei 300 und 360 MeV) näher betrachtet werden. Bei der Suche nach der aktuell noch beitragenden Multipolaritäten mit größtem Drehimpuls baut man am besten das Ergebnis der "vollen" Rechnung sukzessive auf. Dies ist in Tabelle C 2.3/ 1a-c dargestellt für die drei Energien 260, 300 und 360 MeV. Für sämtliche Observable ist ausgehend von den Beiträgen der Multipolaritäten:

$$\begin{array}{c} 0^+, 1^+, 2^+ \\ 1^-, 2^- \end{array}$$

schrittweise die jeweils nächsthöhere Multipolarität, zuerst positiver, dann negativer Parität hinzugenommen (Ausnahme 6^+).

Das Ergebnis:

- Bei einer Anregungsenergie von 260 MeV erkennt man in den Analysierstärken $iT(11)$, $T(20)$ und $T(21)$ schon einen Einfluß der $J^\pi=3^-$ Struktur. Höhere J^π -Werte spielen keine Rolle.
- bei der Anregungsenergie von 300 MeV zeigt sich in $iT(11)$ ein leichter Einfluß der 3^+ Zustände; gravierende Struk-

turänderungen in allen Analysierstärken werden durch die 3^- , schwache durch die 4^+ Multipolarität bewirkt. Erstmals machen sich 3^- Strukturen auch im differentiellen Wirkungsquerschnitt bemerkbar.

- neben den schon erwähnten Multipolaritäten kann man für 360 MeV in iT(11) eine vom 5^- Zustand herrührende Modifikation erkennen.

Zusammenfassung:

Im betrachteten Anregungsenergiebereich von 150 bis 400 MeV gewährleistet die Berücksichtigung von Multipolaritäten bis zum 6^- eine vollständige Beschreibung. Der Beitrag höherer Multipolaritäten ist klein. Die Vektoranalysierstärke zeigt die größte Sensitivität bezüglich verschiedener Multipolaritäten.

In den Abbildungen C 2.3/ 2a-c soll nun für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke, in Figur C 2.3/ 3a-c für die Tensoranalysierstärken der qualitative Einfluß von verschiedenen Multipolaritäten demonstriert werden. Es wurden wieder dieselben bereits bisher diskutierten Energien ausgewählt: 260, 300 und 360 MeV. Beim Vergleich sind in der ersten Spalte $J=0$, in der zweiten $J=1$, in der dritten $J=2$ und in der letzten Spalte $J=3$ Multipolaritäten unberücksichtigt geblieben. Gepunktete Kurven deuten das Fehlen positiver, gestrichelte Linien das negativer Paritätszustände an, wobei stets verglichen wird mit der vollen Rechnung (bis zur Multipolarität 6^-), die als durchgezogene Linie eingetragen ist. Das Ergebnis bestätigt hinsichtlich der Bedeutung der einzelnen (fehlenden) Multipolaritäten die schon in den partiellen Wirkungsquerschnitten gewonnenen Erkenntnisse; sie sollen an dieser Stelle nicht nochmals wiederholt werden. Die Strukturänderung beim Übergang von unvollständiger zu vollständiger Rechnung ist dominant geometrischen Ursprungs und insofern

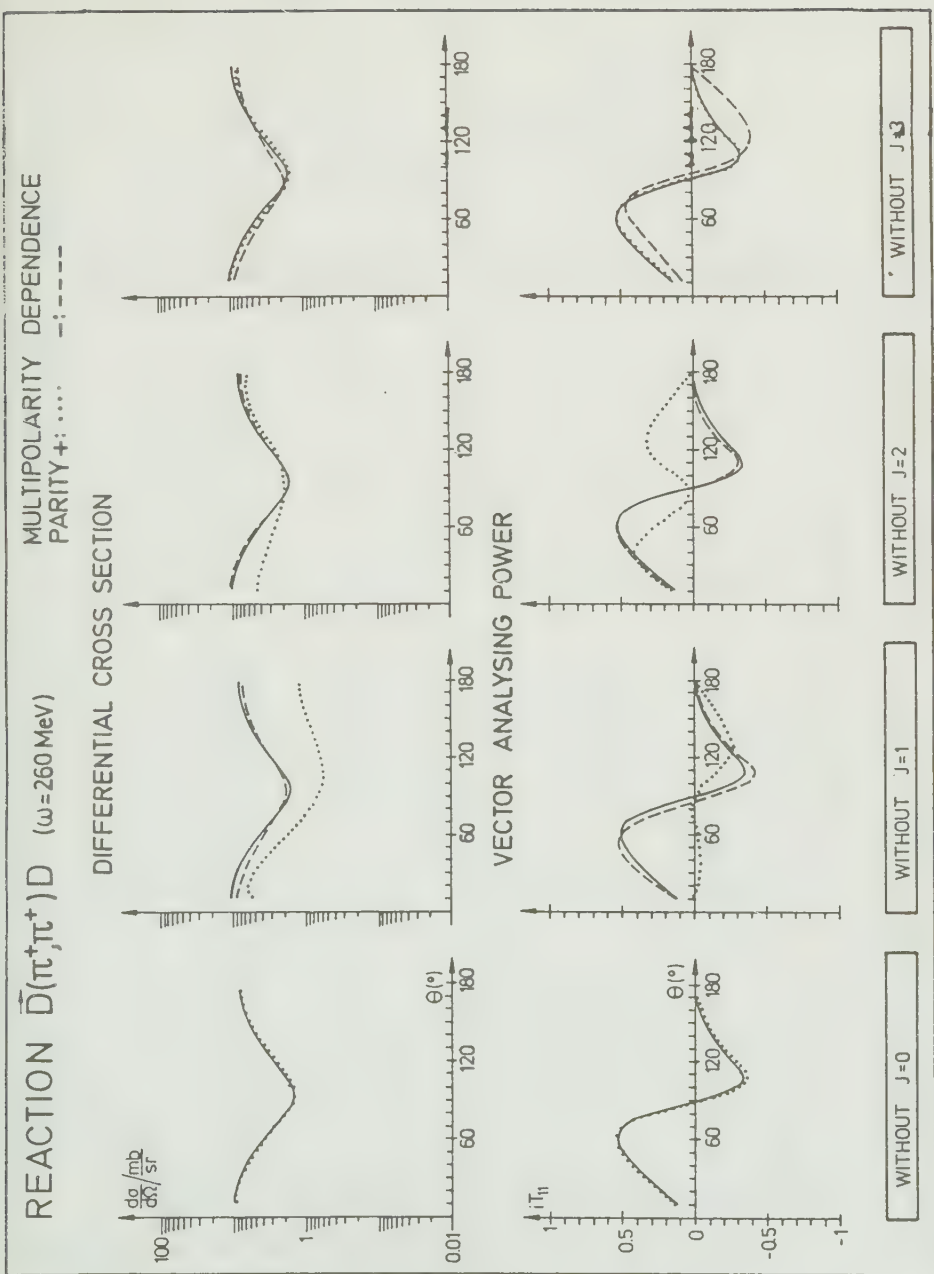


Fig. C 2.3/ 2a

Einfluß der Multipolaritäten $J^\pi=0^+, 1^+, 2^+, 3^+$ auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke für 260 MeV Anregungsenergie.

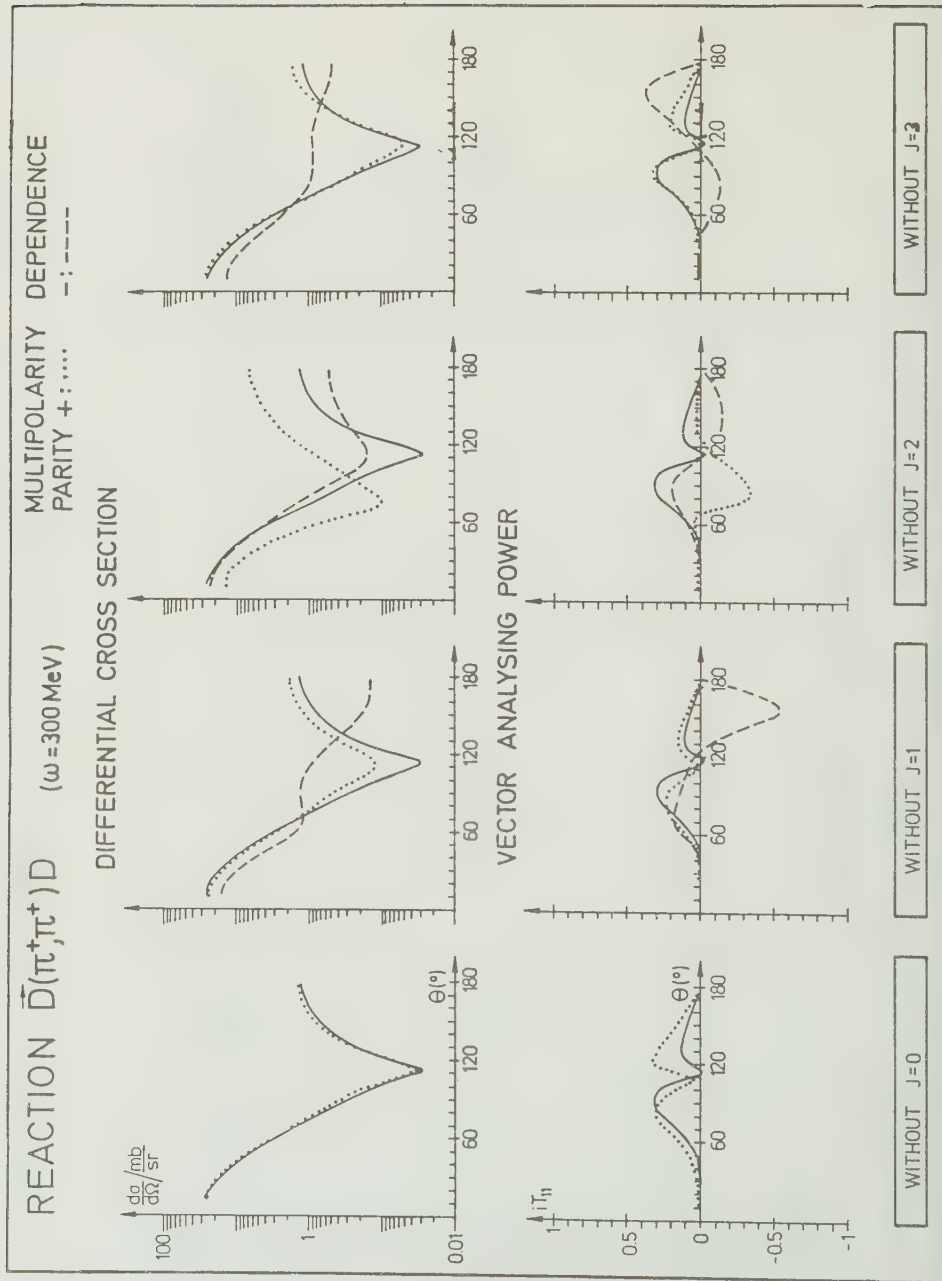


Fig. C. 2.3/ 2b

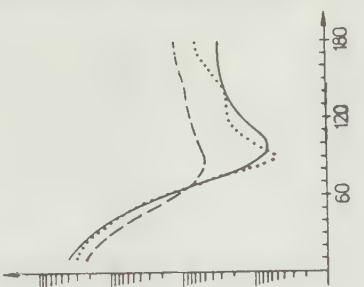
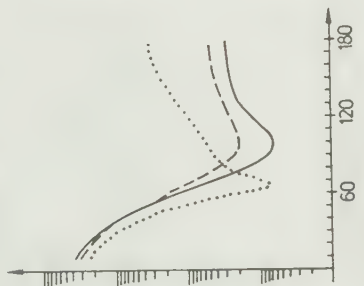
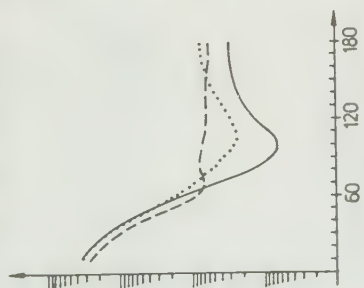
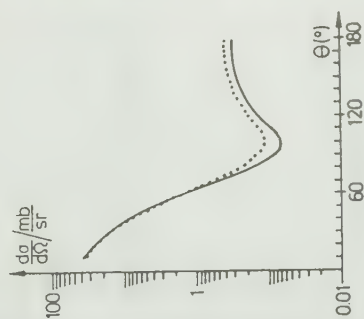
Analog Fig. C. 2.3/ 2b, jedoch für 300 MeV Anregungsenergie.

REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+)D$ ($\omega = 360 \text{ MeV}$)

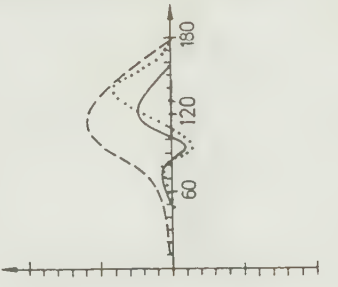
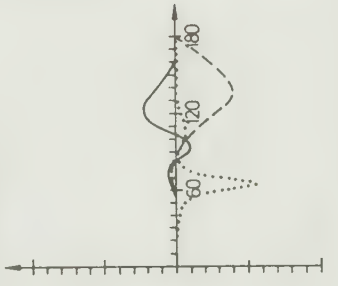
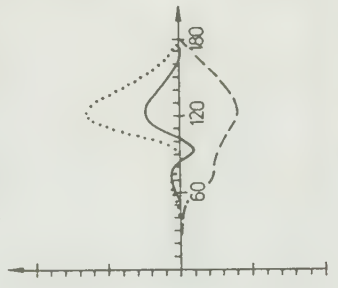
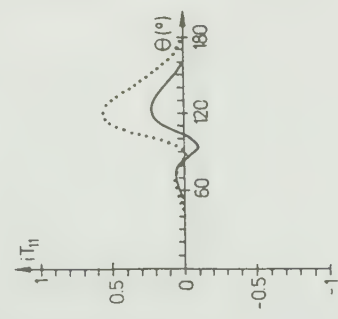
MULTIPOLARITY
PARITY + :

DEPENDENCE
- : - - - -

DIFFERENTIAL CROSS SECTION



VECTOR ANALYSING POWER



WITHOUT $J=0$

WITHOUT $J=1$

WITHOUT $J=2$

WITHOUT $J=3$

Fig. C 2.3/ 2c

Analog Fig. C 2.3/ 2b, jedoch für 360 MeV Anregungsenergie.

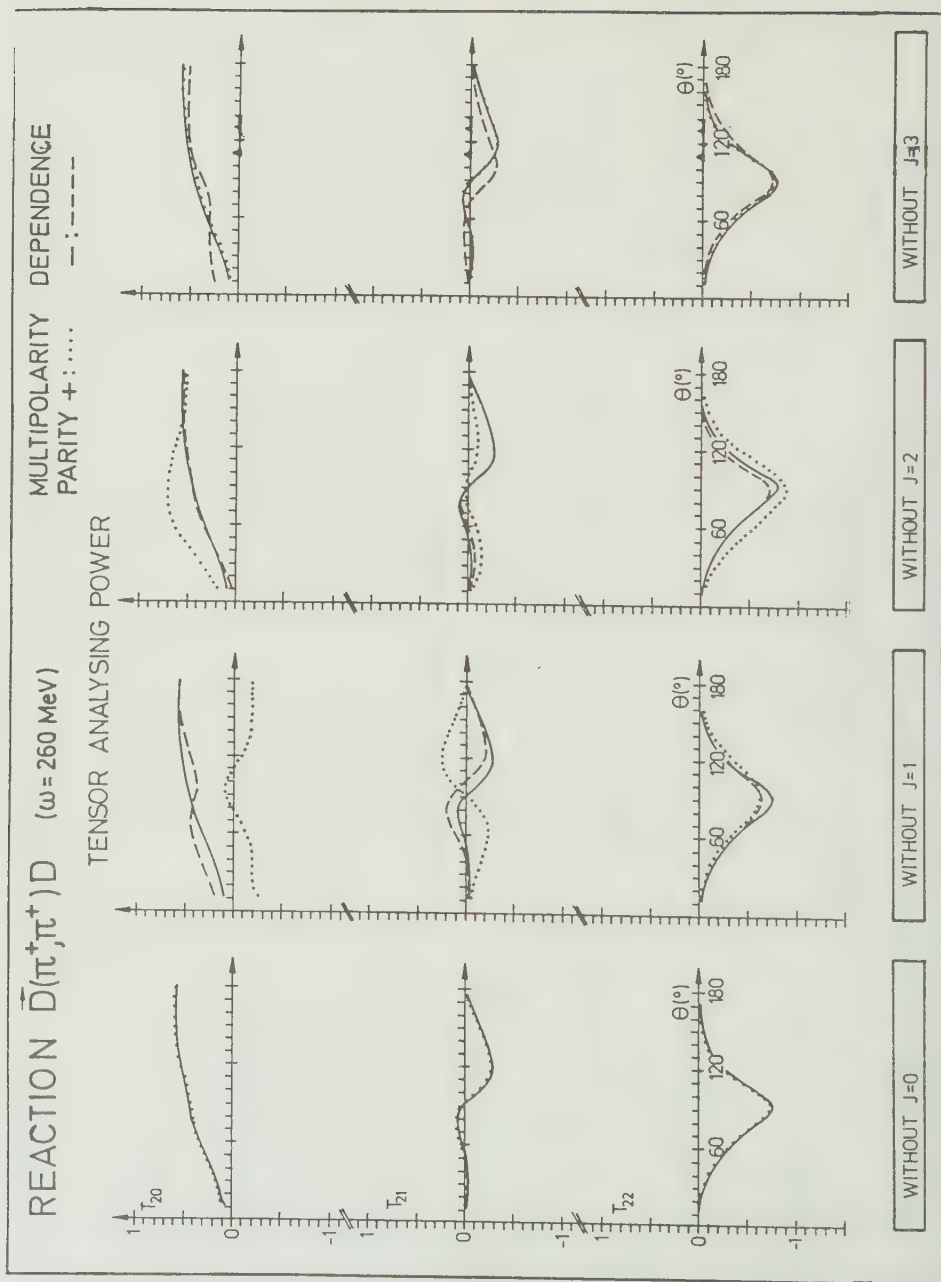


Fig. C 2.3/ 3a
Einfluß der Multipolaritäten $J^{\pi} = 0^{+}, 1^{+-}, 2^{+-}, 3^{+-}$ auf die
Tensoranalysierstärke $T(20), T(21)$ und $T(22)$ für 260 MeV
Anregungsenergie.

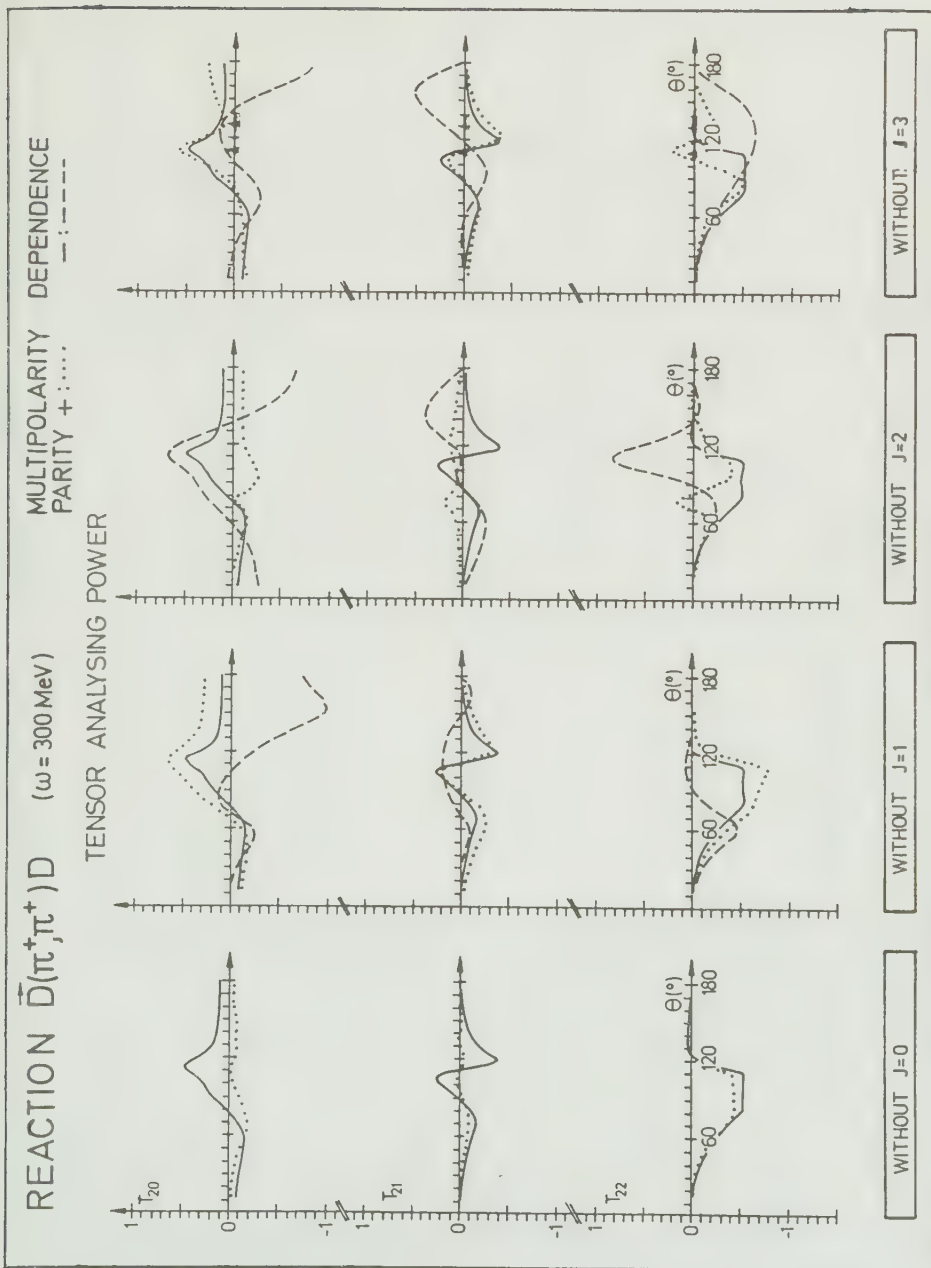


Fig. C 2.3/ 3b

Analog Fig. C 2.3/ 2b, jedoch für 300 MeV Anregungsenergie.

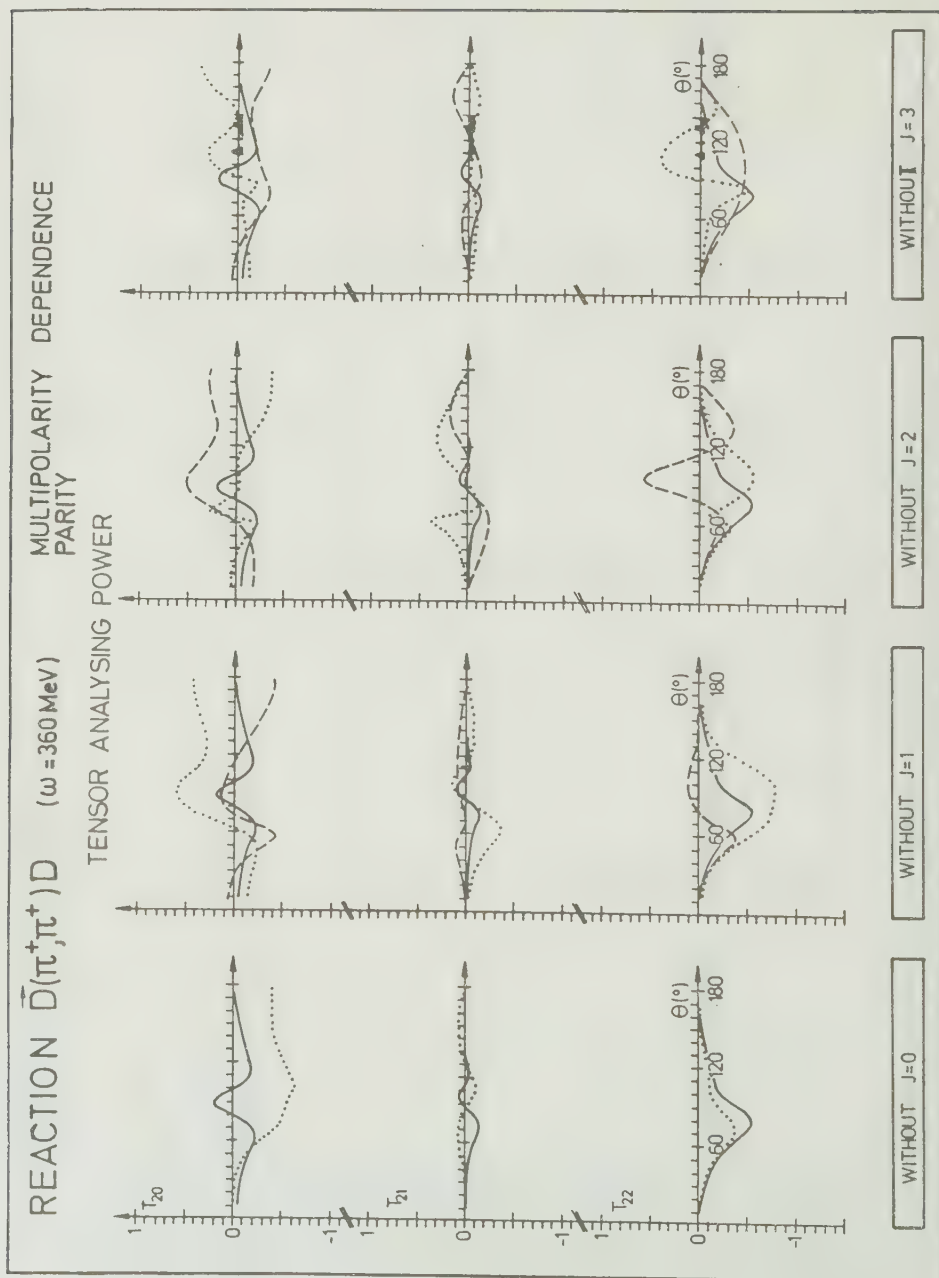


Fig. C 2.3/ 3c

Analog Fig. C 2.3/ 2b, jedoch für 360 MeV Anregungsenergie.

energieunabhängig. Zusätzlich wird sie durch Gewichtung in Form der Übergangsstärken energieabhängig (vergleiche Tabelle C 2.2/ 2 und 3). Als exemplarisches Resultat sei hier nur ein Vergleich der Vektoranalysierstärke $iT(11)$ für Rechnung mit und ohne 1^+ Beiträge dargestellt:

- (1) Bei 260 MeV gibt es Schnittstellen der diskutierten Kurven bei 90 und bei 125 Grad; mit Tabelle C 1.1/ 8 verbindet man sofort die Schnittstellenstruktur mit dem Auftreten der assoziierten Legendre Polynome $P(2,1)$ und $P(4,1)$. Unter Zuhilfenahme der Tabelle C 1.1/ 9b wird klar, daß diese L-Werte neben der trivialen Kopplung von $J^\pi=1^+$ mit $J^\pi=1^+$ nur durch Ankopplungen an $J^\pi=2^+$, 3^+ oder 4^+ Zustände möglich werden:

---1---	---2---	
$l's'l s J$	$l's'l s J$	L
1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	2
1 1 1 1 1	1 1 1 1 2	2
1 1 1 1 1	1 1 3 1 2	2
1 1 1 1 1	3 1 3 1 2	2
1 1 1 1 1	3 1 3 1 3	2, 4
1 1 1 1 1	3 1 3 1 4	4
1 1 1 1 1	3 1 5 1 4	4
1 1 1 1 1	5 1 5 1 4	4

- (2) Bei 300 MeV Anregungsenergie und noch deutlicher bei 360 MeV tritt keine Schnittstelle bei 90 Grad mehr auf. Dies bedeutet, daß assoziierte Legendre Polynome $P(1,1)$ oder $P(3,1)$ beigemischt werden. Dem entspricht eine Ankopplung an negative Paritätszustände wie $J^\pi=1^-, 2^-, 3^-$.

Schon bei 260 MeV kann man den Einfluß weiterer energetisch hochliegender Multipolaritäten auf die Details der Observablenstruktur erkennen. Eine derartige Detailinformation konnte aus dem Wirkungsquerschnitt allein nicht gewonnen werden; das bestätigt: je differenzierter eine Observable ist, um so sensitiver ist sie auf die Multipolaritäts-

struktur in einem weiten Energiebereich und damit auf die Details der zugrundeliegenden Dynamik.

Zusammenfassung:

Eine Multipolarität beeinflusst in subtiler Weise die Observablenstruktur in Abhängigkeit von:

- dem Tensorcharakter der Observablen $T(00)$, $1T(11)$, bzw. $T(2k)$ ($0 \leq k \leq 2$);
- den weiter berücksichtigten Multipolaritäten und ihrer Stärkeverteilung.

Es gibt daher kein eindeutig einer einzelnen Multipolarität global zugeordnetes Observablenpattern. Eine Zuordnung ist nur im Rahmen einer detaillierten Analyse möglich.

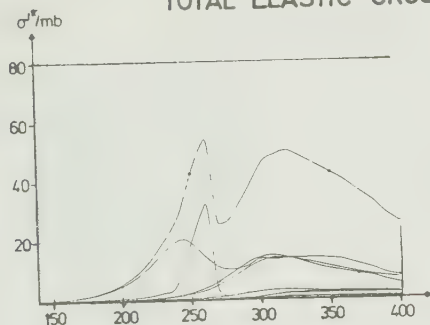
2.3.2 RESONANZABHÄNGIGKEIT

Nachdem im letzten Abschnitt Beiträge verschiedener Multipolaritäten untersucht wurden, soll in diesem Abschnitt die Resonanzstruktur näher beleuchtet werden. Natürlich stehen bei dieser Diskussion im Vordergrund die beiden Resonanzen $J^{\pi}=1^{+}_{1}$ und $J^{\pi}=2^{+}_{1}$, die den totalen Wirkungsquerschnitt in ganz charakteristischer Weise prägen.

In Tabelle C 2.3/ 4a-c sind sich Rechnungen mit und ohne Einschluß oben erwähnter 1^{+}_{1} und 2^{+}_{1} Resonanzen gegenübergestellt. Der Vergleich ergibt:

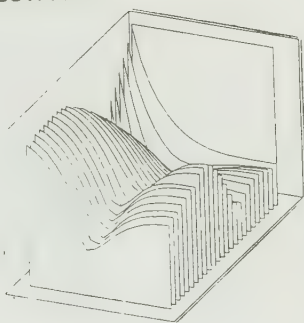
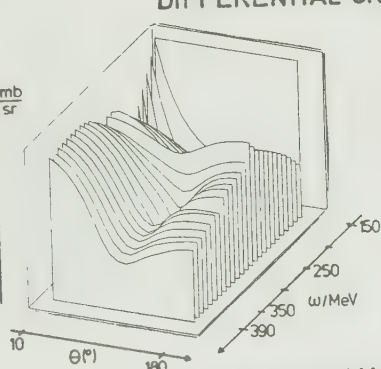
In den partiellen Wirkungsquerschnitten für 1^{+} und 2^{+} fehlen in der eingeschränkten Rechnung - wie erwartet - die Resonanzpeaks bei ungefähr 260 MeV Anregungsenergie. Bei genauer Analyse stellt man fest, daß der totale Wirkungsquerschnitt im Bereich zwischen 280 und 340 MeV durch das Weglassen der Resonanzen angewachsen ist. Diese im ersten Augenblick verblüffende Tatsache wird durch einen Blick auf die gewichteten Spektren der Tabelle C2.2/3 verständlich.

TOTAL ELASTIC CROSS SECTION

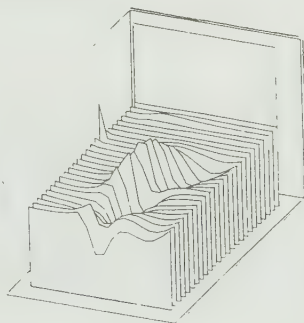
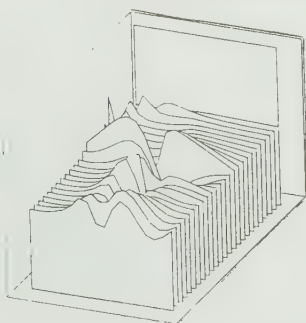


DIFFERENTIAL CROSS SECTION

$\frac{d\sigma}{d\Omega} \text{ mb/sr}$



VECTOR ANALYSING POWER

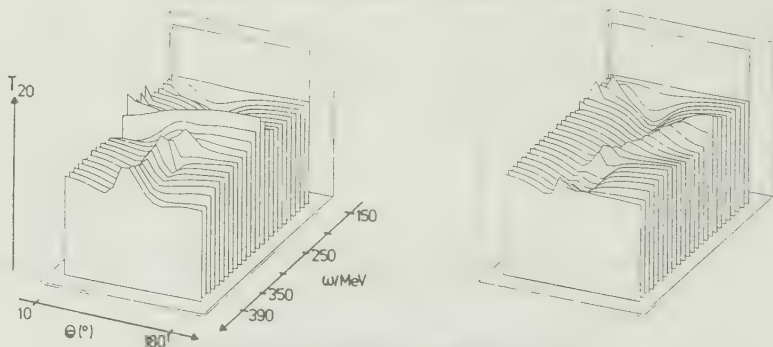


COMPLETE CALCULATION

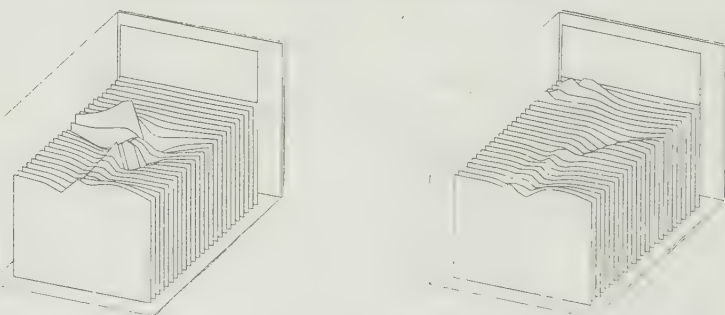
CALC. WITHOUT $(1^+)_1$ AND $(2^+)_1$ RES

Fig. C 2.3/ 4a
Abhängigkeit der Observablen σ^{el} , $d\sigma/d\Omega$, $iT(11)$ der elastischen Pion Deuteron Streuung von 1^+_1 und 2^+_1 T=1 Resonanzen. Eine vollständige Rechnung ist einer Rechnung ohne diese beiden Resonanzen gegenübergestellt.

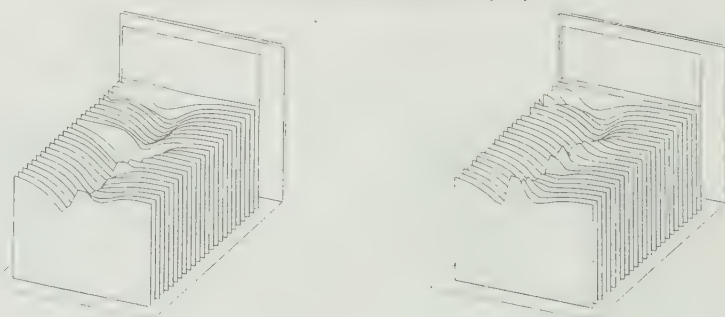
TENSOR ANALYSING POWER $T(20)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(21)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(22)$



COMPLETE CALCULATION

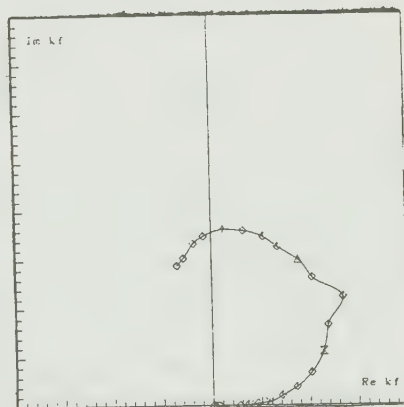
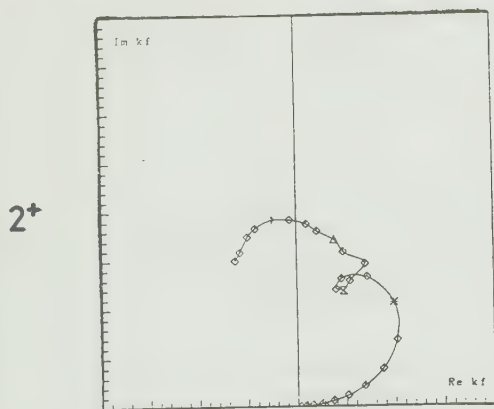
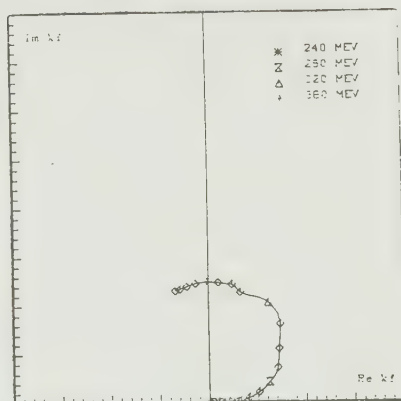
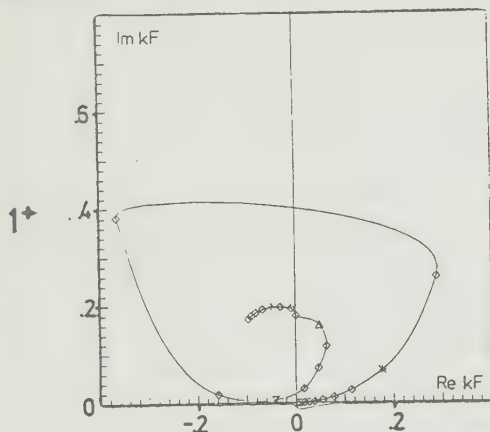
CALC. WITHOUT $(1^*)_1$ AND $(2^*)_1$ RES

Fig. C 2.3/ 4b

Abhängigkeit der Observablen $T(20)$, $T(21)$ und $T(22)$ der elastischen Pion Deuteron Streuung von 1^+_1 und 2^+_1 $T=1$ Resonanzen. Eine vollständige Rechnung ist einer Rechnung ohne diese beiden Resonanzen gegenübergestellt.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

RESONANCE DEPENDENCE



• COMPLETE CALCULATION

CALC. WITHOUT (1^+) AND (2^+) RES.

Fig. C 2.3/ 4c

Abhängigkeit der 1^+ und 2^+ ($l=1, l'=1$) Argand-Diagramme der elastischen Pion Deuteron Streuung von 1^+_{11} und 2^+_{11} T=1 Resonanzen. Eine vollständige Rechnung ist einer Rechnung ohne diese beiden Resonanzen gegenübergestellt. (Die durchgezogene Linie dient zur Festlegung der Reihenfolge der einzelnen Plotsymbole.)

Für $J^{\pi}=1^{+}$ und $J^{\pi}=2^{+}$ Multipolaritäten gilt gleichermaßen, daß die Spektralstruktur geprägt ist durch tiefliegende Zustände $J^{\pi}=1^{+}_{1}$ und $J^{\pi}=2^{+}_{1}$ bei 260 MeV und energetisch höher angesiedelten, mit der Einschußenergie an Bedeutung gewinnenden Satelliten $J^{\pi}=1^{+}_{3}$, 2^{+}_{3} , 2^{+}_{5} . Für Anregungsenergien oberhalb von 260 MeV geht der tiefste Spektralzustand mit einem im Vergleich zu den anderen Zuständen umgekehrten Vorzeichen in die T-Matrix über den Energienenner ein. Das Ausschließen des tiefsten Spektralzustands macht sich demnach in einer dem Betrage nach größeren T-Matrix bemerkbar. Dieser Effekt verliert durch Umgewichtung, bzw. durch das Absinken des tiefsten Spektralzustands mit wachsender Energie an Bedeutung.

Im differentiellen Wirkungsquerschnitt macht sich das Fehlen der beiden Resonanzzustände in einer lokal begrenzten zwischen 150 und 300 MeV liegenden dramatischen Modifikation der Observablenflächenstruktur bemerkbar. Im Bereich zwischen 300 und 400 MeV wächst der Wirkungsquerschnitt im Großwinkelbereich stärker an. Qualitativ kann man in sämtlichen Analysierstärken den gleichen Effekt beobachten, jedoch häufig im Detail noch viel ausgeprägter. Auch hier hinterläßt der Ausschluß der beiden Resonanzen 1^{+}_{1} und 2^{+}_{1} deutliche Spuren im gesamten untersuchten Energiebereich. Oft wird sogar der Kleinwinkelbereich ab circa 45 Grad affiziert.

Ein Vergleich auf der Basis der Argand-Diagramme, wie er in Tabelle C 2.3/ 4c dargestellt ist, bestätigt die bei der Untersuchung der Observablen gewonnenen Resultate. Die S-Matrix (T-Matrix) wird nicht nur im Resonanzbereich, sondern in ihrer gesamten Struktur verändert. Besonders gravierend fällt diese Modifikation für das 1^{+} Diagramm aus, das sich auch in bezug auf den Betrag der S-Matrix (Inelastizität) drastisch verändert.

Zusammenfassung:

Der markant prägende Einfluß der $J^{\pi}=1^{+}_{1}$ und 2^{+}_{1}

Resonanz reicht energetisch weit über den eigentlichen Resonanzbereich (vergleiche totaler elastischer Querschnitt) hinaus, und manifestiert sich in einer deutlichen Umgestaltung aller Observablenflächen. Der Grund hierfür ist sicher in der Tatsache zu suchen, daß diese Resonanzen durch prominente Satelliten begleitet werden.

2.3.3 ABHÄNGIGKEIT VON INPUTDATEN

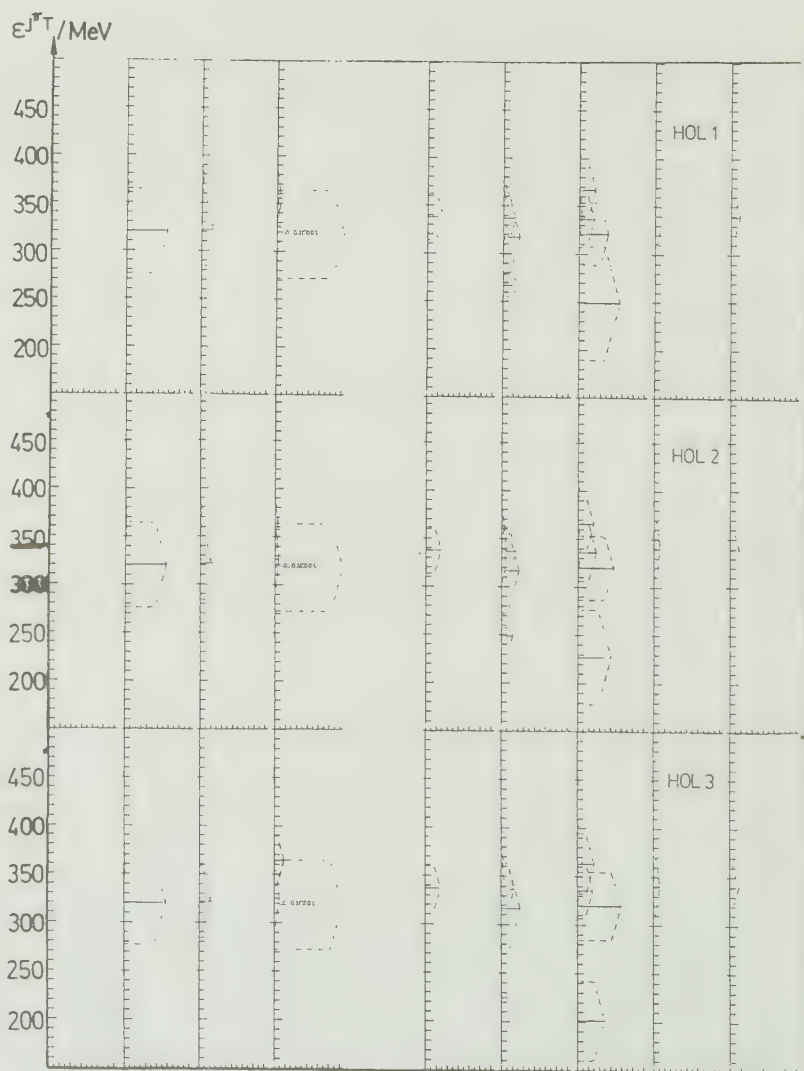
Wie aus Kapitel B 5.2 bekannt, bewirken die drei Nukleon-Nukleon streuphasenäquivalenten Inputdatensätze (Hol 81) im wesentlichen nur Unterschiede

- in der energetischen Lage der tiefsten 1^+ und 2^+ Resonanz (vergleiche Tabelle B 5.2/11)
- in der Breite (vergleiche Tabelle B 5.2/12)
- in den Übergangsstärken (vergleiche Tabelle C2.3/5 und 6)

Bei der Untersuchung dieser Parameterabhängigkeit auf der Basis der Observablen ist es vernünftig, bei der Beurteilung von Unterschieden ganze Observablenflächen zu betrachten, um über die Energieverschiebung der Resonanzpositionen hinaus typische Muster zu erkennen.

Ein Vergleich der Observablen zu den drei Standard-Datensätzen ist für Anregungsenergien von 150 bis 400 MeV in der Figur C 2.3/ 7a-d dargestellt. In allen Observablen fällt die gleichartige Struktur der Energie-Winkel Flächen auf. Lediglich die auf 1^+_1 und 2^+_1 Resonanz zurückgehenden Effekte in den Observablen zeigen deutlich typische Unterschiede. Abgesehen von der schon angesprochenen Verschiebung der Resonanzpositionen selbst, zeigt sich eine deutliche Verstärkung des Resonanzeinflusses von Holinde 1 über Holinde 2 zu Holinde 3 - Inputdaten bei gleichzeitiger Verengung der Strukturen selbst. Zieht man zur Analyse die

TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$ INPUT DATA DEPENDENCE



J^{π}	4^-	3^-	2^-	1^-	0^-	0^+	1^+	2^+	3^+	4^+
l	4	2	2	0		1	1	1	3	3
s					1					

Fig. C 2.3/ 5 Abhängigkeit der $\pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsstärken ($l=j-1$ bzw. $l=j$ Kopplung) verschiedener Multipolaritäten Inputdatensätzen HOL 1/2/3 für eine Anregungsenergie von 300 MeV.

J=1 TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

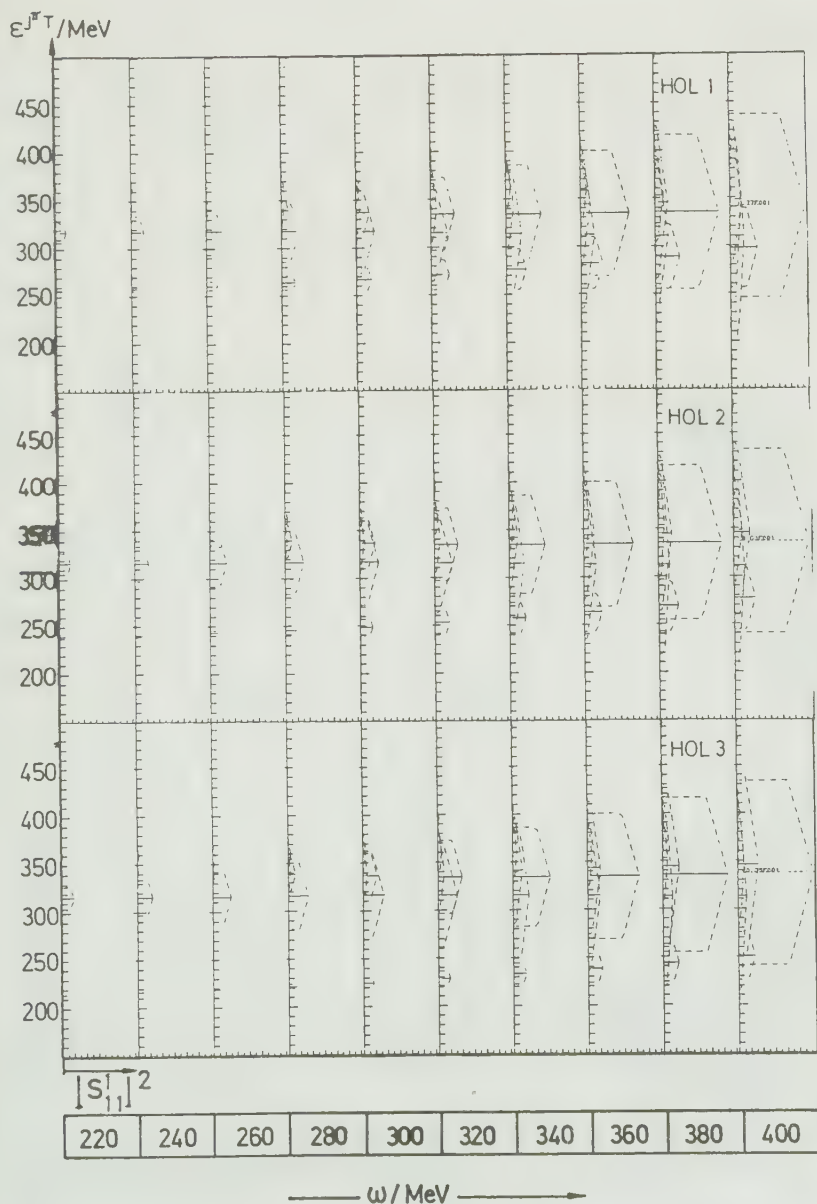


Fig. C 2.3/ 6a Abhängigkeit der $1^+ (l=1, s=1) \pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsstärken von den Datensätzen HOL 1/2/3 für Anregungsenergien zwischen 220 und 400 MeV (Darstellung wie in C 2.2/ 3).

$J=2$ TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$

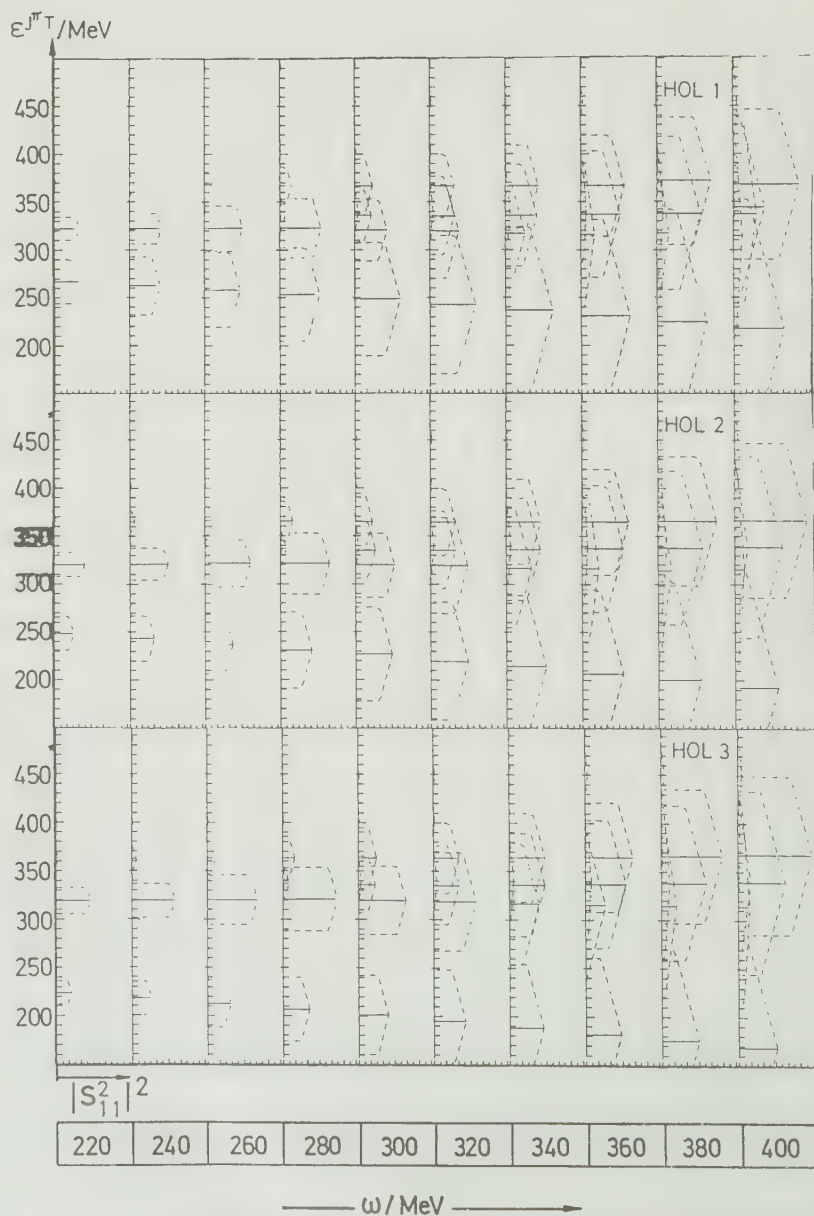
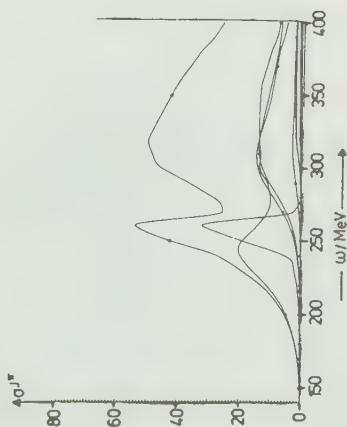


Fig. C 2.3/ 6b Analog Fig. C 2.3/ 6a, jedoch für $2^+ (l=1, s=1) \pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsstärken.

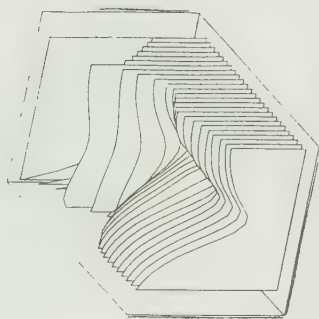
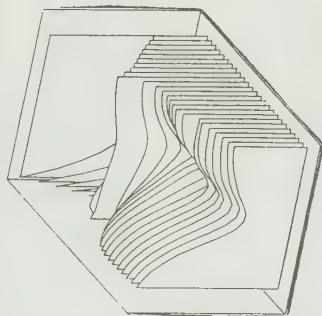
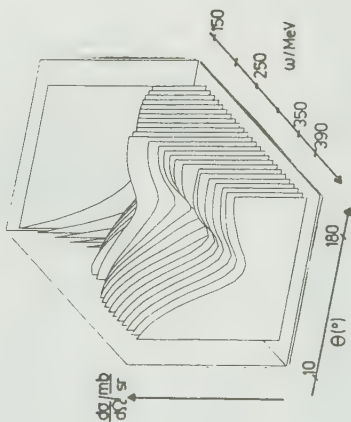
REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+\pi^+)D$

INPUT DATA DEPENDENCE

TOTAL ELASTIC CROSS SECTION



DIFFERENTIAL CROSS SECTION



HOL 1

HOL 2

HOL 3

Fig. C 2.3/ 7a

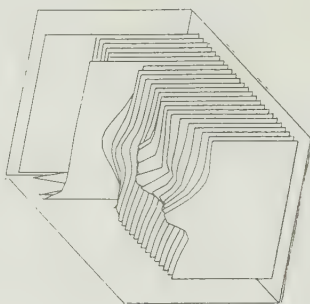
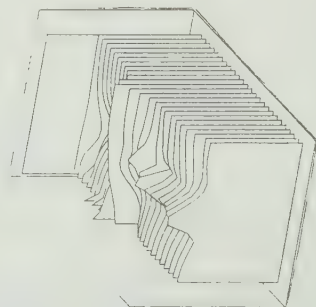
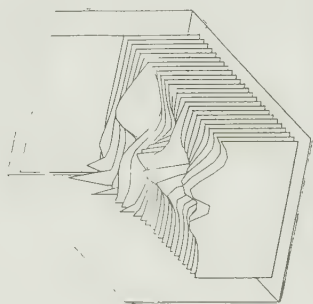
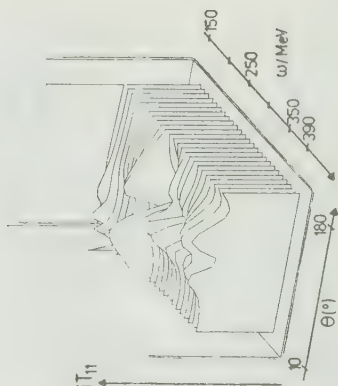
Abhängigkeit der im D^* -Modell berechneten $\bar{D}(\pi^+\pi^+\pi^+)D$ -Observablen $\sigma_{el}^{\pi^+\pi^+\pi^+}$ und $d\sigma/d\Omega$ von den Datensätzen HOL 1/2/3 für Anregungsenergien zwischen 150 und 390 MeV.

REACTION $\bar{D}(\pi^+\pi^+\pi^0)D$

INPUT DATA DEPENDENCE

VECTOR ANALYSING POWER $it(11)$

TENSOR ANALYSING POWER $T(20)$



HOL 1

HOL 2

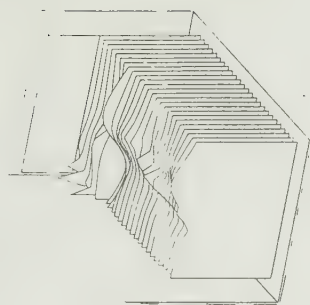
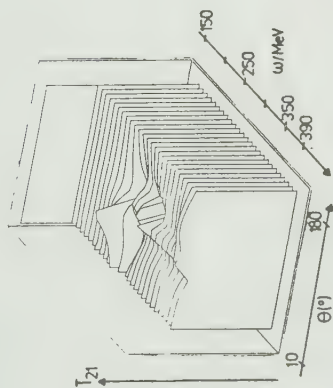
HOL 3

Fig. C 2.3/ 7b
Analog Fig. C 2.3/ 7a, jedoch für die $\bar{D}(\pi^+\pi^+\pi^0)D$ -Observablen $it(11)$ und $T(20)$.

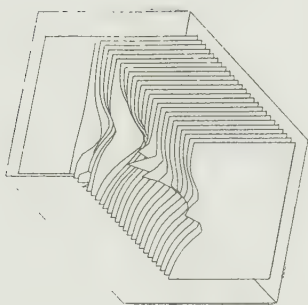
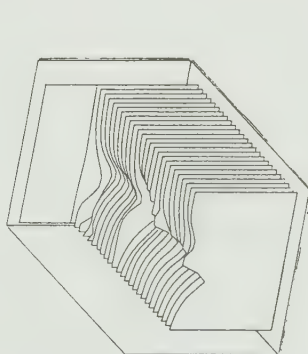
REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

INPUT DATA DEPENDENCE

TENSOR ANALYSING POWER $T(21)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(22)$



HOL 1

HOL 2

HOL 3

Fig. C 2.3/ 7c

Analog Fig. C 2.3/ 7a, jedoch für die $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ -Observablen $T(21)$ und $T(22)$.

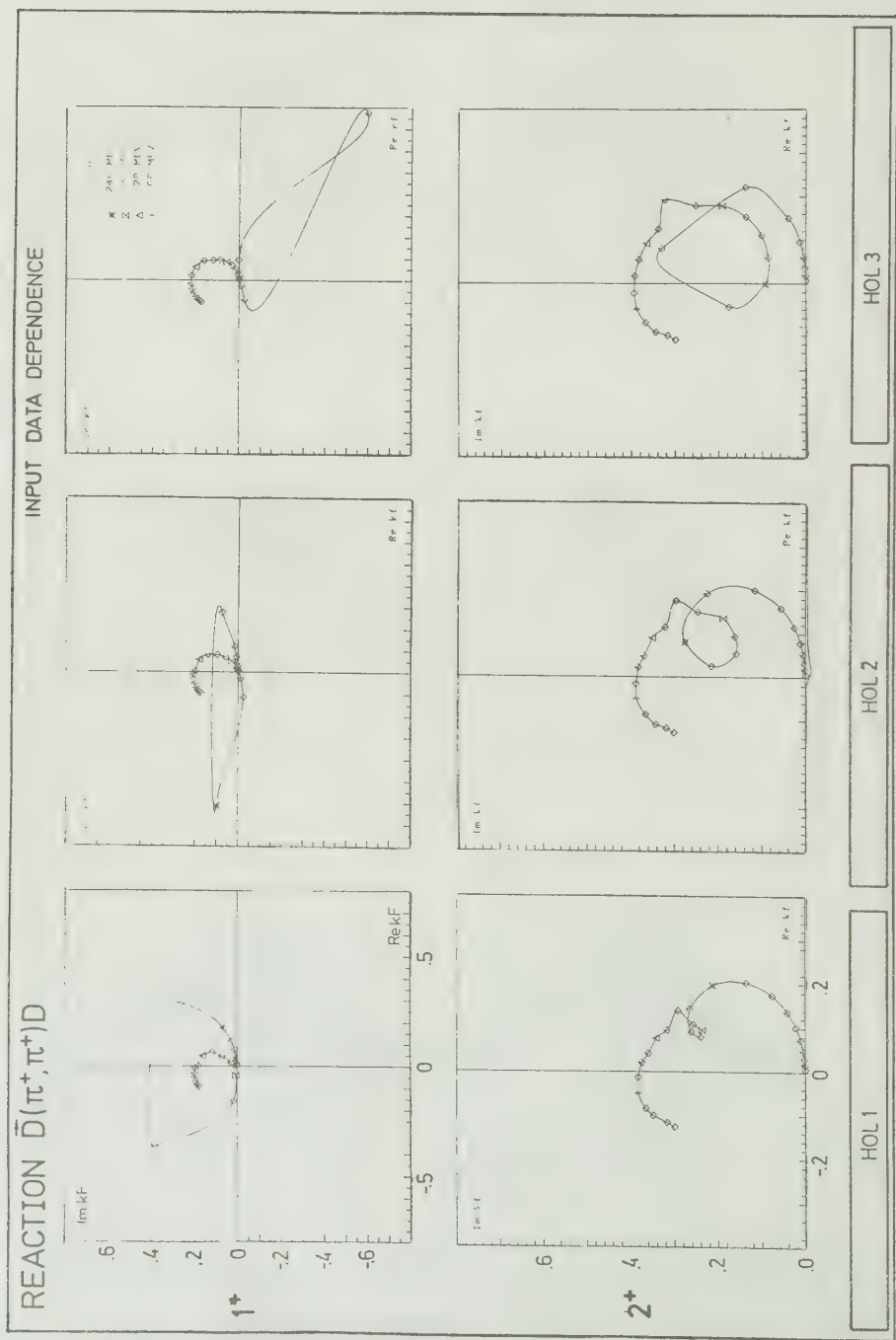


Fig. C 2.3/ 7d Analog Fig. C 2.3/ 7a, jedoch für die $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ -Argand-Diagramme für $J^\pi=1^+$ ($l=1, s=1$) und $J^\pi=2^+$ ($l=1, s=1$). (Die durchgezogene Linie dient zur Festlegung der Reihenfolge der einzelnen Plotsymbole.)

in Tabelle C 2.3/ 7d aufgetragenen Argandplots heran (die durchgezogene Linie dient nur zur Festlegung der Reihenfolge der einzelnen Plotsymbole), so läßt sich feststellen:

- Das 1^+ Resonanzdiagramm verläßt den Unitaritätsbereich für Holinde 2 und 3 Datensätze in der Umgebung der Resonanzenergie. Der 210 MeV Holinde 3 - Resonanz - Punkt fällt mit seiner Lage im vierten Quadranten gänzlich aus dem Rahmen. Holinde 1 und Holinde 2 Pattern sind sich im Resonanzverhalten vergleichsweise ähnlicher als Holinde 1 zu Holinde 3. Eine sich im Holinde 1 Plot andeutende Cusp-Struktur zwischen 330 und 340 MeV tritt im Holinde 2-Diagramm nur noch schwach auf und verschwindet in der Holinde 3 Parameterisierung. Ansonsten gleichen sich die Argand-Plot-Strukturen.
- Das 2^+ Arganddiagramm zeigt bei Veränderung der Inputparameter eine relativ stabile Gestalt. Veränderungen von Holinde 1 über Holinde 2 zu Holinde 3 Daten bewirken eine stärkere Ausprägung von schon in der Holinde 1-Beschreibung vermuteten Resonanzen, ein Effekt, der sich auch im entsprechenden elastischen Partialquerschnitt niederschlägt. Die $2^+_{1/2}$ Resonanz wird zunehmend elastischer.

Untermauert wird dieser Vergleich durch Angabe von Einzelergebnissen für die Anregungsenergien 260 MeV und 330 MeV (siehe Tabelle C 2.3/ 8a-b). Für 260 MeV liegt man für den Holinde 1 Datensatz voll auf dem Resonanz-Pol, während man im Fall der Holinde 2 und 3 Parametersätze, wegen der energetischen Verschiebung der Resonanz, schon auf der abfallenden Flanke des Resonanzpeakes ist. Diese Situation drückt sich in einer starken Diskrepanz in sämtlichen Observablen zwischen Holinde 1 Daten einerseits und Holinde 2/3 Parametern andererseits aus. Sowohl für 330 MeV wie auch für 400 MeV Anregungsenergie kann eine weitgehende Übereinstimmung der aus den drei Parametersätzen abgeleiteten Resultate konstatiert werden. Kleine Abweichungen, wie sie für 330 MeV im differentiellen Wirkungsquerschnitt, der Vektoranalysierstärke und der Tensoranalysierstärke $T(22)$ bei 100 Grad auftreten, haben

REACTION $\vec{D}(\pi^+\pi^+)\vec{D}$

OBSERVABLES $\omega = 260 \text{ MeV}$

INPUT DATA DEPENDENCE

HOL 1 —
HOL 2 ---
HOL 3

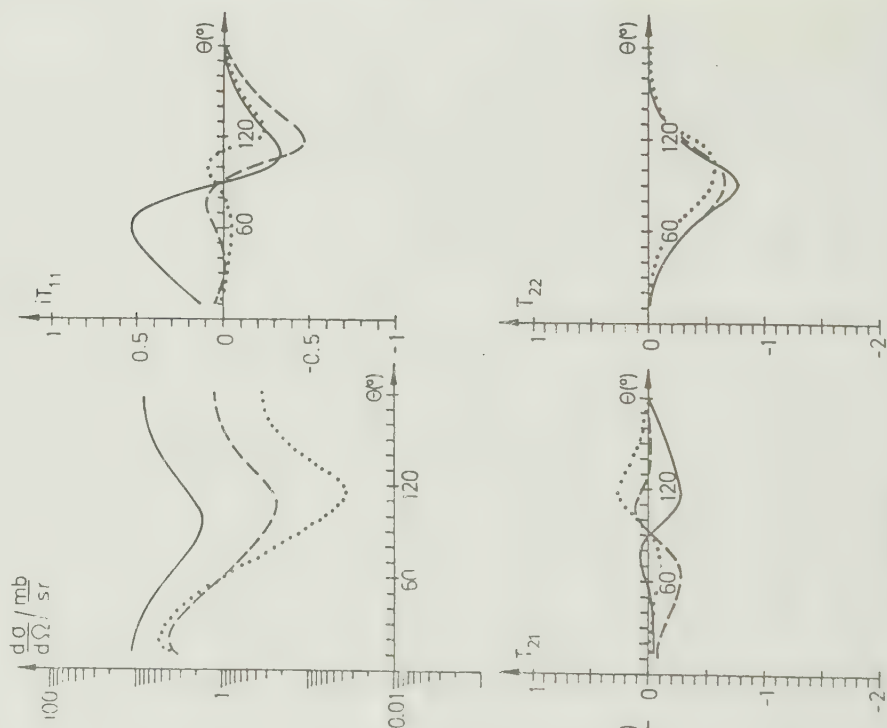


Fig. C 2.3/ 8a

Abhängigkeit des im D^* -Modell für eine Anregungsenergie von 260 MeV berechneten vollständigen Satzes an $\vec{D}(\pi^+\pi^+)\vec{D}$ -Observablen von den Datensätzen HOL 1/2/3.

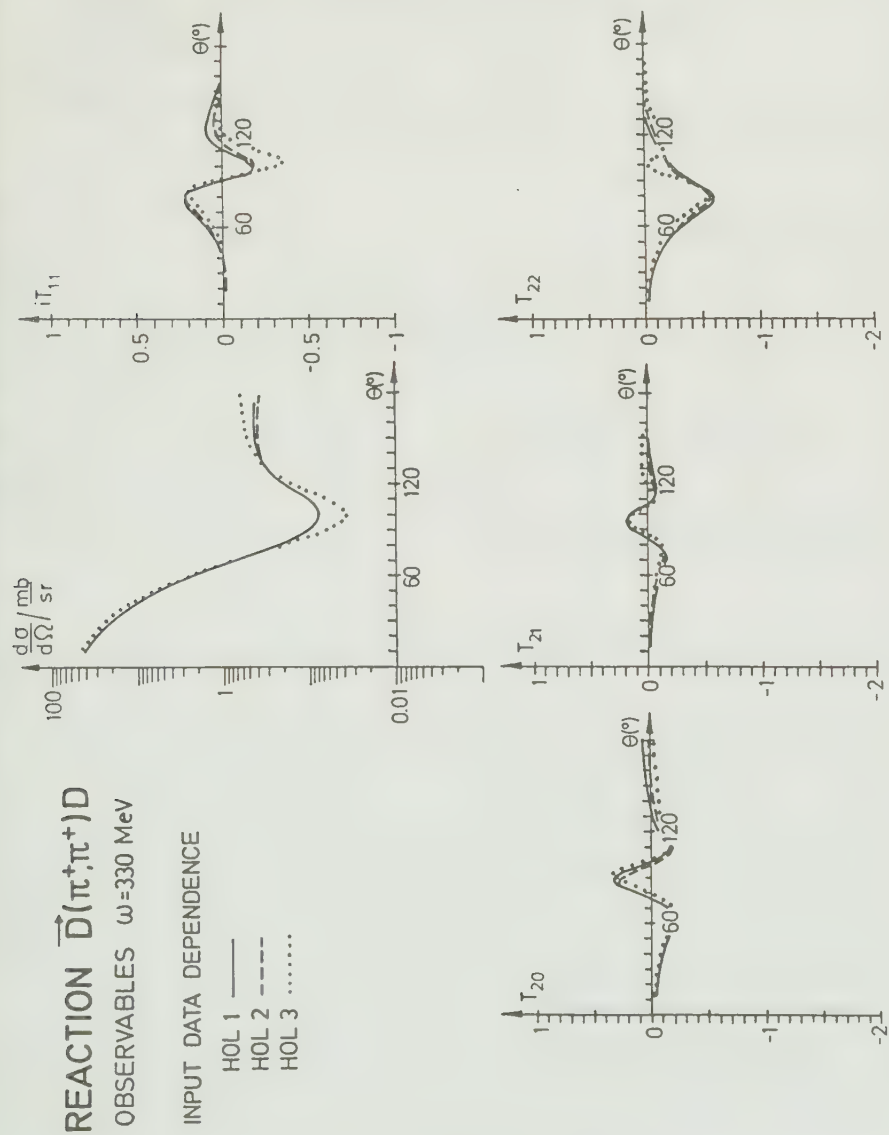


Fig. C 2.3/ 8b

Analog Fig. C 2.3/ 8a, jedoch für 330 MeV.

offensichtlich mit der unterschiedlichen Ausprägung der 2^+ Resonanz Satelliten zu tun.

Zusammenfassung:

Nach den Ausführungen des Kapitels B 5.2 ist es nicht verwunderlich, daß auch die Observablen nur über die $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$ Resonanzen auf die Variation der Inputparameter sensitiv sind. Von besonderer Bedeutung ist, daß mit der unterschiedlichen Beschreibung der 1^+ Resonanz im Rahmen des vorliegenden Modells Unitaritätsprobleme verbunden sind. Dies diskriminiert prägnant 1^+ und 2^+ Resonanzstrukturen.

2.3.4 ABHÄNGIGKEIT VON DER DEUTERONWELLENFUNKTION

Die mit der Formulierung des Eingangskanals auftretenden Unsicherheiten sollen in diesem Abschnitt untersucht werden. Der Ausgangskern in der Reaktion $\vec{D}(\pi, \pi)D$, das Deuteron, dessen Wellenfunktion bei der Berechnung der Übergangsstärken vom Pion-Deuteron-Kanal in den Delta-Nukleon Zwischenzustand wesentlich eingeht, kann unterschiedlich beschrieben werden. Auf die Bedeutung der Deuteronwellenfunktion im Zusammenhang mit Rechnungen zur elastischen Pion-Deuteron-Streuung wurde schon von Girard (Gir 80) hingewiesen. Zwei möglichen Beschreibungen des Nukleon-Nukleon Systems entspringen die Parameterisierungen der Deuteronwellenfunktion

- auf Basis des Parispotentials
- bzw. des Reid-Potentials

Beide Wellenfunktionen werden im folgenden verwendet. Eine Zusammenstellung wesentlicher Fakten findet sich im Anhang. Aus technischen Gründen ist die Deuteronwellenfunktion in

TRANSITION STRENGTH $\pi D \rightarrow \Delta N$ DEPENDENCE ON THE DEUTERON WAVE FUNCTION

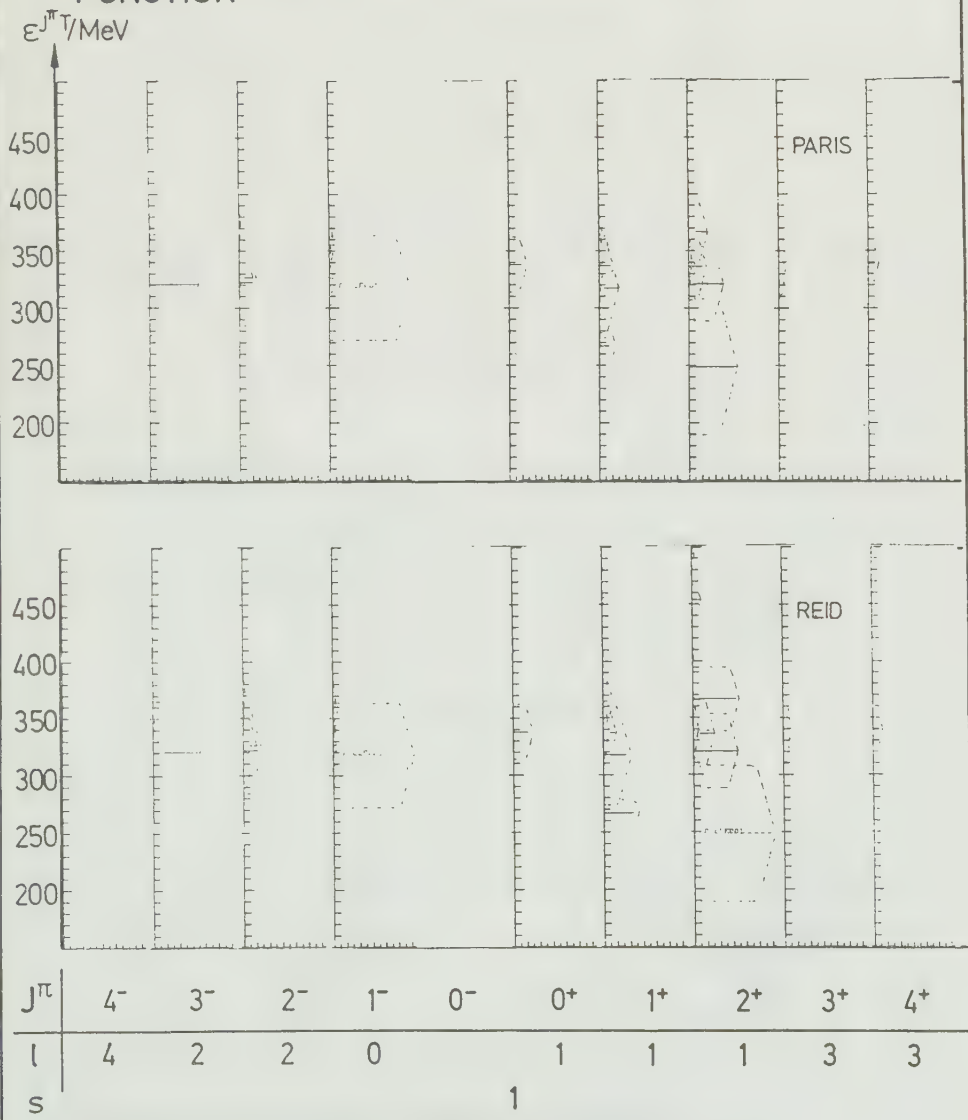


Fig. C 2.3/ 9

Abhängigkeit der $\pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsstärken ($l = J - 1$ bzw. $l = j$ Kopplung) in der Deuteronwellenfunktion für eine Anregungsenergie von 300 MeV (Darstellung wie in C 2.2/ 3)

der Oszillatorbasis formuliert. Dies bedingt, daß beide Wellenfunktionen nach einer Oszillatorbasis entwickelt werden müssen. Das Resultat im Vergleich zur Ausgangsfunktion ist ebenfalls im Anhang sowohl im Orts- als auch im Impulsraum angegeben. Der wesentliche Unterschied der beiden Darstellungen besteht in der D-Welle; so ergibt sich beispielsweise eine D-Wellenwahrscheinlichkeit von 3.7 % für das Paris- bzw. 5.1 % für das Reid-Potential. Unterschiede in den Übergangsstärken sind in Figur C 2.3/ 9 dargestellt. In den Figuren C 2.3/10a-c werden die Resultate beider Rechnungen für den gleichen Inputdatensatz (Holinde 1) gegenübergestellt.

Auch hier werden von der unterschiedlichen Deuteron-Beschreibung im wesentlichen die $J\pi=1^+$ und $J\pi=2^+$ Resonanzen affiziert. Die stärkere D-Welle in der Reid-Formulierung führt zu einer dramatischen Überhöhung der 1^+ und 2^+ Partialquerschnitte. Dieses Verhalten spiegelt sich auch in stark vergrößerten, im Falle der 1^+ Resonanz sogar unitaritätsverletzenden Argand-Loops wieder. Strukturell allerdings zeigen sich keine Veränderungen. Die starke Betonung der 1^+ und 2^+ Resonanzen läßt sich natürlich auch in den Observablen erkennen, deutlich zeigt sich der 2^+_2 Satellit, während der Bump bei 300 MeV unberührt bleibt, was seinen artifiziellen Charakter unterstreicht. Im übrigen kommt es zu einer Glättung der Observablenflächen außerhalb des 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzbereichs.

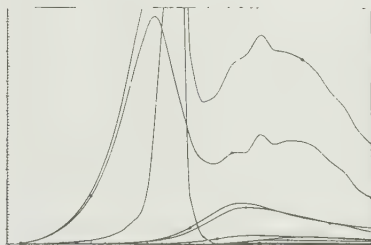
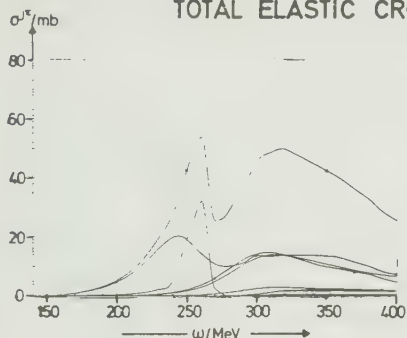
Zusammenfassung:

Die Verstärkung der D-Welle in der Deuteron-Wellenfunktion affiziert über $J\pi=1^+$ und $J\pi=2^+$ Resonanzen alle Observablen.

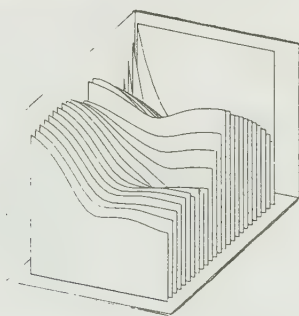
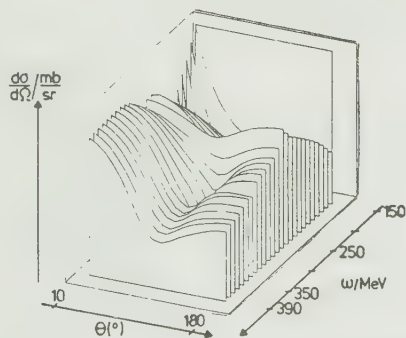
REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

DEPENDENCE ON THE
DEUTERON WAVEFUNCTION

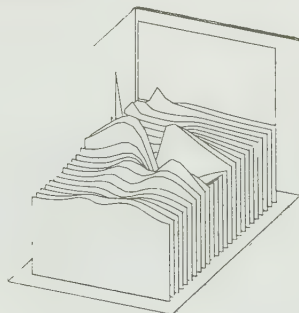
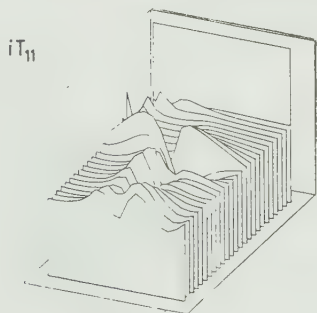
TOTAL ELASTIC CROSS SECTION



DIFFERENTIAL CROSS SECTION



VECTOR ANALYSING POWER



'PARIS' DEUTERON

'REID' DEUTERON

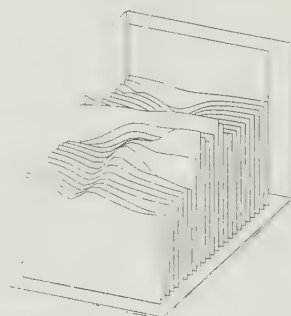
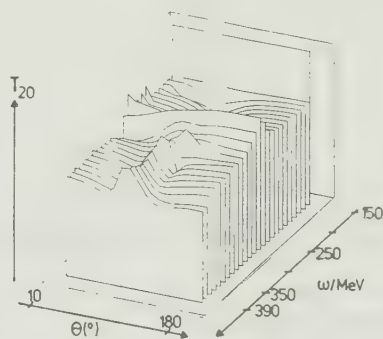
Fig. C 2.3/10a

Abhängigkeit der Observablen σ^e , $d\sigma/d\Omega$, iT_{11} der elastischen Pion Deuteron Streuung im Anregungsenergiebereich von 150 bis 390 MeV von der Deuteronwellenfunktion.

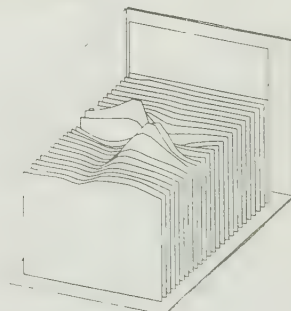
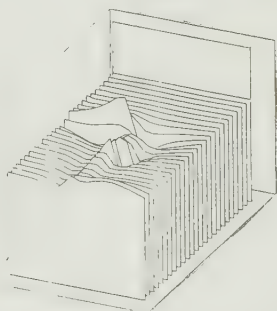
REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

DEPENDENCE ON THE
DEUTERON WAVEFUNCTION

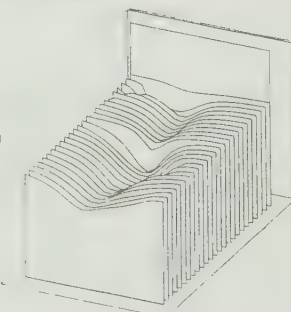
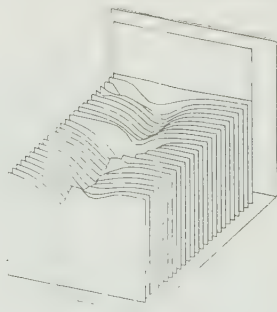
TENSOR ANALYSING POWER $T(20)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(21)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(22)$



'PARIS' DEUTERON

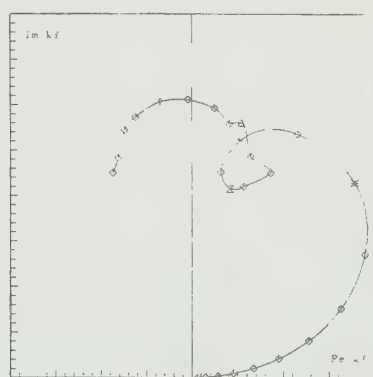
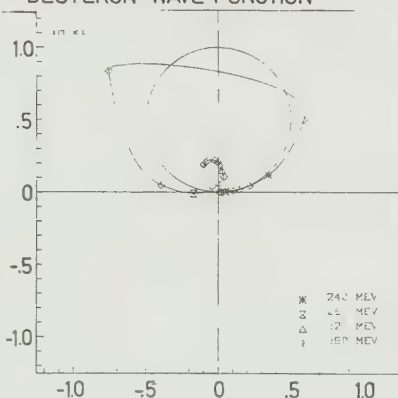
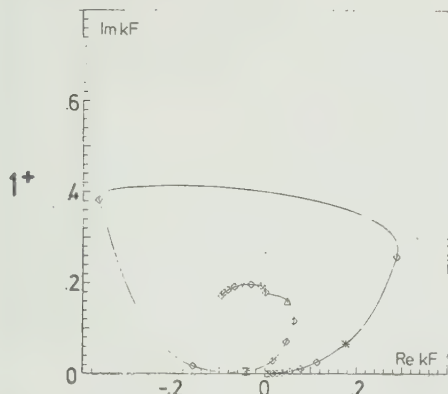
'REID' DEUTERON

Fig. C 2.3/10b

Analog Fig. C 2.3/10a, jedoch für die Observablen $T(20)$, $T(21)$ und $T(22)$.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

DEPENDENCE ON THE DEUTERON WAVE FUNCTION



'PARIS' DEUTERON

'REID' DEUTERON

Fig. C 2.3/10c

Abhängigkeit der 1⁺ und 2⁺ ($l=1, l'=1$) Argand-Diagramme der elastischen Pion Deuteron Streuung im Anregungsenergiebereich von 150 bis 400 MeV von der Deuteronwellenfunktion. (Die durchgezogene Linie dient zur Festlegung der Reihenfolge der einzelnen Plotsymbole. Weitere Erläuterung im Text.)

2.3.5 MODELLABHÄNGIGKEITEN

Im Kapitel B 5.2.3 wurden verschiedene Delta-Nukleon Wechselwirkungen (Kurzbezeichnungen: QA, QO, FA, FO) in Hinblick auf ihre Auswirkungen auf das Spektrum diskutiert. Das Ergebnis ist, daß die Energielevels im wesentlichen stabil bleiben (vergleiche Figur B 5.2/16), jedoch die Breitenstruktur sehr stark modellabhängig modifiziert wird (vergleiche Figur B 5.2/14). Hier sollen diese Potentialvarianten auf der Basis der Observablen diskutiert werden. In den Figuren C 2.3/11a-f sind die Observablen gegenübergestellt für ein Anregungsenergieintervall von 220 bis 400 MeV in Energieschritten von 20 MeV.

Schon der Vergleich der partiellen Wirkungsquerschnitte macht deutlich:

- Die Berücksichtigung von freier (F) im Unterschied zu quasifreier (Q) Breite führt zu einer drastischen Dämpfung. Für Energien unterhalb von 300 MeV verschwindet jede Resonanzstruktur.
- Die explizite Berücksichtigung der Absorption (A) ((0) bedeutet keine Absorption) schlägt sich in einer deutlichen Dämpfung nieder, ist aber in ihrer Auswirkung bedeutend schwächer als der Übergang von freier zu quasifreier Breite. Ungerade Multipolaritäten positiver Parität ($J^\pi = 1^+, 3^+, 5^+, \dots$) erfahren, wie schon dargelegt, keine Modifikation.

Dieses Verhalten ist auch in den Argand-Diagrammen der Figuren C 2.3/12 und 13 festzustellen.

- Diagramme zu Potentialmodellen, bei denen die freie Breite Verwendung fand, sind deutlich inelastischer. Die exponierten $J^\pi=1^+$ und $J^\pi=2^+$ Resonanzen verschwinden. Es bleiben jeweils nur die ersten Satelliten bei

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

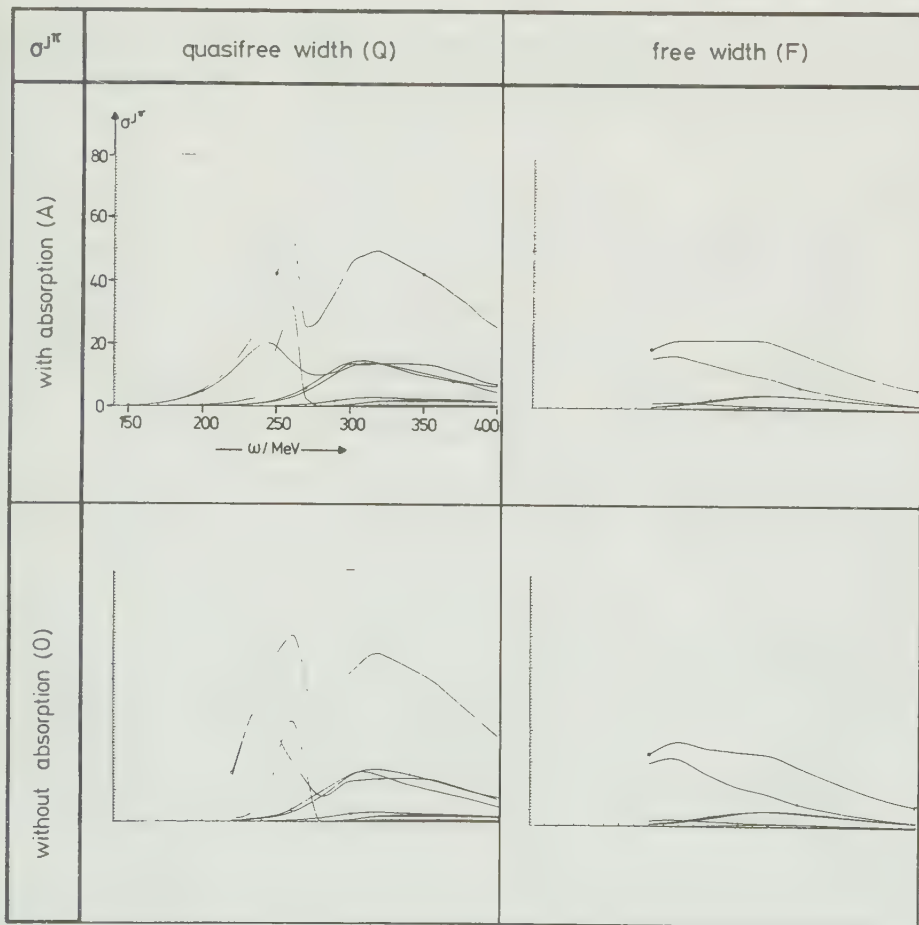


Fig. C 2.3/11a

Abhängigkeit des totalen elastischen Wirkungsquerschnitts und einiger Partialquerschnitte der Pion Deuteron Streuung von verschiedenen Modellen der ΔN -Wechselwirkung (QA, QO, FA, FO Modell - nähere Erläuterung im Text) im Anregungsenergiebereich von 150 (220) bis 400 MeV.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

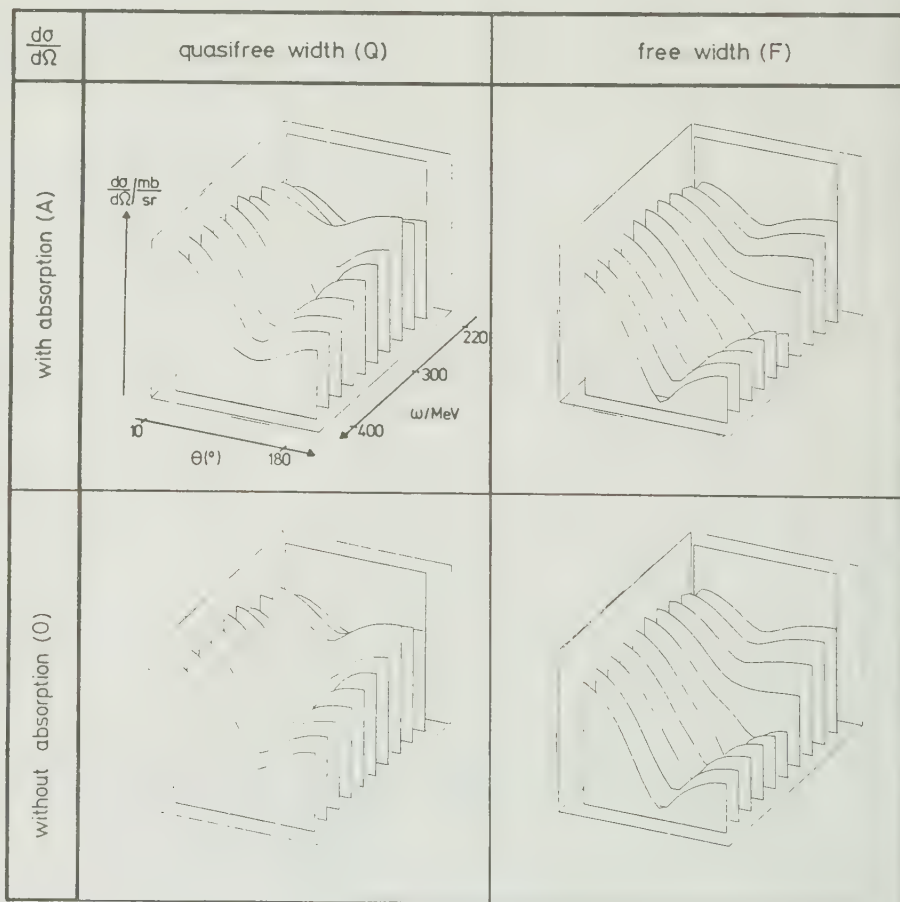


Fig. C 2.3/11b

Analog. Fig. C 2.3/11a, jedoch für den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

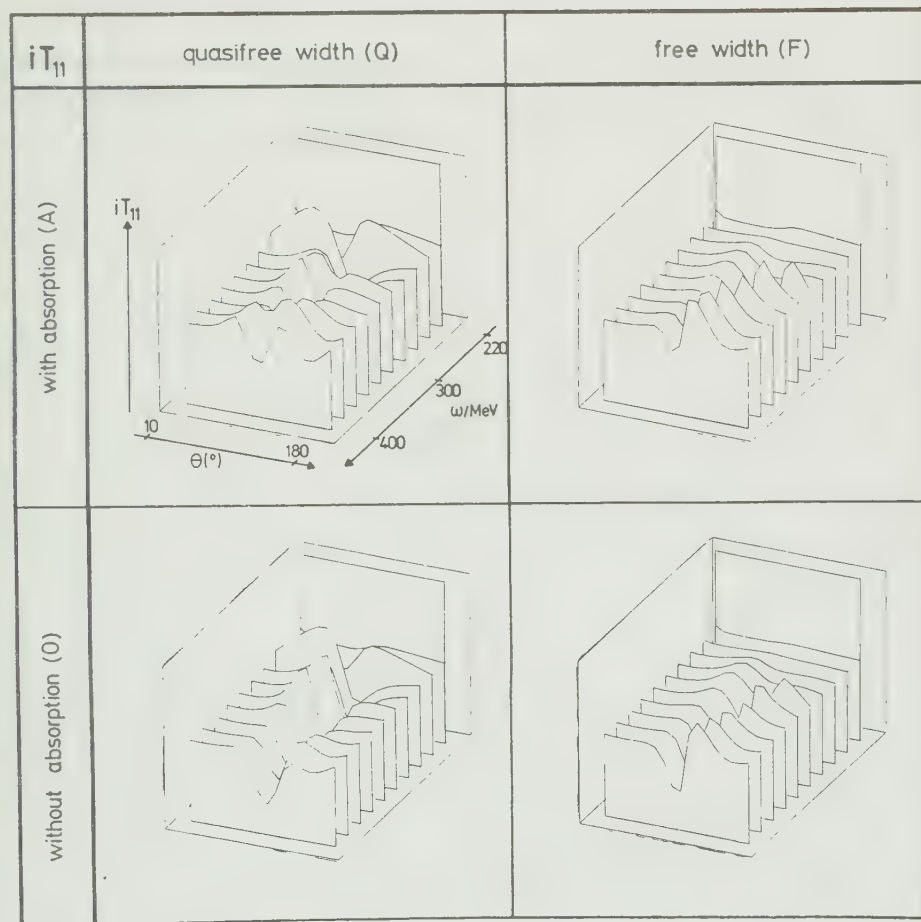


Fig. C 2.3/11c

Analog Fig. C 2.3/11a, jedoch für die Vektoranalysierstärke iT_{11} .

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

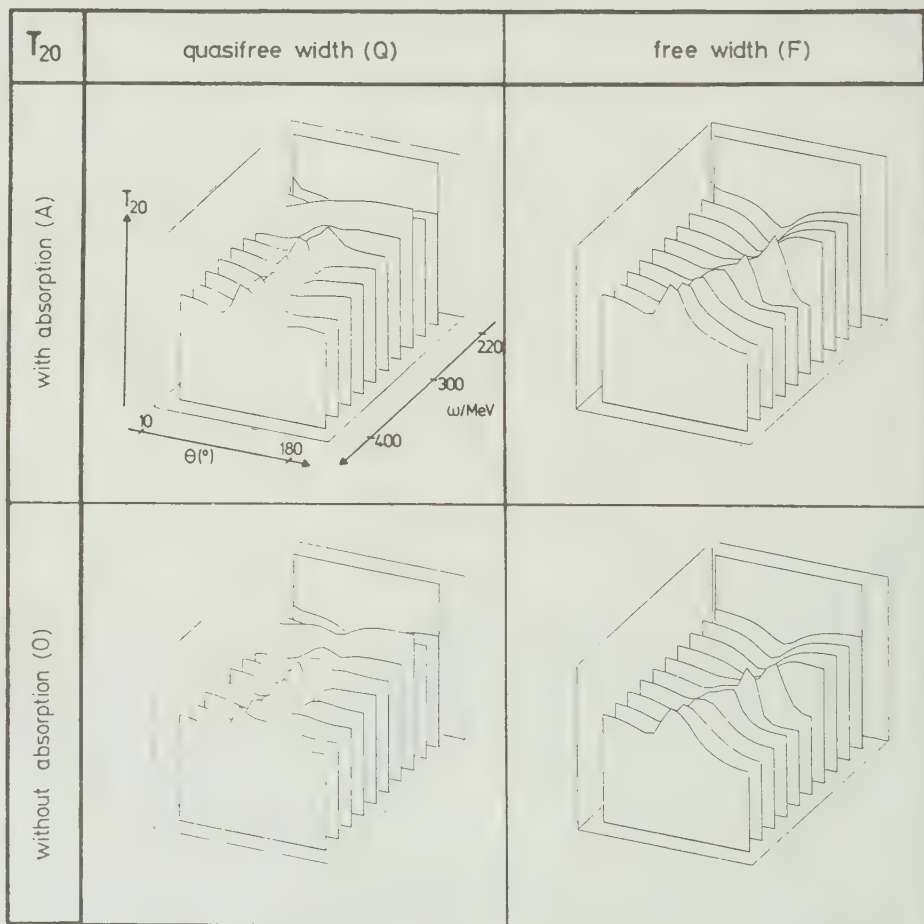


Fig. C 2.3/11d

Analog Fig. C 2.3/11a, jedoch für die Tensoranalysierstärke $T(20)$.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

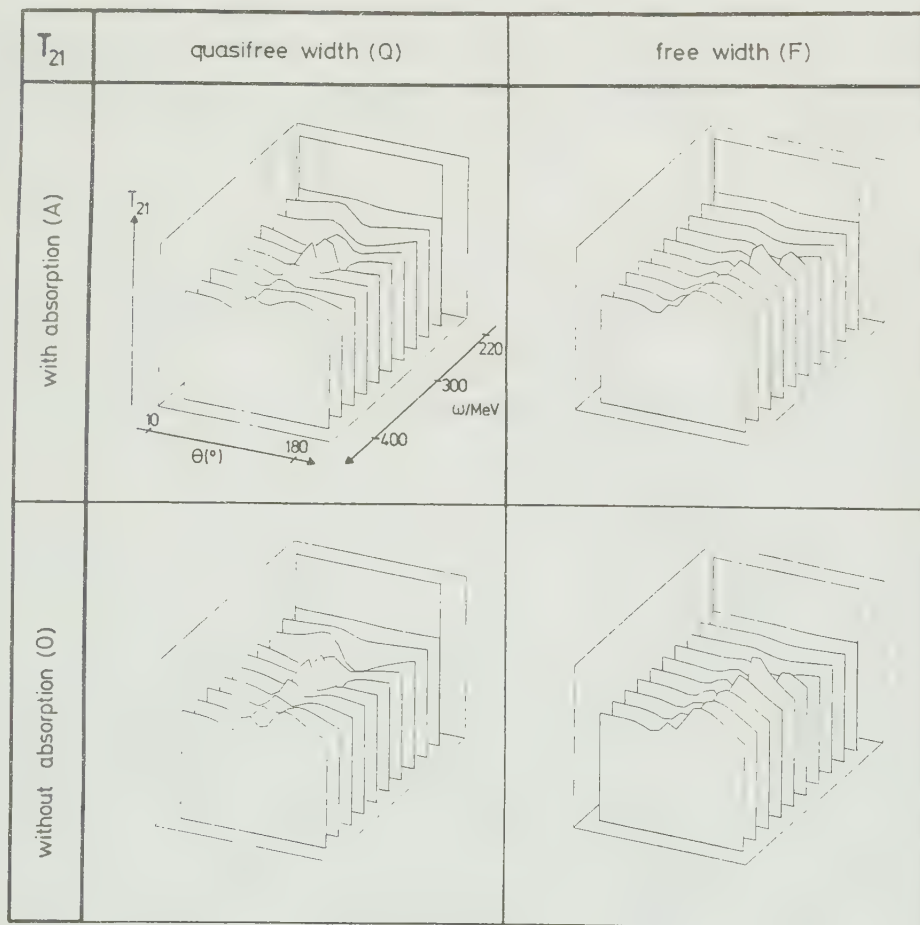


Fig. C 2.3/11e

Analog Fig. C 2.3/11a, jedoch für die Tensoranalysierstärke $T(21)$.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

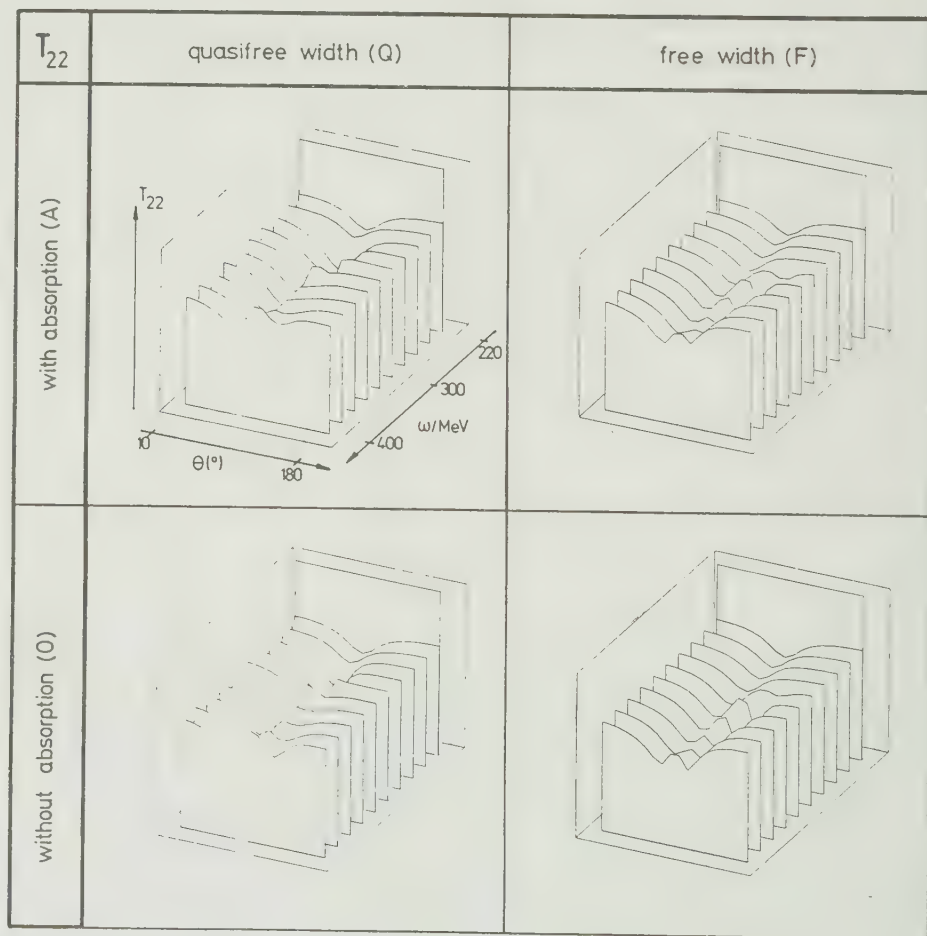


Fig. C 2.3/11f

Analog Fig. C 2.3/11a, jedoch für die Tensoranalysierstärke $T(22)$.

REACTION $D(\pi, \pi)D$

ARGAND DIAGRAMS

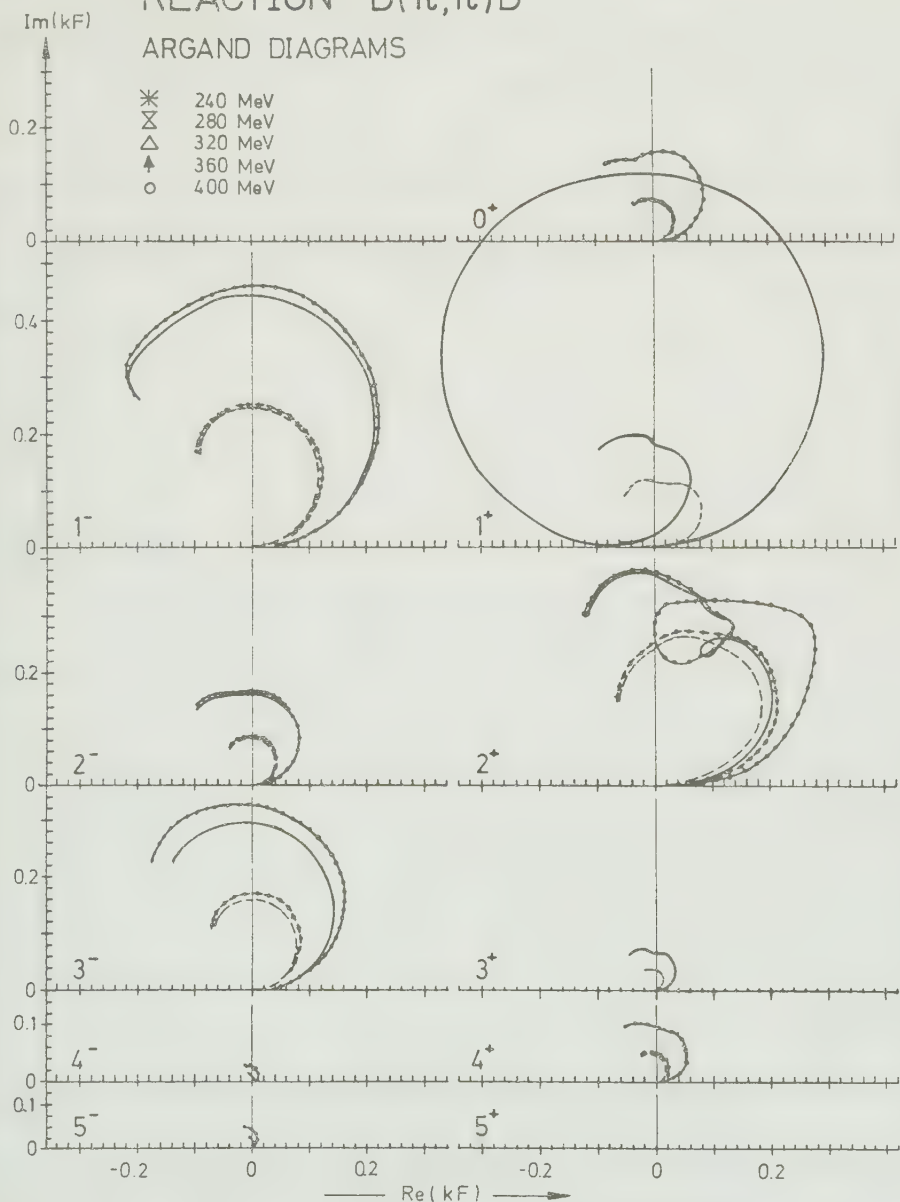


Fig. C 2.3/12

Abhängigkeit der Argand-Diagramme der elastischen Pion - Deuteron Streuung von verschiedenen Modellen der ΔN -Wechselwirkung im Anregungsenergiebereich von 220 bis 400 MeV. (Auftragung analog C 2.2/ 4a.)

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

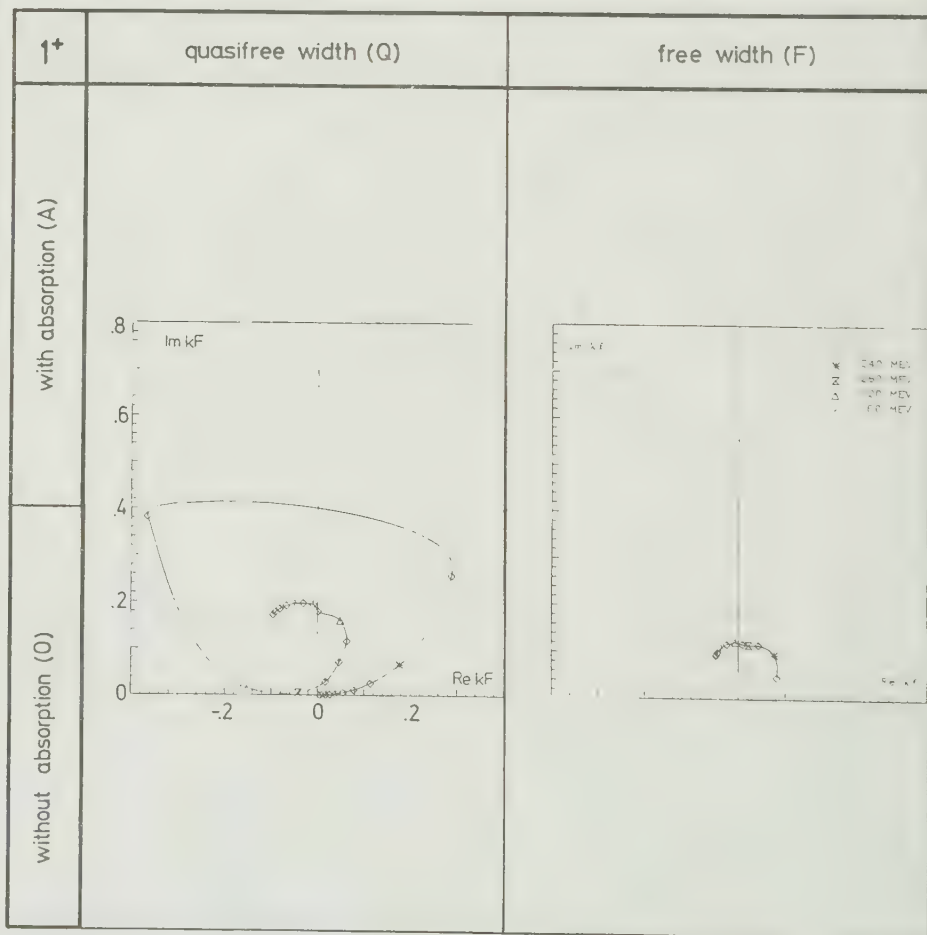


Fig. C 2.3/13a

Analog Fig. C 2.3/12, jedoch für $J^{\pi} = 1^+ \quad (l=1, s=1)$.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

MODEL DEPENDENCE

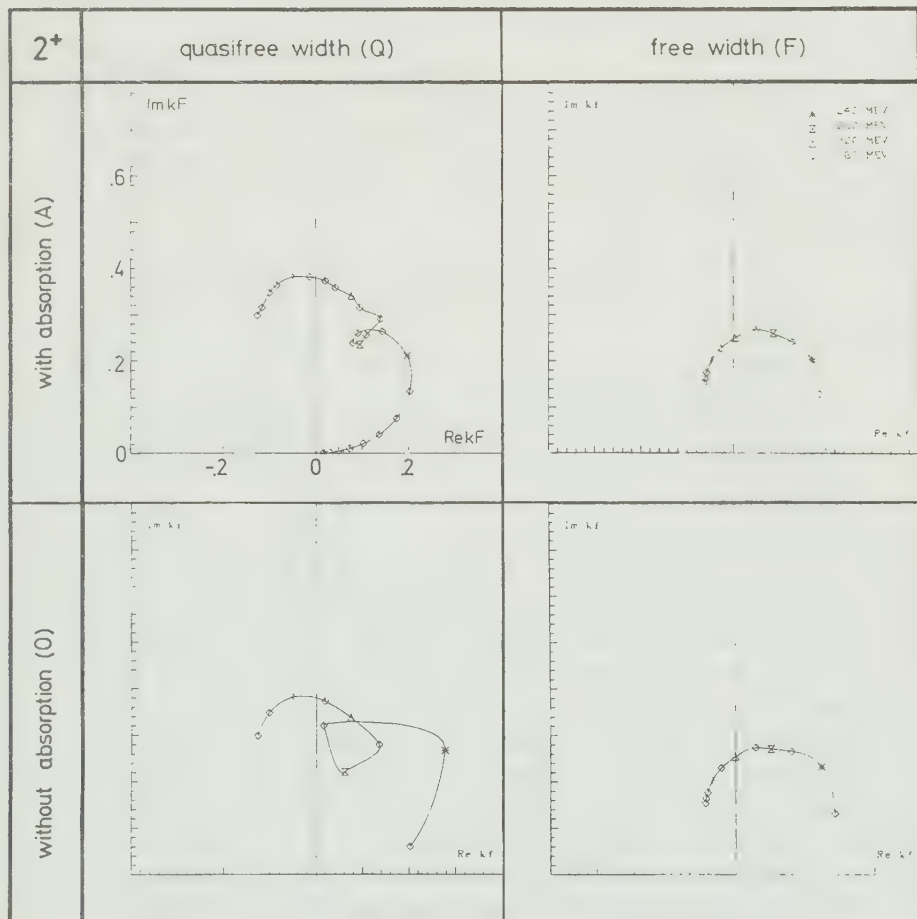


Fig. C 2.3/13b

Analog Fig. C 2.3/12, jedoch für

$$J^P = 2^+ \quad (l=1, s=1).$$

ungefähr 320 MeV übrig.

- Die Absorption reduziert die Elastizität vergleichsweise gering; charakteristische Strukturen bleiben bestehen (vergleiche 2^+ -Diagramm).

In den Figuren C 2.3/11b-f und C 2.3/14a-d soll nun der Einfluß der $J^{\pi}=1^+$ und $J^{\pi}=2^+$ Resonanzen auf die Winkelabhängigkeit im Detail untersucht werden. Generell läßt sich feststellen:

- Die Observablenflächen zu den Modellen QA und QO beziehungsweise FA und FO weisen deutliche Verwandtschaft auf.
- Gravierende Unterschiede bestehen zwischen den Q- und F-Modellen im 1^+ und 2^+ Resonanzbereich. (Außerhalb dieses Energiebereichs treten Abweichungen vornehmlich im differentiellen Wirkungsquerschnitt und den Analysierstärken $iT(11)$ und $T(20)$ auf.)

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt macht sich die zustandsabhängige, in ihrer Größe im Vergleich zum freien Fall reduzierte Breite der Q-Modelle, im Auffüllen des tiefen Minimums und dem Anheben unter Rückwärtswinkeln bemerkbar.

Auch für die Vektoranalysierstärke bringt die Verkleinerung der Breite ($F \rightarrow Q$) eine Reduktion im Großwinkelbereich. Die Absorption ($0 \rightarrow A$) verschiebt die Kurven etwas ins Positive.

In der Tensoranalysierstärke $T(20)$ zeigen sich deutliche Unterschiede in der Anregungsfunktion für 180 Grad.

Zusammenfassung:

Die Observablenflächen sind sehr sensitiv auf die verschiedenen Approximationen bei der Berücksichtigung offener Kanäle. Während kleinere Modifikationen der Breiten den differentiellen Wirkungsquerschnitt kaum

verändern, schlagen sie sich in den Analysierstärken $iT(11)$ und $T(22)$ deutlich nieder.

2.3.6 EINFLUSS DER NICHTHERMITIZITÄT

Wie gezeigt, erhält man im Falle eines nichthermiteschen Problems zwei unterschiedliche Lösungen für die Schrödingergleichung und der zu ihr adjungierten Gleichung. Bei symmetrischem Hamiltonoperator sind die Lösungen aufeinander bezogen (vergleiche Abschnitt B 5.0). Beide Lösungen sind bei der Formulierung des Propagators

$$G = 1/(E-H)$$

in Spektraldarstellung nötig. Für einen hermiteschen Hamiltonoperator fallen die Lösungen der Schrödingergleichung und ihrer adjungierten Gleichung zusammen. Insofern schlägt sich der Unterschied zwischen hermiteschem und nichthermiteschem Hamiltonoperator in der Formulierung des Propagators nieder (vergleiche Figur C 2.3/15). Die Resonanzstruktur ist in beiden Fällen die gleiche, die Diskrepanz zeigt sich nur in den Eigenlösungen. Auf einen kurzen Nenner gebracht verändert sich, abgesehen von einem unwesentlichen Unterschied in der Normierung, die Phasenlage der einzelnen Summanden des Propagators. Die Auswirkung auf die Observablen ist in Figur C 2.3/16 im Anregungsenergiebereich von 150 bis 390 MeV dargestellt. Da die Nichthermitizität im wesentlichen über den reellen Pion-Austauschbeitrag zum Potential ins Spiel kommt, und dieser erst oberhalb der Pionschwelle sukzessive an Bedeutung gewinnt, erwartet man keine Veränderung im unteren Energiebereich. Dies kann generell in allen Observablen bestätigt werden. Da weiter im differentiellen Wirkungsquerschnitt auf Grund seiner Darstellung als Betragsquadrat der T-Matrix diese Phasendiskrepanz keine Rolle spielt, bleibt nur ein durch die geringfügig differierende Normierung der einzelnen

PROPAGATOR:

hermitian $G_{DN}^{(h)} = \sum_{\mu} \frac{| \mu \rangle \langle \mu |}{\omega - \epsilon_{\mu}}$

nonhermitian $G_{DN}^{(nh)} = \sum_{\mu} \frac{| \mu \rangle \langle \tilde{\mu} |}{\omega - \epsilon_{\mu}}$

SCHRÖDINGER EQUATION:

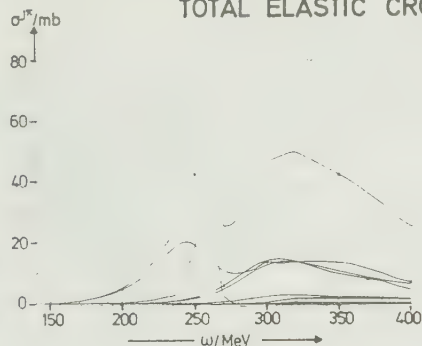
$$H_{DN} | \mu \rangle = \epsilon_{\mu} | \mu \rangle$$

$$H_{DN}^+ | \tilde{\mu} \rangle = \tilde{\epsilon}_{\mu} | \tilde{\mu} \rangle$$

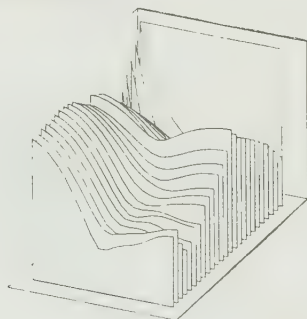
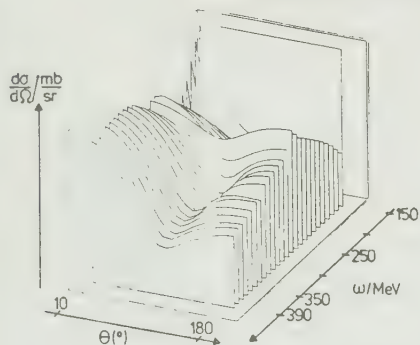
Fig. C 2.3/15
Gegenüberstellung der Propagatoren des hermiteschen und nichthermiteschen Dibaryon-
problems.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

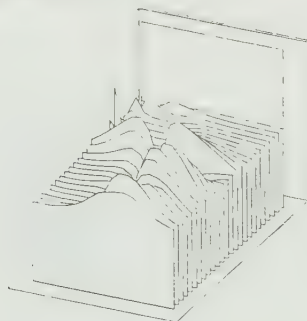
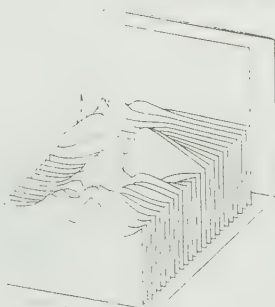
TOTAL ELASTIC CROSS SECTION



DIFFERENTIAL CROSS SECTION



VECTOR ANALYSING POWER

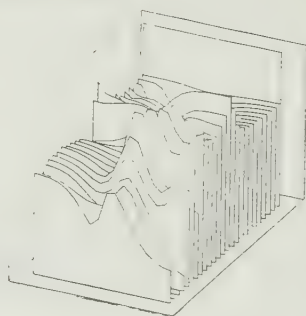
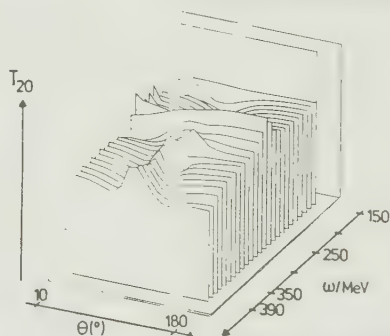


NONHERMITIAN PROPAGATOR

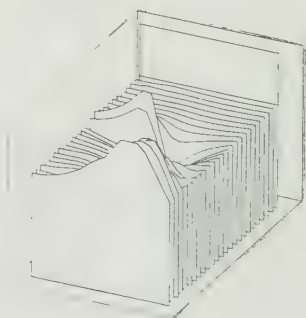
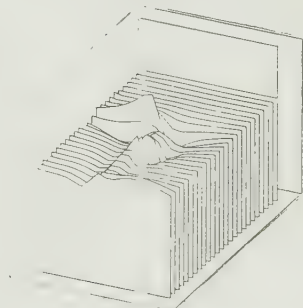
HERMITIAN PROPAGATOR

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

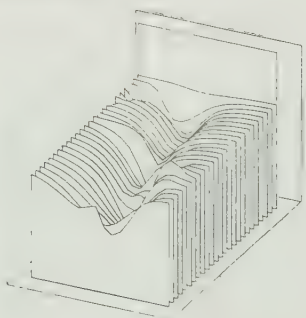
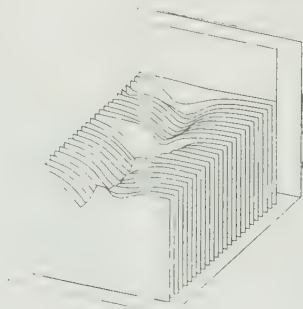
TENSOR ANALYSING POWER $T(20)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(21)$



TENSOR ANALYSING POWER $T(22)$

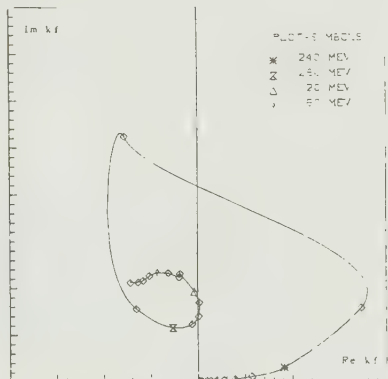
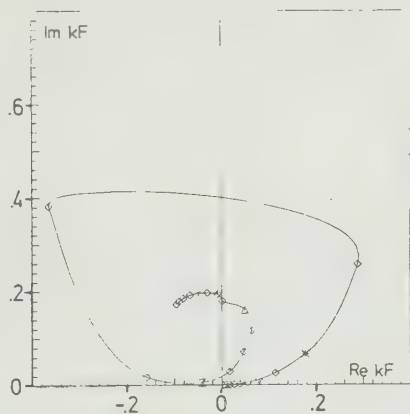


NONHERMITIAN PROPAGATOR

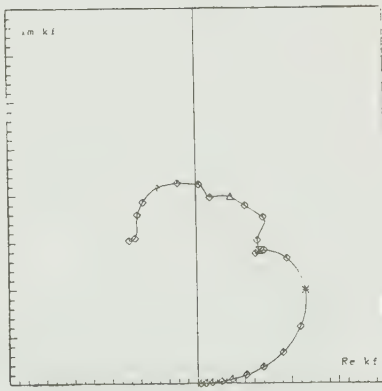
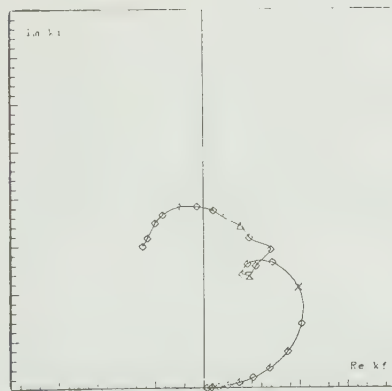
HERMITIAN PROPAGATOR

Fig. C 2.3/16b
Analog Fig. C 2.3/16a, jedoch für die Observablen $T(20)$, $T(21)$ und $T(22)$.

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$



1^+



2^+

NON HERMITIAN PROPAGATOR

HERMITIAN PROPAGATOR

Fig. C 2.3/17

Abhängigkeit der 1^+ und 2^+ ($l=1, l'=1$) Argand-Diagramme von der Propagatorformulierung.

Eigenvektoren bedingter Unterschied, dessen Einfluß sich nur unter Rückwärtswinkeln zeigt. Massiv hingegen sind die Analysierstärken affiziert. Soweit nicht die stark dominierenden 1^+ und 2^+ Resonanzstrukturen das Bild beherrschen, kommt es zu nicht trivial nachzuvollziehenden Strukturveränderungen.

Zusammenfassung:

Eine der Nichthermitizität des Problems angemessene Behandlung ist wichtig. Analysierstärken sind sehr sensitiv auf Veränderungen in den Streuphasen im Gegensatz zum differentiellen Wirkungsquerschnitt.

2.4 VERGLEICH MIT DEM EXPERIMENT

Eine Zusammenstellung von experimenteller Information zur elastischen Pion-Deuteronstreuung ist, klassifiziert nach Observablen, im Anhang zu finden. Aus diesem (Welt)vorrat an Datenmaterial sind für den Vergleich im Energieintervall von 240 bis 400 MeV Anregungsenergie folgende Arbeiten ausgewählt:

für den Wirkungsquerschnitt

Gabathuler et al. Nuc. Phys. A350 (1980) 253
für kinetische Energien des Pions im Laborsystem von
116, 142, 181, 217, 231, 254, 292 MeV

für die Analysierstärke $iT(11)$:

Bolger et al. Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 167
Bolger et al. Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1667
M. Meyer private communication (1983)
für kinetische Energien des Pions im Laborsystem von
142, 219, 256, 275, 294 MeV

In den Kinematik-Diagrammen der Figuren C 2.4/ 1a, b sind

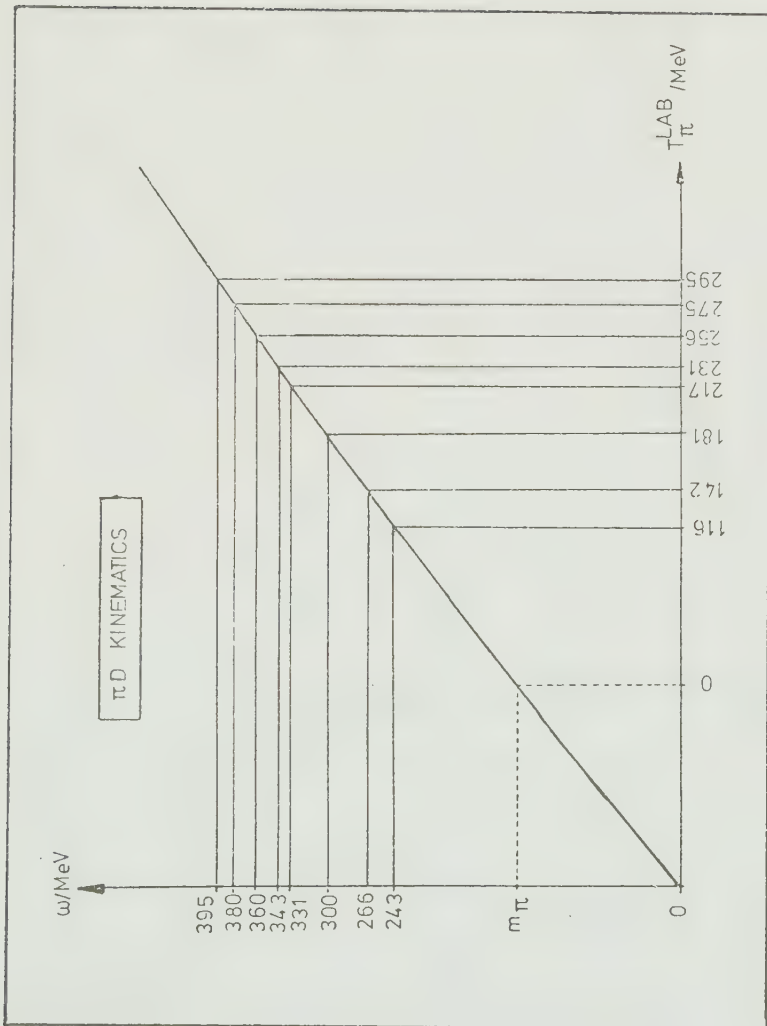


Fig. C 2.4/ 1
Pion-Deuteron Kinematik: Anregungsenergien zu verschiedenen kinetischen Energien des Pions im Laborsystem.

für die Observablen die kinetischen Pion-Energien eingetragen und die zugehörigen Anregungsenergien vermerkt.

Ein Vergleich mit dem vorliegenden Datenmaterial ist nur sinnvoll unter Berücksichtigung der Unsicherheiten, mit denen jede Rechnung behaftet ist. Im Verlauf der Diskussion ergab sich eine Fülle von "Modellparametern" im weitesten Sinn, angefangen von der Delta-Nukleon Wechselwirkung (vergleiche Kapitel B5.2) bis zu der Berechnung der Observablen (vergleiche Kapitel C2.3). Im Sinne einer Beschränkung auf das Wesentliche ist der Versuch zu sehen, einen "theoretischen Fehlerbalken" an den Rechnungen anzubringen. Es sollen im folgenden Unsicherheitsfaktoren diskutiert werden, bedingt durch:

- Inputdaten,
- Deuteronwellenfunktion,
- die Berücksichtigung von Resonanzen,
- das Modell für die Delta-Nukleon Dynamik und
- die Energiezuordnung.

UNSICHERHEITEN IN DER WAHL DER INPUTDATEN

Wie schon ausgeführt sind die verschiedenen zur Formulierung der Delta-Nukleon Wechselwirkung notwendigen Parameter, wie Kopplungskonstanten und Cut-Off Massen, nicht a priori festgelegt, sondern es besteht eine gewisse Freiheit in der Wahl dieser Werte. In den vorangegangenen Abschnitten fanden drei realistische Parametersätze Verwendung (Holinde 1/2/3). Figur C 2.4/2 zeigt einen Vergleich dieser Rechnungen mit vorliegender experimenteller Information.

Für 240 und 266 MeV Anregungsenergie ist die durch Wahl der Inputparameter bewirkte Unsicherheit im differentiellen Wirkungsquerschnitt und der Vektoranalysierstärke relativ groß. Dies liegt begründet in der stark unterschiedlichen $J^{\pi}=1^{+}_{1}$ und $J^{\pi}=2^{+}_{1}$ Resonanzstruktur der drei Parametersätze im Energiebereich zwischen 220 und 280 MeV. Für höhere

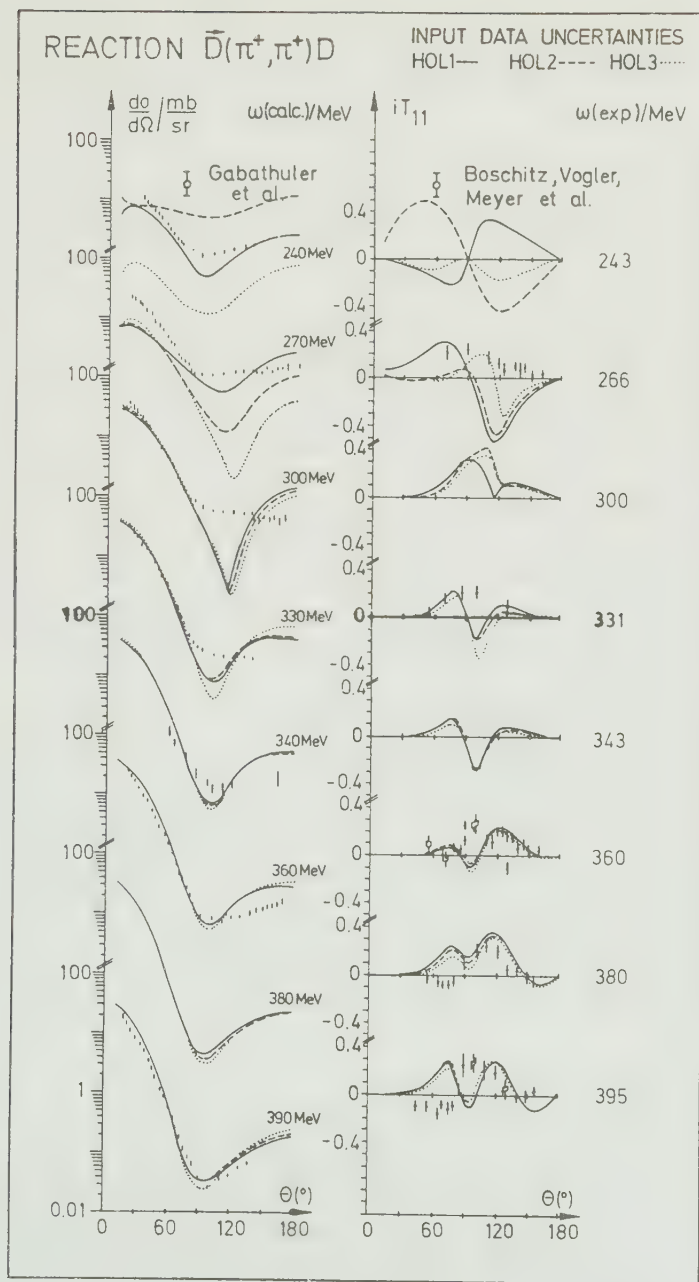


Fig. C 2.4/ 2

Ein systematischer Vergleich von Experiment und D^* -Rechnungen (HOL 1/2/3 Datensätze) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion bei verschiedenen Anregungsenergien.

Energien wird das Unsicherheitsband erheblich reduziert, etwas stärker für den differentiellen Wirkungsquerschnitt als für $iT(11)$.

Der Vergleich mit dem Experiment zeigt für

- den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

Für 243 und 266 MeV bestehen gewisse Schwierigkeiten, den Vorwärtisanstieg der Daten zu reproduzieren. Für die Energien zwischen 266 und 330 MeV treten auch Differenzen im Großwinkelbereich zu Tage; die Rechnungen zeigen ein ausgeprägtes Minimum und einen deutlichen Anstieg im Großwinkelbereich, eine Struktur, die in den Daten nicht wiederzufinden ist. Im Bereich von 343 bis 395 MeV Anregungsenergie verschwindet diese Diskrepanz sukzessive. Es kann im gesamten Winkelbereich eine gute Obereinstimmung festgestellt werden.

- die Vektoranalysierstärke:

Generell liegen die Rechnungen in der richtigen Größenordnung. Für 266 MeV ergeben sich Schwierigkeiten in der Beschreibung der Rückwärtswinkel. Die Rechnungen zeigen ein Minimum, das sich in den experimentellen Daten nicht wiederfindet. Für 331 MeV wird die Datenstruktur nachempfunden. Im Bereich zwischen 360 und 395 MeV legt das experimentelle Datenmaterial eine leicht oszillierende Struktur nahe; die berechneten Kurven zeigen ein derartiges Verhalten, allerdings etwas winkelversetzt (20 Grad).

Zusammenfassung:

Der Holinde 1 Parametersatz liefert die vergleichsweise beste Beschreibung der vorliegenden Daten im gesamten Energiebereich. Verschiedene Potentialparametersätze wirken sich nicht strukturändernd aus. Auftretende Unsicherheiten spiegeln Unsicherheiten in der Festlegung der Resonanzstruktur ($J^{\pi} = 1+1, 2+1$) wieder.

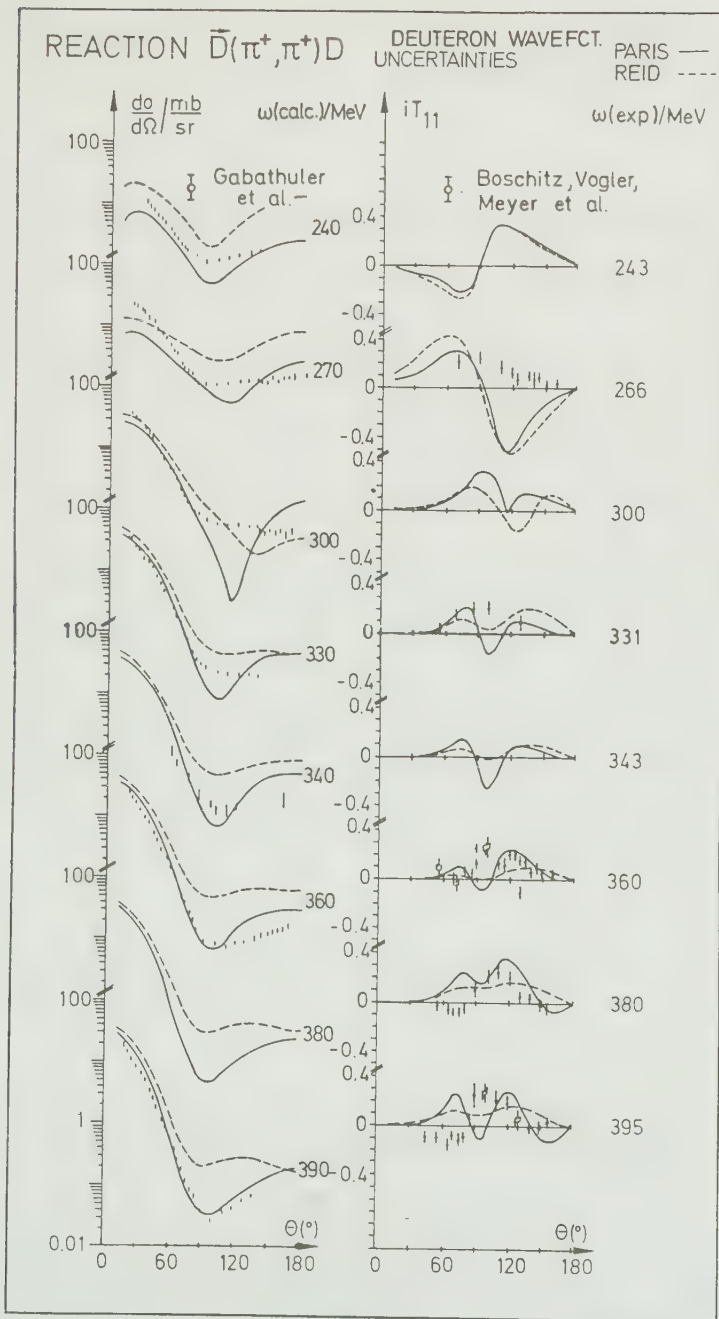


Fig. C 2.4/ 3

Systematischer Vergleich von Experiment und D^* -Rechnungen (PARIS und REID Deuteronbeschreibung) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $D(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion bei verschiedenen Anregungsenergien.

UNSICHERHEITEN IN DER WAHL DER DEUTERONWELLENFUNKTION

In Figur C 2.4/ 3 sind dem Experiment Rechnungen gegenübergestellt, bei denen als Parameter die beiden Deuteronwellenfunktionen in Anlehnung an die Paris, bzw. Reid Beschreibung zugrundegelegt sind. In beiden Fällen werden die Potentialdaten in Form des Holinde 1 Satzes verwendet.

Die mit den unterschiedlichen Wellenfunktionen verknüpfte Unsicherheit ist in den Observablen im gesamten Vergleichsintervall für Wirkungsquerschnitt und $iT(11)$ nahezu konstant.

Im Vergleich mit dem Experiment ergibt die aus dem Parispotential abgeleitete Wellenfunktion eine wesentlich bessere Beschreibung als Rechnungen unter Verwendung des "Reid-Deuterons". Die "Reid-Rechnung" überschätzt den differentiellen Wirkungsquerschnitt generell mit Ausnahme des extremen Vorwärts- und Rückwärtswinkelbereichs für 266 und 300 MeV. In den Vektoranalysierstärken bewirkt die "Reid-Beschreibung" eine zu starke Dämpfung. Auch strukturell bringt das "Reid-Deuteron" keine Verbesserung.

Zusammenfassung:

Das Experiment favorisiert eindeutig die Deuteronwellenfunktion des Parispotentials gegenüber der des Reidpotentials.

UNSICHERHEIT IN DER BERÜCKSICHTIGUNG VON RESONANZEN

Der Teil der Unsicherheiten, der mit den $J^{\pi}=1+1$ und $J^{\pi}=2+1$ Resonanzen verknüpft ist und der in der dynamisch initiierten Unschärfe von Resonanzparametern, wie Resonanz-Position, -Starke und -Breite begründet liegt, ist in der vorangegangenen Diskussion schon abgedeckt. Hier soll die Frage der Existenz und Qualität dieser exponierten Reso-

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

RESONANCE CONTRIBUTION
 — COMPLETE CALCULATION
 --- WITHOUT (1^+) und (2^+) -RES.

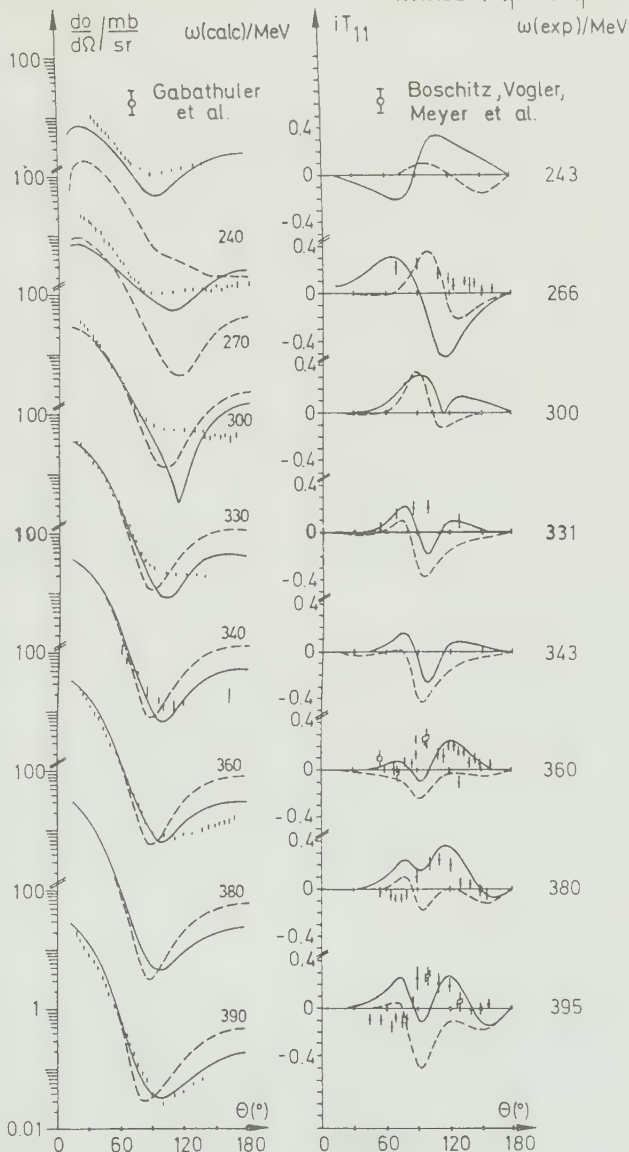


Fig. C 2.4/ 4
 Systematischer Vergleich von Experiment und D^* -Rechnungen (mit und ohne $J^{\pi}=1^+_{1}$ und 2^+_{1} $T=1$ Resonanzen) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion für verschiedene Anregungsenergien.

nanzstrukturen im Vergleich mit dem Experiment untersucht werden. Außerdem soll ein Maß für die Unsicherheiten in den Anregungsstärken gewonnen werden. Zu diesem Zweck sind in Figur C 2.4/ 4 Observable einer vollständigen Rechnung und einer eingeschränkten Rechnung, ohne 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen, mit dem Experiment verglichen.

Es zeigt sich für:

- den differentieller Wirkungsquerschnitt:

Für 243 und 266 MeV liefert die Unterdrückung der Resonanzen eine deutlich schlechtere Beschreibung. Im Bereich höherer Energien fallen Abweichungen in der Beschreibung des Kleinwinkelbereichs auf. Ebenso kann die Position des Minimums nicht reproduziert werden (Verschiebung von ca. 25 Grad). Im Bereich großer Winkel wird der Wirkungsquerschnitt deutlich überschätzt. Die aufgezählten Unstimmigkeiten können mit einer vollständigen Rechnung weitgehend vermieden werden.

- die Vektoranalysierstärke:

Im gesamten Energiebereich liefert die eingeschränkte Rechnung eine deutlich schlechtere Beschreibung des Datenmaterials als sie mit der Standard-Rechnung zu erzielen ist.

Naturgemäß sind die Unschärfen im Resonanzenergiebereich im Wirkungsquerschnitt besonders stark ausgeprägt, massiv betroffen sind die Analysierstärken im gesamten Energiebereich.

Zusammenfassung:

Die exponierten $J^{\pi}=1^+_1$ und $J^{\pi}=2^+_1$ Resonanzen werden in ihrer Eigenschaft als wesentliche Elemente des D*-Modells vom Experiment bestätigt.

UNSICHERHEITEN DURCH DIE WAHL DES MODELLS FÜR DIE DELTA- NUKLEON DYNAMIK

Die unterschiedliche Berücksichtigung offener Kanäle, wie sie in den beschriebenen Modellen QA, QO, FA, und FO erfolgt, findet ihren Niederschlag in den Observablen. Die verschiedenen Modelle parametrisieren die Unsicherheiten in der Formulierung der absorptiven Beiträge. In der Figur C 2.4/ 5 sind Resultate derartiger Modellrechnungen den Meßergebnissen gegenübergestellt. Wieder werden differentieller Wirkungsquerschnitt und Vektoranalysierstärke verglichen.

Differentieller Wirkungsquerschnitt:

Nicht im Einklang mit dem experimentellen differentiellen Wirkungsquerschnitt sind Potentialmodelle, die die quasi-freie Zerfallsbreite durch die freie Breite approximieren (sogenannte F-Modelle). Berücksichtigung der Absorption (sogenannte A-Modelle) drückt die Kurven im Großwinkelbereich, so daß das QA-Modell insgesamt zu der besten Beschreibung führt. Der einzige Hinweis auf eine Relativierung dieser Aussage liefert ein Vergleich mit dem Experiment bei 266 MeV.

Vektoranalysierstärke:

Tendenziell die gleichen Aussagen wie für den Wirkungsquerschnitt treffen auch hier zu. Das Experiment schließt die durch QO, FO und FA-Modelle hervorgerufenen Oszillationen mit starken Elongationen aus; eine Ausnahme findet sich wieder beim Vergleich mit den 266 MeV Daten.

Die durch verschiedene Approximationen bezüglich der Breite bedingten Unsicherheiten machen sich im gesamten Energiebereich sowohl im Wirkungsquerschnitt, als auch in der Vektoranalysierstärke deutlich bemerkbar.

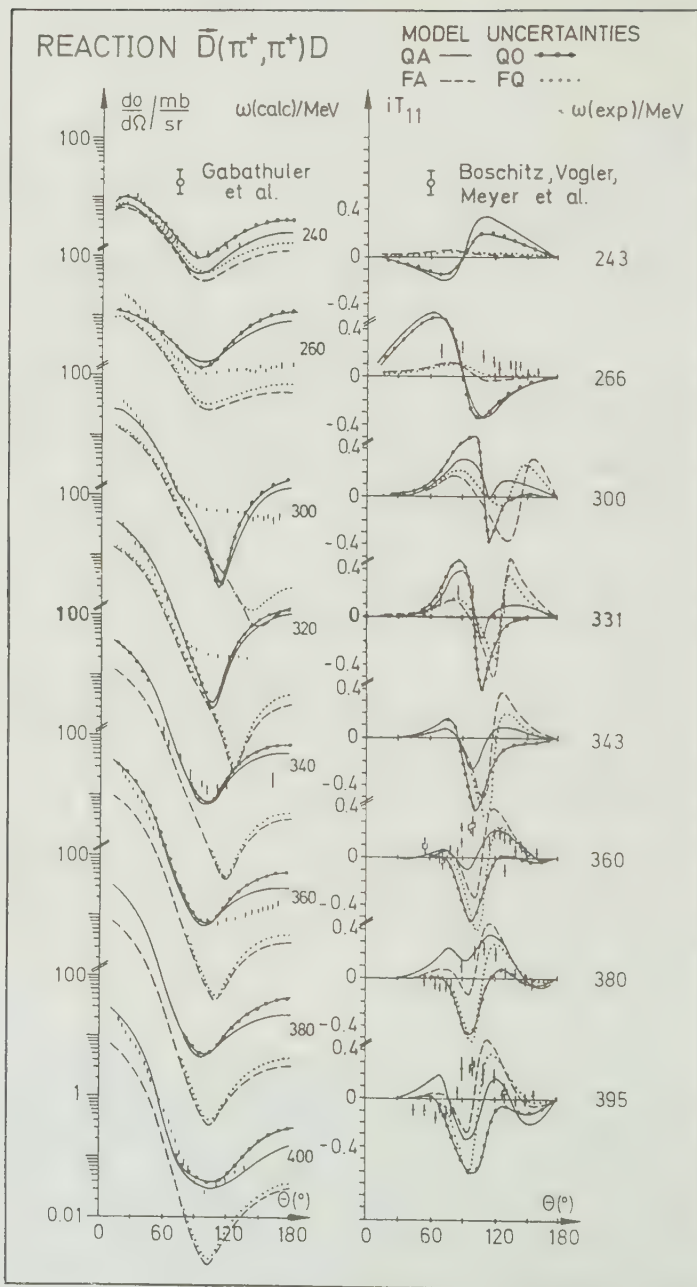


Fig. C 2.4/ 5

Systematischer Vergleich von Experiment und D^* -Rechnungen (QA, Q0, FA, FQ ΔN - Potentialmodelle) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion bei verschiedenen Anregungsenergien.

Zusammenfassung:

Generell wird das Standard-Modell (Quasifrei + Absorption-Modell mit Holinde 1 Potentialparametern) vom Experiment favorisiert.

UNSICHERHEITEN DURCH DIE ENERGIEZUORDNUNG

Ziel dieser Untersuchung ist es, gewisse in der Dynamik selbst begründete Energie-Unschärfen aufzudecken. Bekanntlich manifestiert sich die zugrundeliegende Dynamik in den verschiedenen Observablenflächen, deren Struktur sich mit der Energie teilweise stark verändert (Anregungsfunktionen). Andererseits ist bekannt, daß Oberflächenstrukturen durch Verändern des dynamischen Inputs energetisch verschoben werden können. Dies ist bisher nur grob quantitativ über verschiedene Parametersätze untersucht worden, zudem mit einem willkürlichen Energieraster (festgelegt in 10 MeV Schritten zwischen 150 und 400 MeV). Eine unterhalb dieser "Auflösung" liegende Dynamikmodifikation soll in ihrer Auswirkung studiert werden, durch Berücksichtigung der Resultate zu jeweils der experimentell vorgegebenen Energie benachbarten Energien. Der Vergleich erfolgt in Figur C 2.4/ 6 innerhalb des Standard-Modells.

Differentieller Wirkungsquerschnitt:

Im Resonanzbereich (266 MeV Daten) kommt es wie erwartet zu größeren Modifikationen. Ansonsten bewegen sich die Kurven im betrachteten 20 MeV Intervall in einem relativ schmalen Unschärfeband. Für die 266 und 300 MeV Daten werden in der Beschreibung die energetisch nach oben verschobenen Rechnungen bei 280 und 310 MeV vorgezogen.

Vektoranalysierstärke:

Für 320 MeV und 370 MeV Rechnung ergibt sich beim Vergleich mit den 331 bzw. 380 MeV Daten ein kleiner Vorteil gegenüber der "natürlichen Zuordnung". Der zur selben Energie gemessene Wirkungsquerschnitt ist im Fall der 331 MeV Daten

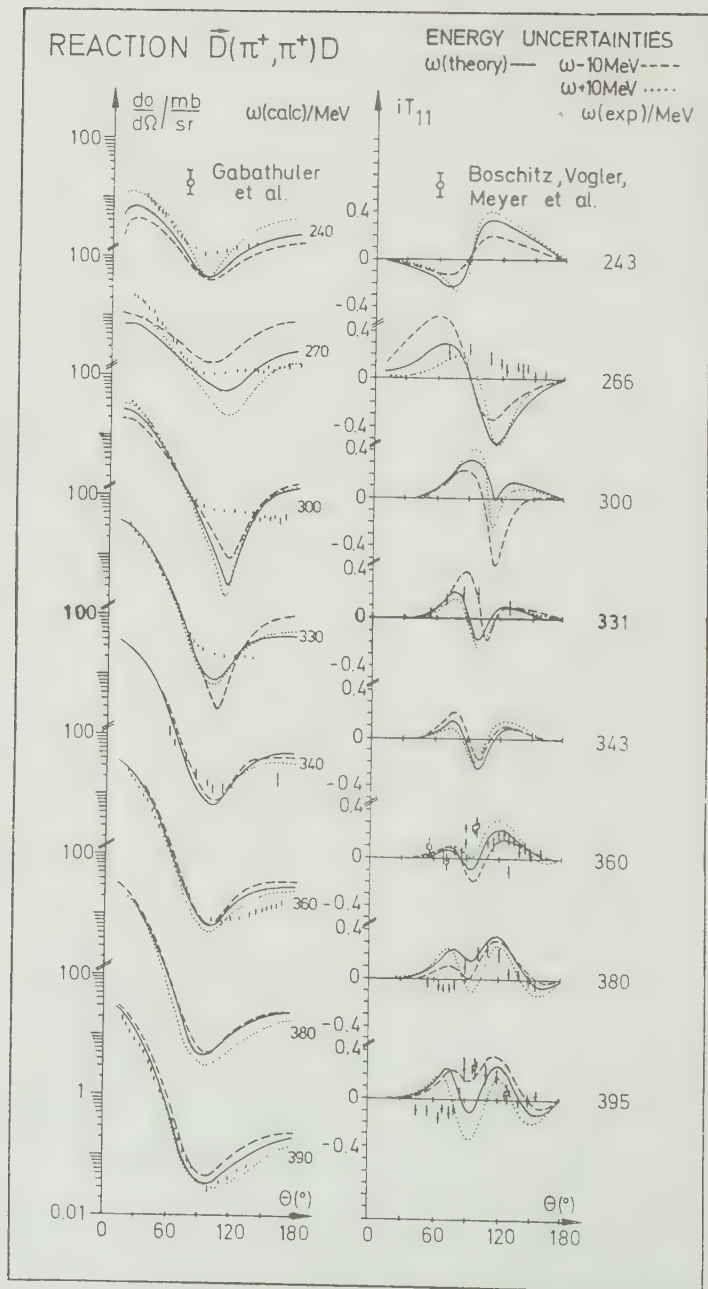


Fig. C 2.4/ 6

Systematischer Vergleich von Experiment und D^* -Rechnungen (unterschiedliche Energiezuordnung) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion bei verschiedenen Anregungsenergien.

mit einer derartigen Energiezuordnung verträglich. Schwierigkeiten in der Beschreibung des Experiments unter Vorwärtswinkeln können nicht behoben werden.

Zusammenfassung:

Ein leichtes "Verziehen" der Observablenflächen liefert geringfügig bessere Beschreibung des Experiments.

DAS STANDARD-ERGEBNIS

In den letzten Abschnitten wurden die D*-Resultate auf verschiedene Unsicherheiten hin diskutiert. Nun soll versucht werden, alle Erkenntnisse zusammenzufassen.

Ein wesentliches Ergebnis der vorangegangenen Untersuchungen ist der Trend zu einem Parametersatz, bestehend aus

- Holinde 1-Inputdaten,
- QA-Modell, dh. explizite Berücksichtigung des Nukleon-Nukleon Kanals und des quasifreien Zerfalls und
- der Deuteronwellenfunktion aus dem Parispotential.

Dieser Parametersatz liefert bei jedem Vergleich im gesamten diskutierten Energiebereich zwischen 240 und 400 MeV die beste Beschreibung des Datenmaterials. Alle zur Berechnung dieser Observablen verwendeten Parameter sind als sogenannte Standard-Parameter in Tabelle C 2.4/ 7 zusammengestellt. Das "Standard-Resultat" selbst ist in Figur C 2.4/ 8 nochmals mit dem Experiment verglichen.

Die Diskussion der letzten Abschnitte eröffnet die Möglichkeit, einen "theoretischen Fehler" anzugeben. Eine Zusammenfassung aller diskutierten Unsicherheiten in Form eines Unschärfebandes ist in der Figur C 2.4/ 8 zusätzlich aufgeführt. Es ist klar, daß nicht jede weitere willkürliche

PARAMETER	DEFAULT VALUES (STANDARD)
angular momentum (multipolarities)	$l = 6 \text{ (} 0(+), 1(+), 2(+), 3(+), 4(+), 5(+), 6(+))$
T-matrix contribution	dominant
channels	pion-deuteron (Paris wavefunction)
oscillator parameter	$a = 1.0 \text{ fm}$
configuration space	$= 12 \text{ hw}$
input data (explicit values)	HQ1
potential version (approximation)	QA
relation between coupling constants	quarkmodel+Chew-Low theory(pion)
vertex formfactors	$H(=)$
exchanged mesons	sigma, omega, rho, pion, eta
BB-system	delta-nukleon

Fig. C 2.4/ 7

Standard-Parametersatz (siehe dazu Erläuterungen im Anhang X1).

REACTION $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$

THE STANDARD RESULT WITH THEORETICAL ERROR BARS

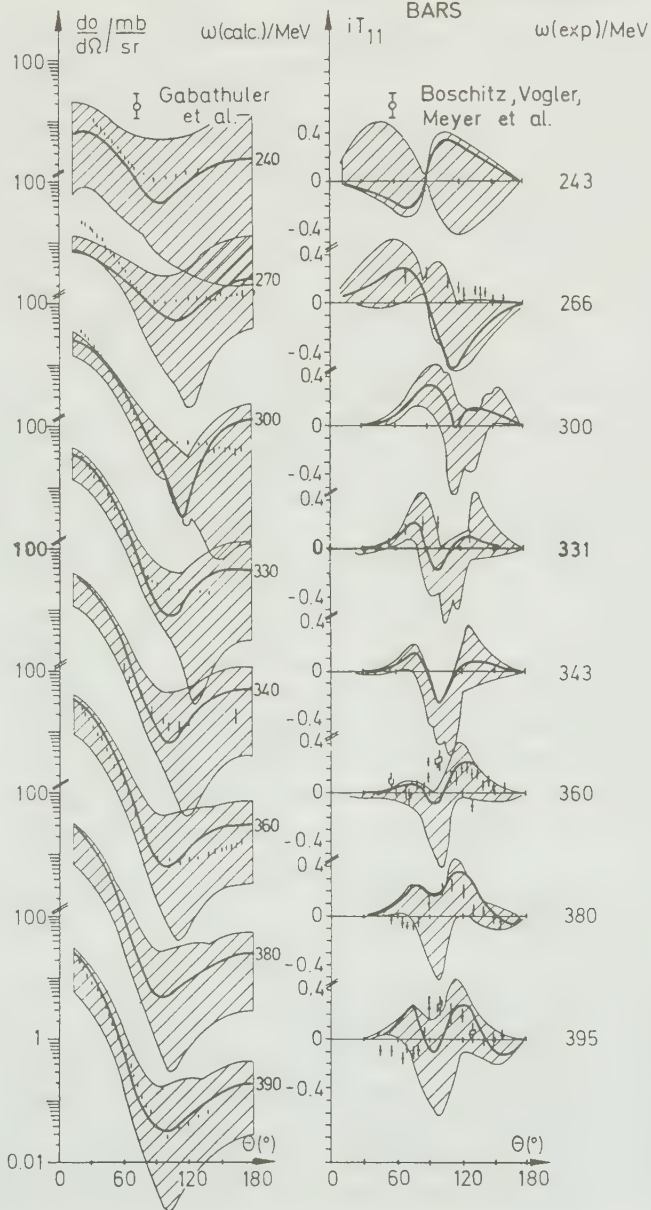


Fig. C 2.4/ 8

Systematischer Vergleich von Experiment und D^* -Rechnungen (für den Standard-Parametersatz) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke der $\bar{D}(\pi^+, \pi^+)D$ Reaktion bei verschiedenen Anregungsenergien.

Parametervariation Ergebnisse liefert, die innerhalb der Bändergrenzen zu liegen kommen. Trotzdem scheint die Angabe dieses Gebietes als eine optische Demonstration bestehender Unsicherheiten legitim zu sein. Der Verlauf des Bandes im Bereich der $J^{\pi}=1^+_1$ und $J^{\pi}=2^+_1$ Resonanzen reflektiert nahezu alle diskutierten Parameter, und zwar sowohl für den differentiellen Wirkungsquerschnitt, als auch im Falle der Vektoranalysierstärke. Dies ist verständlich, da sich gerade diese beiden Resonanzen als besonders sensitiv auf die Details der Beschreibung erweisen. Im Bereich höherer Energien wird die obere Grenze im Wirkungsquerschnitt für kleine Winkel durch die Reid-Wellenfunktion und im Rückwärtswinkelbereich durch die, um die 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen eingeschränkte Rechnung, festgelegt. Die untere Grenze ist gegeben durch das sogenannte FA-Modell (Approximation der quasifreien Zerfallsbreite durch die freie Breite). Das Unschärfiband der Vektoranalysierstärke im außerresonanten Energiebereich wird, außer von der Modifikation der Inputparameter, durch alle Modellparameter affiziert. Die obere Grenze wird im Bereich kleiner Winkel durch das QO-Modell festgelegt. Den Rückwärtswinkelbereich bestimmen FA-Rechnungen, ab 380 MeV im extremen Großwinkelbereich auch Reid-Vorhersagen. Die untere Grenze, die im wesentlichen durch fehlende 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen strukturell bestimmt wird, bekommt für wachsende Energie zunehmend QO-Charakter.

Vergleich des Standard-Resultats mit dem Experiment unter Einschluß modellabhängiger Unsicherheiten:

Differentieller Wirkungsquerschnitt:

Außer dem extremen Vorwärtswinkelbereich bei den Anregungsenergien 266 MeV und eingeschränkt 300 MeV liegen alle vorliegenden Daten im theoretischen Fehlerband. Der Vorwärtsanstieg der Daten kann durch die Rechnung reproduziert werden. Mit wachsender Energie wird die Beschreibung der Meßwerte durch die Standard-Rechnung zunehmend besser.

Deutlich äußert sich dies bei den 395 MeV Daten; hier kann das Minimum und selbst der Anstieg unter Rückwärtswinkeln in dem errechneten Wirkungsquerschnitt durch das Experiment bestätigt werden. Insgesamt ist gute Übereinstimmung von Rechnung und Messung festzustellen.

Vektoranalysierstärke:

Für alle Energien ist die Größenordnung des experimentellen Datenmaterials richtig wiedergegeben. Auch der Verlauf der Daten kann grob reproduziert werden. Knapp verfehlt werden in dieser Beschreibung die 266 MeV Daten unter Rückwärtswinkeln, die Meßwerte um 90 Grad für 360 MeV Anregungsenergie und zum Teil der Vorwärtswinkelbereich bei 380 und 395 MeV.

Zusammenfassung:

Unter Beachtung des Modellcharakters der durchgeführten Rechnungen, ist die Übereinstimmung mit dem Experiment erstaunlich gut.

2.5 INTERPRETATION

Nachdem eine Vielzahl von Ergebnissen vorgestellt wurde, soll nun versucht werden, diese in einer Zusammenschau kritisch zu würdigen. Immer wieder fiel in den letzten Abschnitten der prägende Einfluß der 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen auf. Insofern wird eine Würdigung der vorgestellten Resultate stets in erster Linie eine Auseinandersetzung mit dieser Resonanzstruktur sein.

2.5.1 SONDERSTELLUNG DER 1^+_1 UND 2^+_1 RESONANZEN

In aller Kürze sollen die wesentlichen Fakten resümiert werden, die die exponierte Stellung dieser Resonanzen im Spektrum begründen.

Die beiden Resonanzen sind in ihrer energetischen Lage im gesamten Spektrum deutlich von allen anderen Delta-Nukleon Resonanzen separiert. Wie der Figur B 5.2/ 8 zu entnehmen ist, kommen 1^+_1 und 2^+_1 Resonanz bei ungefähr 260 MeV zu liegen, während alle anderen $T=1$ Resonanzen oberhalb von 320 MeV zu finden sind. Diese deutliche energetische Trennung bleibt auch bei Variation der Inputparameter bestehen.

Beide Resonanzen fallen durch ihre extremen Breiten auf. Wie aus der Tabelle B 5.2/12 zu entnehmen ist, ist die 1^+_1 Breite sehr klein (typisch 20 MeV) während die 2^+_1 Breite sehr groß ist (typisch 100 MeV). Dieses Phänomen findet seinen Niederschlag auch im totalen elastischen Wirkungsquerschnitt (vergleiche Tabelle C 2.2/ 1).

Die beiden Resonanzen zugeordneten Wellenfunktionen zeigen einen extrem hohen $L=0$ Anteil von circa 98%. Auch diese Aussage ist stabil gegenüber Variation der Energie beziehungsweise Modifikation der Inputparameter (vergleiche Figur B 5.2/ 9a, b).

Beide tiefen Spektralzustände koppeln relativ stark an den Pion - Deuteron Kanal an (vergleiche Figur C 2.2/ 2). Interessanterweise bleibt die Übergangsstärke des tiefsten Spektralzustands in beiden Fällen mit wachsender Energie hinter der energetisch höher liegenden Satelliten zurück.

In den Argand-Plots für die Multipolaritäten $J^P=1^+$ und $J^P=2^+$ zeigen sich im fraglichen Energiebereich prägnante

Anomalien, die sich deutlich von allen anderen Diagrammen abheben. Dies ist auch der Grund für die Klassifikation der diskutierten Strukturen als echte Resonanzen, im Gegensatz zu der Kategorie der Pseudo-Resonanzen, zu denen die anderen Zustände gezählt werden.

In sämtlichen Observablen macht sich ein Fehlen der 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen energetisch weit über die Resonanzposition - bei etwa 260 MeV - hinaus gravierend bemerkbar (vergleiche Figur C 2.3/ 4).

2.5.2 DISKRIMINIERUNG VON 1^+_1 UND 2^+_1 RESONANZ

Neben diesen Gemeinsamkeiten zeigen sich charakteristische Merkmale, die 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen deutlich diskriminieren.

Die deutlich unterschiedliche Breitenstruktur wurde oben schon erwähnt; sie ist für die tiefsten 1^+ und 2^+ Spektralzustände in den Figuren B 5.2/12 und 14 dargestellt. Dabei wird deutlich, daß diese stark unterschiedliche Breitenstruktur ein typischer Effekt der Delta-Nukleon Dynamik ist; er bleibt bei allen Parameterveränderungen (Inputparameter, Modellmodifikation) erhalten, wenn sich auch die absoluten Werte für die Breiten verändern.

Ebenfalls prägnant ist der Unterschied im Energieverlauf dieser Spektralzustände (vergleiche Figuren B 5.2/11 und 16). Während der 1^+_1 Spektralmode mit wachsender Anregungsenergie in seiner Energieposition langsam anwächst, wird der 2^+_1 Zustand energetisch deutlich abgesenkt. Auch dieses Verhalten zeigt sich stabil bei der Variation von Parametern.

In den Argand Plots stellen sich 1^+ und 2^+ Partialwellen signifikant unterschiedlich dar. Einer außerordentlich

schnellen Variation mit großer Elastizität in Form eines Kreisdiagramms im 1^+ Fall steht eine deutlich inelastischere Loop-Struktur für die 2^+ Multipolarität gegenüber (vergleiche Figur C 2.2/ 4a).

Die 1^+_1 Resonanz ist bedeutend sensitiver gegenüber Variation von Parametern. Sowohl der Übergang zu den Datensätzen Holinde 2 und 3, wie auch die Verwendung der Reid - gefitteten Deuteronwellenfunktion bringt über diese Resonanz in der 1^+ Partialwelle Unitaritätsverletzung mit sich (vergleiche Figur C 2.3/ 7 und 10).

2.5.3 PHYSIKALISCHE RELEVANZ

Alle Observablen sind geprägt von der $J^\pi=1^+_1$ und $J^\pi=2^+_1$ Resonanzstruktur. Die 1^+ Resonanz ist sehr empfindlich auf Modifikationen jeglicher Art. Natürlich erhebt sich damit die Frage, in wieweit diese sensible Resonanzstruktur dynamischen Ursprungs ist oder Artefakt, bewirkt durch Unzulänglichkeiten in der Beschreibung?

INTERPRETATION GESTÖTZT AUF DAS EXPERIMENT

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, kann über eine weiten Energiebereich von 240 bis 400 MeV Anregungsenergie eine insgesamt gute Beschreibung des experimentellen Datenmaterials für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Vektoranalysierstärke erhalten werden.

Für den totalen Wirkungsquerschnitt wurde kein Vergleich mit Messungen (Pet 78, Pew 63, Nor 71) angegeben, da augenblicklich nur totale elastische Wirkungsquerschnitte berechnet sind. Man würde erwarten, daß der deutliche Peak im totalen elastischen Querschnitt bei 260 MeV auch eine Signatur im totalen Wirkungsquerschnitt hinterlassen sollte; dies ist nicht der Fall. Der totale Querschnitt im

fraglichen Energiebereich wurde in 10 MeV Schritten gemessen. Dies bedeutet, daß es sich bei obiger Peakstruktur entweder um einen von der Natur nicht bestätigten Resonanzeffekt handelt, oder daß eine Resonanz enger als 10 MeV ist.

Zu einer weiteren Observablen liegt noch Datenmaterial vor. Es handelt sich um die Tensoranalysierstärke $T(20)$ für die Pion - Energien (Anregungsenergien) von 117(244) MeV, 134(259) MeV bzw. 142(266) MeV und 151(274) MeV (Holt 79, Ulb 82, Holt 81, Grü 82a, Chr 83). Die Meßwerte, die von zwei Gruppen stammen, sind nicht miteinander verträglich. Die SIN - Gruppe findet eine auffällige und energetisch um 260 MeV lokalisierte Struktur unter Rückwärtswinkeln. Man könnte dies als einen Hinweis auf eine enge Resonanz deuten. Wenn man davon absieht, daß ein direkter Vergleich zwischen den im Laborsystem aufgenommenen Meßdaten und den vorgelegten Ergebnissen nicht ohne weiteres möglich ist, so kann man sich doch mittels der Figur C 2.2/ 1 überzeugen, daß eine energetisch schnelle Variation von $T(20)$ um 260 MeV vorliegt. Andererseits ist durch die vorliegende Untersuchung belegt, daß diese Struktur ursächlich auf 1^+_1 und 2^+_1 Resonanzen zurückgeht.

Zusammenfassung:

Die experimentelle Situation um 260 MeV ist unklar! Rein hypotetisch wäre die Existenz einer engen Resonanz um 260 MeV Anregungsenergie denkbar.

Das D^* - Modell bietet in Form der $J^\pi=1^+_1$ Resonanz einen Kandidaten an.

INTERPRETATION GESTÜTZT AUF PHASENANALYSEN

Phasenanalysen (PSA) bieten die Möglichkeit, experimentelles Datenmaterial in Form von Argand Diagrammen in S-

Matrizen zu übersetzen. Dies ist vorteilhaft, da Resonanzphänomene auf dieser Basis häufig leichter diskutiert werden können. Phasenanalysen brauchen Startwerte für die Partialamplituden; diese werden realistischen Modellen entnommen. Insofern ist jede Phasenanalyse mit einem theoretischen Vorurteil belastet. Wünschenswert wäre nun eine Phasenanalyse auf dem Hintergrund des D^* -Modells. Diese liegt zur Zeit nicht vor, verfügbar sind dagegen andere auf Faddeev Rechnungen beruhende Analysen von Rinat und Arvieux (Arv 80, Arv 81). Sicher ist es wenig sinnvoll, Argand-Diagramme aus dem D^* -Modell mit diesen Analysen im Detail zu vergleichen, man kann aber versuchen, Aussagen beider methodischer Zugänge miteinander in Beziehung zu setzen. Als wesentliches Ergebnis deutet sich ein gemeinsamer Trend in der Interpretation von Resonanzphänomenen an. PSA (Phase shift analysis) und D^* -Diagramme haben gemeinsam:

- Alle Argand Diagramme verlaufen mit wachsender Energie im Gegenuhrzeigersinn.
 - Mehrere niedrige Partialwellen weisen Pseudoresonanzstruktur auf.
 - Dominante Partialwellen sind die mit $l=l'=J-1$ gefolgt von denen mit $l=l'=J$; *am kleinsten sind Amplituden mit $l=l'=J+1$ und nichtdiagonale Beiträge.*
 - In beiden Zugängen gibt es Hinweise auf eine 2^+ Resonanz bei 260 MeV Anregungsenergie. Rinat und Arvieux bringen dieses Faktum in Verbindung mit der als exotisch bezeichneten $1D_2$ - Resonanz. Auch eine 3^- Resonanz bei 330 MeV ist in beiden Zugängen in gleicher Art zu erhalten. Dies ist in Übereinstimmung mit der $3F_3$ Resonanz aus der Proton-Proton Streuung, wenngleich hier der Resonanzcharakter in der neueren Diskussion (Bohr-Test: Rinat, Arvieux (Rin 81)) wieder in Frage gestellt wird.
- Direkte Hinweise auf eine 1^+ Resonanz existieren nicht; dies ist aber nicht verwunderlich, weil schon das Datenmaterial für eine vermutete sehr enge Struktur viel zu unvollständig ist.

Zusammenfassung:

Insgesamt wird das von Arvieux und Rinat im Rahmen einer Phasenanalyse entworfene Resonanzbild in ganz ähnlicher Weise im D^* - Modell dynamisch erzeugt. Die $D^* J^{\pi}=2^+_{1}$ Resonanz befindet sich in guter Übereinstimmung mit der als $^1D_2$ bezeichneten "exotischen" Struktur, die in der Proton - Proton Streuung beobachtet wurde. Gleiches gilt für die $^3F_3$ Resonanz.

RESUMEE

Insgesamt stützt der Vergleich mit dem Experiment (Observable und PSA) die D^* -Resultate. Auf Grund des noch relativ spärlichen und teilweise mit Unstimmigkeiten behafteten Datenmaterials können gewisse Hypothesen nicht überprüft werden. Dazu gehört zum Beispiel die im D^* - Modell vorhergesagte enge 1^+ Resonanz. Die ansonsten generelle Bestätigung von D^* Strukturen unterstreicht die physikalische Relevanz. Daran ändern auch in manchen Fällen beim Abweichen vom Standardmodell aufgetretene Unitaritätsprobleme nichts; sie machen nur deutlich, wie sensitiv man auf Details der Beschreibung ist, ein Hinweis auf notwendige Verbesserungen des Modells. Dieser Aspekt soll im nächsten Abschnitt ausgeführt werden.

Zusammenfassung:

Die vorliegende Untersuchung des Delta - Nukleon Systems hat natürlich Modellcharakter. Die Ergebnisse zeigen, daß im Mittlerenergiebereich Quarkfreiheitsgrade in realistischer Weise durch mesonische und baryonische Freiheitsgrade parametrisiert werden können.

2.5.4 VERBESSERUNGEN

Verbesserungen der Beschreibung der elastischen Pion - Deuteron Streuung sind auf zwei Ebenen notwendig: zum einen auf der Ebene der dynamischen, reaktionsübergreifenden Basis in Form der Delta - Nukleon Wechselwirkung, und zum anderen auf der Ebene der Reaktion selbst.

Verbesserungen auf der Ebene der Wechselwirkung bedeuten vordringlich, die Beschreibung des quasifreien Zerfalls zu verbessern (als Folge der gewählten Approximation wurden beispielweise Tensorterme vernachlässigt). Dies erscheint im Licht der vorangegangenen Diskussion von zentraler Bedeutung. Wie durch Vergleich verschiedener Modelle gezeigt (vergleiche Figur C 2.3/11), hängt die Existenz einer engen 1^+ Resonanz wesentlich von der Formulierung der quasifreien Zerfallsbreite ab.

Auf Reaktionsebene zielen Verbesserungen primär ab auf Hinzunahme von nichtresonanten-Beiträgen (vergleiche Figur C 1.2/ 1) und Berücksichtigung einer realistischeren Deuteronwellenfunktion.

Als Hinweis auf die Bedeutung der nichtresonanten Terme ist festzustellen, daß für Anregungsenergien unterhalb von 300 MeV Differenzen zwischen Theorie und Experiment in der Beschreibung des differentiellen Wirkungsquerschnitts auftreten. Unter anderem ist diese Diskrepanz sicher auch auf fehlenden Background zurückzuführen. Im Verlauf der Diskussion wurde klar, daß eine leichte Modifikation der Steuphasen ausreicht, um teilweise Observablenflächen total umzugestalten; in diesem Zusammenhang sei an Abschnitt C 2.3.6 erinnert. Insofern ist die Hinzunahme des Background-Beitrages auch in bezug auf die Analysierstärken von großer Bedeutung, insbesondere da Auswirkungen nicht trivial vorhersehbar sind.

Bei der Sensivität des Untersuchungsobjekts selbst ist verständlich, daß die grobe Parametrisierung der Deuteronwellenfunktion, die bisher Verwendung fand, durch eine

realistischerere Wellenfunktion ersetzt werden muß.
Schließlich bleibt als rein technischer Punkt zu erwähnen,
daß Rechnungen in viel kleineren Energieschritten durchge-
führt werden müssen, zumindest im Resonanzbereich um 260
MeV.

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

T E I L D

D ERWEITERUNGEN

1. Erweiterung auf andere Reaktionen
2. Erweiterung auf andere elementare Anregungen

D ERWEITERUNGEN1. ERWEITERUNGEN AUF ANDERE REAKTIONEN

Bis jetzt wurde nur der Pion - Deuteron Aspekt der Delta Nukleon Dynamik getestet. Wie in Figur C 2.2/ 5 deutlich wird, affiziert dies nur einen Teil der von der Dynamik her angebotenen Resonanzzustände. Natürlich ist es notwendig für ein fundamentales Verständnis der Delta-Nukleon Dynamik, das Resonanzspektrum möglichst vollständig auszuleuchten. Der $T=1$ Anteil ist durch weitere Zwei-Teilchen-Kanäle erreichbar; es handelt sich dabei beispielsweise um den Nukleon-Nukleon-Kanal oder den Gamma - Deuteron Kanal. Die verschiedenen Anregungsmechanismen sind in Form der elementaren Übergangsoperatoren in Tabelle D 1/ 1 dargestellt. Die Photoanregung des Delta - Nukleon Systems geschieht analog zu der Anregung durch das Pion; einziger Unterschied ist der Spin des Projektils. Die mathematische Behandlung erfolgt gemäß dem vorgeführten Konzept. Bei der Anregung über den Nukleon - Nukleon Kanal hat man es strukturell mit einem Übergangspotential zu tun. Dieses ist aber schon aus der Behandlung der Absorption bekannt (vergleiche Figur B 4.3/ 4). Damit reduziert sich die Angabe der Übergangsstärken auf eine Berechnung von Geometriefaktoren, wie sie schon aus der Delta - Nukleon Potentialformulierung her bekannt ist. Die konzeptionelle Behandlung erfolgt in Analogie zur elastischen Pion - Deuteron Streuung. Zusammen mit dem Pion - Deuteron Kanal stehen damit drei Eingangs-, bzw. Ausgangskanäle zur Verfügung. Somit kann das Delta - Nukleon Spektrum untersucht werden über sechs unabhängige Reaktionen (das Gesetz vom detaillierten Gleichgewicht bezieht Hin- und Rück-Reaktion aufeinander) (vergleiche Figur D 1/ 2).

Eine Anregung des $T=2$ Anteils des Resonanzspektrums ist bedeutend komplizierter. Schwierigster Punkt ist dabei der

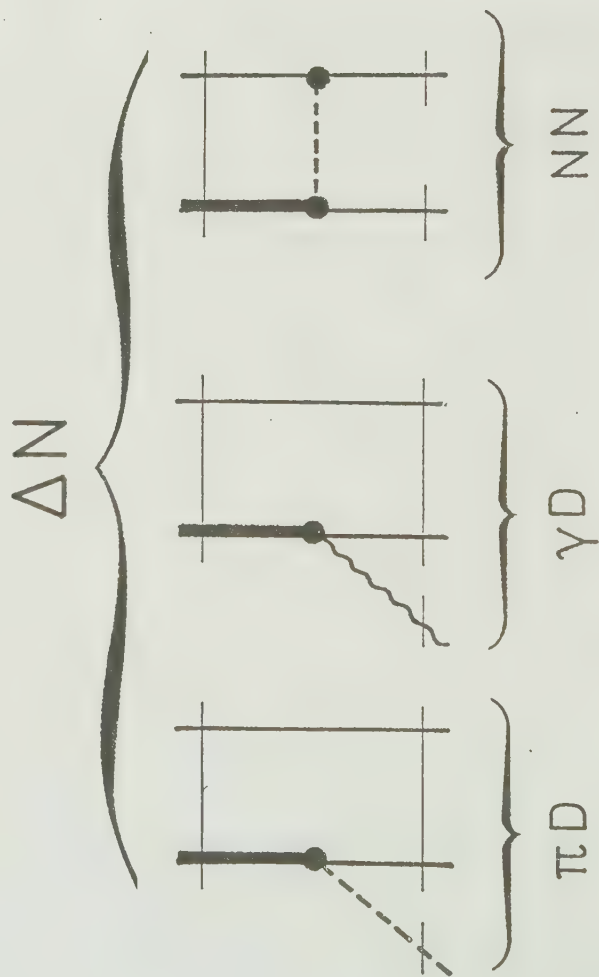


Fig. D 1/1
Elementare Übergangsoperatoren zur Anregung des ΔN Systems über die Kanäle πD , γD und NN .

REACTIONS

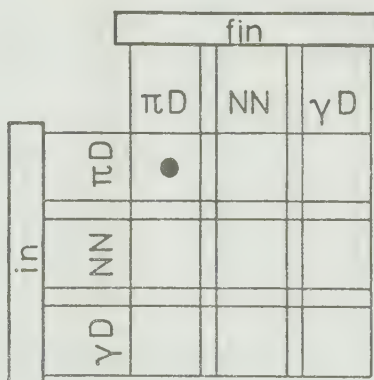
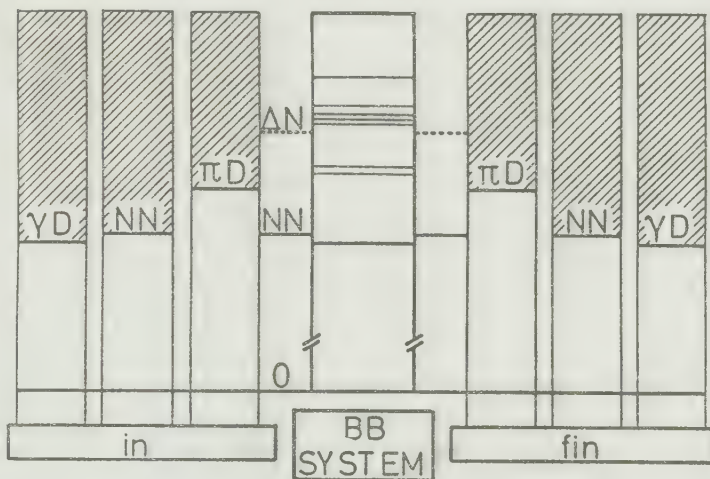


Fig. D 1/ 2

Zweiteilchenreaktionen zur Anregung von D^* Resonanzen.

experimentelle Nachweis, den $T=2$ Kanal tatsächlich erreicht zu haben. Zur Zeit im Gespräch ist die Reaktion $D(\gamma, \pi^+ \pi^+) D^{T=2}$ (Hub 83). Wie aus Figur D 1/ 2 zu entnehmen, kann aus dem Gamma Deuteron Kanal über zweimalige Pion(+) Emission ein System mit der Baryonenzahl $B=2$ erreicht werden. Das mit dem D^* - Modell berechnete $T=2$ Resonanzspektrum bietet drei energetisch gut getrennte Resonanzen an

$J^\pi=2^-$ bei ungefähr 285 MeV Anregungsenergie

$J^\pi=0^-$ bei ungefähr 265 MeV Anregungsenergie

$J^\pi=1^-$ bei ungefähr 235 MeV Anregungsenergie

Es sei angemerkt, daß dieses Ergebnis nicht übereinstimmt mit der Vorhersage von Arenhövel (Are 75), daß es höchstens einen (quasi-) gebundenen $J^\pi=2^+$, $T=2$ Zustand geben sollte. Es ist sicher interessant, obige Reaktion auf die $T=2$ Resonanzstruktur hin zu untersuchen.

Mit der Anzahl der untersuchten Reaktionen an Systemen mit der Baryonenzahl $B=2$ wird die experimentell verfügbare Information bedeutend größer. Nicht nur bisher kaum oder gar nicht angeregte Resonanzen werden mit der Natur in Verbindung gebracht; auch schon diskutierte Strukturen werden durch zusätzliche experimentelle Anhaltspunkte stärker eingeschränkt, bestehende Unsicherheiten (Modellparameter) zunehmend eingegrenzt. Damit wird die Aussagekraft über die zugrundeliegende Dynamik enorm gesteigert. Das Delta - Nukleon - System kann somit als ein zukunftssträchtiges und erfolgversprechendes $B=2$ Modellsystem gelten.

$$\underline{D(\gamma; \pi^+, \pi^+) [N^*N]^{T=2}}$$

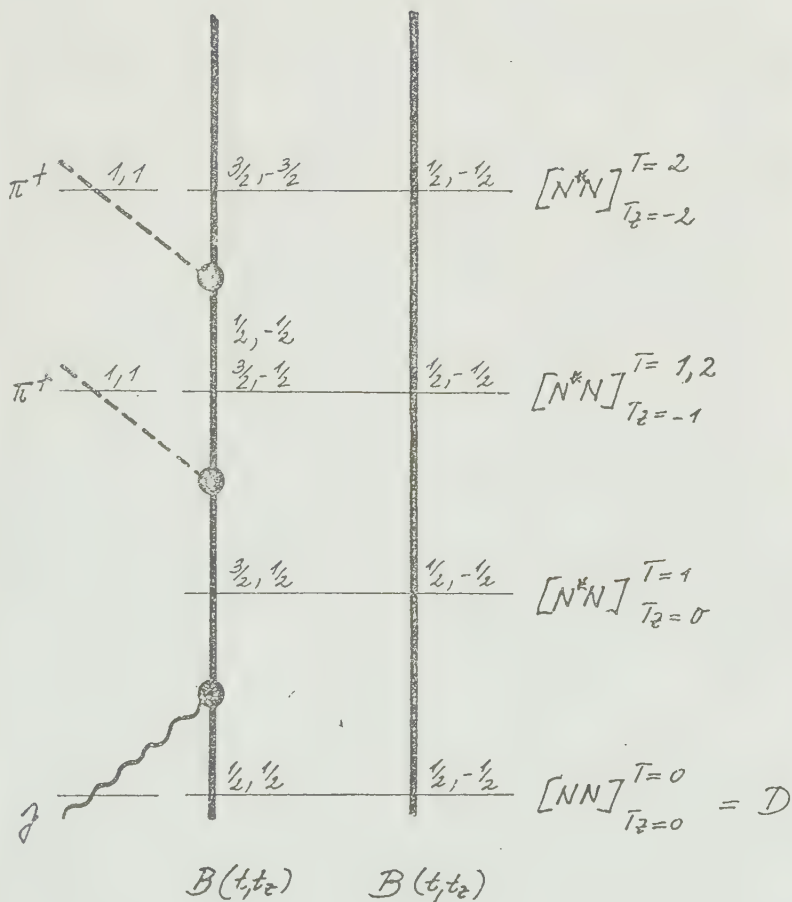


Fig. D 1/ 3

Mechanismus für die Anregung von $T=2$ Delta-Nukleon Resonanzen.

2. ERWEITERUNGEN AUF ANDERE ELEMENTARE ANREGUNGEN

Erfahrungen, die bei der Beschreibung des Delta - Nukleon Systems gemacht und Techniken, die bei der Bearbeitung entwickelt wurden, können auf andere Baryon - Baryon Systeme mit guter Aussicht auf Erfolg übertragen werden.

Nachdem sich die Parametrisierung von Quarkfreiheitsgraden auf der Basis von mesonischen und baryonischen Freiheitsgraden im Fall des Delta - Nukleon Systems als erfolgreich erwiesen hat, ist eine Erweiterung auf andere Energiebereiche und damit andere elementare Anregungen sinnvoll und erfolgversprechend.

Das Delta - Nukleon System hat den Vorzug (vergleiche Figur B 2.2/ 1), energetisch deutlich diskriminiert zu sein. Bei höheren Anregungsenergien wird der Einschluß mehrerer Baryon - Baryon Systeme in die Rechnung notwendig.

Bei zunehmendem Interesse an Hyperkernen (Dil 81, Dil 82a), bei deren theoretischer Behandlung Lambda - Nukleon und Sigma - Nukleon Wechselwirkung von großer Bedeutung sind, wird die Frage nach gebundenen $B=2$ Hyperonzuständen aktuell. Erste Ansätze hierzu finden sich in neueren Artikeln wie (Boz 83, Bad 81, Bad 82).

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

TEIL E

E ZUSAMMENFASSUNG

1. Das Modell
2. Die Reaktion $\vec{D}(\pi^+, \pi^-) D$
3. Schlußfolgerungen

E ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zum Problem der Beschreibung des Di-Baryons leisten. Die zugrundeliegende Konzeption sieht zwei qualitativ unterschiedliche Schritte vor:

- zum einen, einen dynamischen Zugang zur Beschreibung des $B=2$ Systems zu entwickeln, nämlich das D^* -Modell;
- zum zweiten, diese Vorstellung vom Di-Baryon auf geeignete Reaktionen anzuwenden und durch den Vergleich mit dem Experiment zu testen.

1. DAS D^* -MODELL

Vorgestellt wurde ein Modell, bei dem die Quarkanregungen eines di-nuklearen Systems dynamisch im Rahmen eines "Di-Baryonen-Modells" (D^* -Modell) behandelt werden. Die Baryon-Baryon Wechselwirkung wird in einem Ein-Boson-Austausch (OBE) und Zwei-Boson-Austausch (TBE) Modell konstruiert. Die Eigenmoden des Systems ergeben sich durch Lösen des nichtthermiteschen Eigenwertproblems. Diese Eigenmoden verschiedener Multipolarität bestimmen die Pole der T-Matrix und damit ein $B=2$ Resonanzspektrum. Der elementaren Delta-Resonanz steht im $B=2$ System also ein ganzes Resonanzspektrum gegenüber. Dieses Spektrum reflektiert die zugrundeliegende Baryon-Baryon Dynamik. Charakteristika des Spektrums sind:

- Die Aufspaltung im Delta-Nukleon System ist typisch 100 MeV.
- Die jeweils tiefsten 1^+ und 2^+ $T=1$ und 2^- , 0^- und

$1+ T=2$ Spektralzustände sind energetisch deutlich vom Rest des Spektrums abgesetzt.

4. DIE REAKTION

Die Delta-Nukleon Dynamik wurde über elastische Streuung von Pionen an Deuteronen getestet. Das gewichtete Spektrum wird wesentlich bestimmt durch $J^{\pi} = 1+, 2+, 0-, 1-$ und $3- T=1$ Resonanzstrukturen. Innerhalb der Modellunsicherheiten erhält man eine realistische Beschreibung des vorliegenden experimentellen Datenmaterials. Eine Analyse des Resonanzspektrums ergibt sowohl für die tiefste $J^{\pi} = 2+$, als auch $J^{\pi} = 3- T=1$ Resonanz eine gute Übereinstimmung mit den experimentell verifizierten $1D_2$ und $3F_3$ "Dibaryon-Resonanzen".

5. SCHLUSSFOLGERUNGEN

- (1) "Dibaryonresonanzen" sind a priori kein Hinweis auf exotische sechs Quark Strukturen im Mittlerenergiebereich. Eine Würdigung aller vorgestellten Ergebnisse legt den Schluß nahe, daß zumindest ein bedeutender Anteil der als "exotisch" bezeichneten Dibaryonenresonanzen bereits im D^* -Modell enthalten ist: auf der Grundlage der zur Zeit vorliegenden experimentellen Daten ist ein Schluß auf die Existenz "exotischer", über die Dibaryon-Struktur hinausführender sechs Quark Effekte verfrüht.
- (2) Dieses D^* -Konzept läßt sich auf andere Reaktionen erweitern:
Die vorliegende Untersuchung zeigt, daß mit der systematischen Analyse der elastischen Pion-Deuteron

Streuung wesentliche Eigenschaften der Delta-Nukleon Wechselwirkung aufgeklärt werden können. Das erscheint umso realistischer, da nach dem gleichen, hier vorgestellten Verfahren auch andere Reaktionen, wie zum Beispiel eine $NN \rightarrow \pi D$ Reaktion, beziehungsweise elastische Nukleon-Nukleon Streuung in diesem Energiebereich dazu verwendet werden können, die gleiche elementare Dynamik zu testen; derartige Rechnungen sind in Vorbereitung.

- (3) Dieses D^* -Konzept läßt sich auf andere Baryon-Baryon Systeme erweitern:

In dem Maße, wie sich das Verfahren als ein realistischer und praktikabler Zugang zum Studium der Delta - Nukleon Wechselwirkung erweist, erscheint es möglich, auch andere Baryon-Baryon Systeme auf diese Art zu untersuchen. Hierbei erscheint das $N^*(1470)-N$, beziehungsweise das Delta-Delta System als besonders naheliegend, ebenso wie die Strangeness $S=-1$ (NY^*) Systeme.

In diesem Sinne sollten die hier vorliegenden Untersuchungen des ΔN -Systems als Test auf die Anwendbarkeit des hier vorgeschlagenen D^* -Modells betrachtet werden.

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

T E I L X

- X ANHANG
- 1 Parameter
- 2 Deuteronwellenfunktionen
- 3 Baryon-Baryon-Potential-Matrixelemente
 - 3.1 Das OBE-Matrixelement
 - 3.2 Das Absorptionsmatrixelement
 - 3.3 Die Quasifreie Breite
 - 3.4 Das Matrixelement der kinetischen Energie
- 4 Übergangsstärken
 - 4.1 Struktur des Übergangsmatrixelementes
 - 4.2 $\pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsmatrixelement
 - 4.3 Der Übergangsoperator
- 5 Zusammenstellung von experimenteller Information
über die Reaktion $\vec{D}(\pi, \pi)D$
- 6 Rechen-organisatorisches Konzept

1. PARAMETER

Natürlich hängen Wirkungsquerschnitte und Analysierstärken der im Hauptteil vorgestellten Rechnungen von vielen, unterschiedlich gewichtigen Spezifikationen ab. Gemäß dem vorgestellten Aufbau gibt es drei Ebenen mit jeweils typischen Variationsmöglichkeiten. Die Bereiche sind:

- Potentialebene
- Lösungsebene der Schrödingergleichung
- Reaktionsebene

Eine Liste dieser Parameter zeigt die Tabelle X 1/1. Zusätzlich sind mögliche Spezifikationen angegeben.

Eine gewisse Festschreibung dieser Parameter in Form eines Standardparametersatzes hat sich als hilfreich erwiesen. Er ist in Tabelle X 1/2 aufgeführt.

Erläuterung der Parameter:

Die in Klammer angegebenen Ausdrücke beziehen sich auf Tabelle X 1/ 2.

Baryon-Baryon System (BB-system)

Das vorgestellte Konzept des Mesonenaustausches zur Potentialkonstruktion kann auf verschiedene Baryon-Baryon Systeme angewandt werden. Hier vorgestellt werden:

- Nukleon-Nukleon-,
- Nukleon-Delta- und
- Delta-Delta System.

PARAMETER	POSSIBLE VALUES	DEFAULT VALUES (STANDARD)
angular momentum (multipolarities)	1 < 7 (0(+), 1(+), 2(+), 3(+), 4(+), 5(+), 6(-))	1 = 6 (0(+), 1(+), 2(+), 3(+), 4(+), 5(+), 6(-))
I-matrix contribution	dominant background	dominant
channels	pion-deuteron, gammaa-deuteron, nukleon-nukleon	pion-deuteron (Paris wavefunction)
oscillator parameter	$0.8 < a/\hbar < 3.0$	$a = 1.0 \hbar$
configuration space	< 13 $\hbar\omega$	= 12 $\hbar\omega$
input data (explicit values)	HOL1, HOL2, HOL3	HOL1
potential version (approximation)	QA, Q0, FA, F0	QA
relation between coupling constants	quarkmodel, quarkmodel+Chew-Low theory(pion)	quarkmodel+Chew-Low theory(pion)
vertex formfactors	$M(=)$, $M(\neq=)$, $P(=)$	$M(=)$
exchanged mesons	sigma, omega, rho, pion, eta	sigma, omega, rho, pion, eta
B8-system	nukleon-nukleon, delta-nukleon, delta-delta	delta-nukleon

Fig. X 1/ 1

Parameter: neben den Variationsmöglichkeiten sind Standard-Werte angegeben, auf die in der Regel Bezug genommen wird.

Coupling constants

α	$\frac{f_{\pi NN}^2}{4\pi}$	$\frac{f_{\pi NN}^2}{f_{\pi NN}^2}$	$\frac{f_{\pi NN}^2}{f_{\pi NN}^2}$
π	realistic NN data	Chew-low theory: 4	$\frac{1}{25}$
η		quark model $70/25$	$\frac{1}{5}$
ρ		$\frac{72}{25}$	$\frac{1}{25}$
ω		/	1
ϕ		/	
$\bar{\rho}$		/	1
δ			

Fig. X 1/2

Kopplungskonstanten: Beziehungen zwischen Meson Nukleon Nukleon Kopplungskonstante einerseits und Meson Nukleon Delta bzw. Meson Delta Delta Kopplungskonstanten andererseits.

Ausgetauschte Mesonen (exchanged mesons)

In den Mesonenaustausch zur Potentialkonstruktion können verschiedene Mesonen mit einbezogen werden. In der vorliegenden Arbeit finden maximal Berücksichtigung:

- Sigma-Meson,
- Omega-Meson,
- Rho-Meson,
- Pion und
- Eta-Meson.

Für Strukturuntersuchungen werden aus dieser Liste, nach gewissen Kriterien, Mesonen ausgewählt.

Vertex-Formfaktoren (vertex-formfactors)

Zur Berücksichtigung der Off-shell-Ankopplung des Mesons am Baryon werden folgende Formfaktoren benutzt:

- Monopol Formfaktor ($M=$)
(mesonenspezifisch, ansonsten gleiche Cut-off Masse an beiden Baryon-Baryon Vertizes im Direkten Anteil)
- Monopol Formfaktor ($M\neq$)
(verschiedene Cut-off Massen an verschiedenen Vertizes Direkten Potentialbeitrags)
- Pilkuhn (Wurzel) Formfaktor ($P=$)
(gleiche Cut-off Massen an beiden Vertizes im Direkten Anteil)

Näheres findet sich in Kapitel B 4.1.3

Beziehungen zwischen Kopplungskonstanten (relation between coupling constants)

Für das Delta-Nukleon Potential werden mittels des statischen Quarkmodells Meson-Nukleon-Delta und Meson-Delta-Delta Kopplungskonstanten auf Meson-Nukleon-Nukleon Kopplungskonstanten bezogen. Die dabei auftretenden Faktoren sind in der Figur X 1/ 2 vermerkt. Für die Pion-Nukleon-Delta Kopplungskonstante gibt die Chew-Low Theorie (Chew 56) einen vom Quarkmodell abweichenden Wert:

$$\frac{f_{\pi N \Delta}^2}{f_{\pi N N}^2} = 4$$

Diese Chew-Low Kopplung wird in der Pion-Nukleon Streuung favorisiert, da sie in niedrigster Ordnung die richtige Delta-Breite liefert.

Potentialbeiträge und Approximationen (different versions of the potential and approximations)

Wie im Kapitel B4 ausführlich erläutert, wird das Delta-Nukleon-Potential aus verschiedenen OBE und TBE Beiträgen aufgebaut. Im wesentlichen handelt es sich dabei strukturell um vier Versionen der Wechselwirkung, die sich unterscheiden in bezug auf die Berücksichtigung offener Kanäle (vergleiche Figur X 1/ 3):

- 1) Das QA-Modell berücksichtigt OBE, absorptions- und quasifreie Potentialbeiträge.
- 2) Das QO-Modell geht aus von OBE und quasifreien Potentialbeiträgen; der Absorptionskanal wird nicht explizit in die Wechselwirkung aufgenommen.

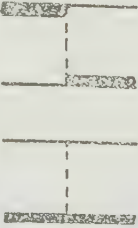
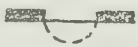
POTENTIAL VERSION				
NOTATION	CONTRIBUTION			
	 OBE	 FREE DECAY	 QUASIFREE DECAY	 ABSORPTION
F0	●	●		
FA	●	●		●
Q0	●		●	
QA	●		●	●

Fig. X 1/ 3

Darstellung verschiedener Potentialvariationen und ihrer Bezeichnung in dieser Arbeit.

- 3) Das FA-Modell enthält strukturell OBE und Absorptionsbeiträge, der Delta-Zerfall wird auf der Basis des freien Delta-Zerfalls, d.h. zustandsunabhängig, mitgenommen.
- 4) Dem FO-Modell liegt ein OBE-Potentialmodell zugrunde. Zerfallskanäle werden in der freien Delta-Breite subsummiert.

Alle Einzelbeiträge werden im Kapitel B4 ausführlich dargestellt.

Inputdaten (input data - explicit values)

Es ist a priori nicht klar, welche Werte für Kopplungskonstanten oder Cut-off Massen einzusetzen sind. Aus Fits an Niederenergie Nukleon-Nukleon Streudaten kann man verschiedene Datensätze generieren. In dieser Arbeit werden drei Nukleon-Nukleon streuphasenäquivalente Datensätze von Holinde und Machleidt (Hol 81) verwendet. Sie werden mit Holinde 1, 2, 3 (Abkürzung: HOL 1, 2, 3) bezeichnet und sind in der Tabelle X 1/ 4a aufgelistet. Kurz charakterisiert, steht der Verkleinerung der Pion Cut-off Masse eine Vergrößerung der Sigma Kopplungskonstanten gegenüber. Das in diesen Abgleich bei Holinde noch involvierte δ -Meson wird auf Grund seiner großen Masse (960 MeV) vernachlässigt. Die bei relativistischer Formulierung der effektiven Lagrangian auftretenden Kopplungskonstanten g werden mesonenspezifisch auf die in der nichtrelativistischen Beschreibung üblichen Kopplungskonstanten f umgerechnet (vergleiche hierzu Tabelle X 1/ 5).

Diese Holinde-Datensätze sind speziell auf Meson-Austausch-Potentiale abgestimmt. Allerdings sind in der Originalversion für verschiedene Mesonen-Beiträge unterschiedliche Exponenten n im Vertexformfaktor zugelassen. Die Benutzung nur eines Wertes für n bei der Potentialkonstruktion be-

$NN - \text{vertex-formfactoransatz:}$ $F(q^2) = \left(\frac{\Lambda_N^2 - m_K^2}{\Lambda_N^2 - q^2} \right) \eta_N$									
α	m_α	m_N	$g_{NNK}^2 (q^2 = m_K^2)$ (K)	Λ_N	$g_{NNK}^2 (q^2 = m_K^2)$ (K)	Λ_N	$g_{NNK}^2 (q^2 = m_K^2)$ (K)	Λ_N	$g_{NNK}^2 (q^2 = m_K^2)$ (K)
	MeV	MeV		MeV		MeV		MeV	
π	138	1	14.4	1530	14.4	1265	14.4	1000	14.4
η	548.5	1	6	1530	6	1530	6	1530	6
ρ	712	$3\frac{1}{2}$	0.77 (6.6)	1530	0.77 (6.6)	1530	0.77 (6.6)	1530	0.77 (6.6)
ω	782.8	$3\frac{1}{2}$	23	1530	23	1530	23	1530	23
ϕ	1020	$3\frac{1}{2}$	5	1530	5	1530	5	1530	5
$\bar{0}$	550	1	8.2	1530	8.67	1530	9.202	1530	9.202
δ	960	1	4.99	1530	2.88	1530	0.704	1530	0.704
			HOL 1				HOL 2	HOL 3	

Fig. X 1/ 4a
 Holinde/Machtleidt Datensätze für mNN-Kopplungskonstanten und Cut-off Massen verschiedener Mesonen nach (Hol 81); Erläuterung siehe Text.

<u>NN - vertex-formfactoransatz:</u>									
$F(q^2) = \left(\frac{\Lambda_K^2 - m_K^2}{\Lambda_K^2 - q^2} \right) \Lambda_K$									
α	m_α	m_α	$\frac{f_{\pi NN}^2}{4\pi} (q=m_\alpha^2)$	Λ_K	$\frac{f_{\pi NN}^2}{4\pi} (q^2=m_K^2)$	Λ_K	$\frac{f_{\pi NN}^2}{4\pi} (q^2=m_K^2)$	Λ_K	
	MeV			MeV		MeV		MeV	
π	138	1	0.0778	1530	0.0778	1265	0.0778	1000	
η	548.5	1	0.5124	1530	0.5124	1530	0.5124	1530	
ρ	712	1	$\frac{f_{\rho NN}^2}{4\pi} (\omega)$	$\Lambda_\rho(\omega)$	$\frac{f_{\rho NN}^2}{4\pi} (\omega)$	$\Lambda_\rho(\omega)$	$\frac{f_{\rho NN}^2}{4\pi} (\omega)$	$\Lambda_\rho(\omega)$	
ω	782.8	1	$\frac{f_{\omega NN}^2}{4\pi} (\omega)$	$\Lambda_\omega(\omega)$	$\frac{f_{\omega NN}^2}{4\pi} (\omega)$	$\Lambda_\omega(\omega)$	$\frac{f_{\omega NN}^2}{4\pi} (\omega)$	$\Lambda_\omega(\omega)$	
ϕ	1020								
$\bar{b}$	550	1	2.2070	1530	8.6700	1530	9.2020	1530	
δ	960								
				HOL 1	HOL 2			HOL 3	

Fig. X 1/ 4b

Holinder/Machleidt Datensätze für mNN-Kopplungskonstanten und Cut-off Massen verschiedener Mesonen nach (Hol 81) umgerechnet auf die in dieser Arbeit verwendete Parametrisierung der Baryon-Baryon Wechselwirkung; Erläuterung siehe Text.

Umrechnung
von Kopplungskonstanten: $g^2_{NN\alpha} \longrightarrow \frac{f^2_{\alpha NN}}{4\pi}$

für $\alpha = \pi, \eta$: $\frac{f^2_{\pi NN}}{4\pi} = \left(\frac{m_\pi}{2M_N} \right)^2 g^2_{NN\pi}$

für $\alpha = \rho$: $\frac{f^2_{\rho NN}}{4\pi} = \left(\frac{m_\rho}{2M_N} \right)^2 g^2_{NN\rho} (1+K)^2$

für $\alpha = \bar{\sigma}, \omega$: $\frac{f^2_{\alpha NN}}{4\pi} = g^2_{NN\alpha}$

Umrechnung
von Formfaktoren: $\left(\frac{\Lambda_1^2 - m^2}{\Lambda_1^2 - q^2} \right)^{n_1} \approx f_{n_1 n_2} \left(\frac{\Lambda_2^2 - m^2}{\Lambda_2^2 - q^2} \right)^{n_2}$

Cut off: $\tilde{\Lambda}_2 = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \tilde{\Lambda}_1$

Korrekturfaktor für Kopplungskonstante:

$$f_{n_1 n_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{n_2} \frac{\tilde{\Lambda}_1^{2(n_2 - n_1)} [\tilde{\Lambda}_1^2 - \tilde{m}^2]^{n_1}}{[\left(\frac{n_2}{n_1} \right) \tilde{\Lambda}_1^2 - \tilde{m}^2]^{n_2}}$$

mit:

$$q = (\omega, \mathbf{q})$$

$$\tilde{\Lambda} = \sqrt{\Lambda^2 - \omega^2}; \quad \tilde{m} = \sqrt{m^2 - \omega^2}$$

Fig. X 1/ 5

Angabe der verwendeten Beziehungen zum Umrechnen der g- auf die f-Kopplungskonstanten; Liste der Formeln zum Umrechnen von Formfaktoren mit unterschiedlichen Exponenten.

dingt eine energieabhängige Korrektur der Cut-off Parameter und formal der Kopplungskonstanten (vergleiche Tabelle X 1/5). Details sind im Kapitel B 4.1.3 dargestellt.

Konfigurationsraum (configuration space)

Bei der in diesem Zugang gewählten Lösung der Schrödinger-Gleichung mittels Diagonalisation ist die Formulierung der Basis ein technischer Aspekt mit physikalischer Relevanz (siehe Kapitel B 5.2.7). Die Dimension der Basis wird durch den Konfigurationsraum festgelegt. Auf Grund rechen-technischer Beschränkung ist zur Zeit die Maximalgröße des Konfigurationsraums 12 $\hbar\omega$.

Oszillatorparameter (oscillator parameter)

Ein zweiter für die Formulierung der Basis in harmonischen Oszillatorwellenfunktionen wesentlicher Parameter ist der Oszillatorparameter a (in fm). Werte zwischen 0.8 und 3.0 fm werden benutzt (Standardwert: 1.0 fm).

Kanäle (channels)

Auf Reaktionsebene steht natürlich eine Vielzahl von Kanälen zur Anregung und zum Zerfall des Delta-Nukleon Systems zur Verfügung. Die Zweiteilchenkanäle

- Pion - Deuteron
- Gamma - Deuteron
- Nukleon- Nukleon

seien dabei besonders hervorgehoben. In der vorliegenden Arbeit wird nur vom Pion-Deuteron Kanal als Eingangs- und Ausgangskanal Gebrauch gemacht.

Die Formulierung von Kanalwellenfunktionen ist häufig nicht eindeutig. So kann beispielsweise das Deuteron in verschiedener Art und Weise behandelt werden. Hier wurde sowohl die Paris- wie auch die Reidformulierung der Deuteronwellenfunktion benutzt. Eine Gegenüberstellung findet sich im Anhang X 2.

T-Matrix Beiträge (T-matrix contributions)

Wie im Abschnitt C 1.2 erläutert tragen verschiedene Beiträge mit unterschiedlichem Gewicht zur T-Matrix bei. Für die vorgestellten Rechnungen wurde nur der resonante, Delta-dominierte Anteil der T-Matrix berücksichtigt.

Quantenzahlbeiträge (multipolarities)

In der Drehimpulsdarstellung der T-Matrix ergibt sich in der konkreten Rechnung eine technische Beschränkung. Sie besteht in der Größe der berücksichtigten Multipolarität (bzw. des zugehörigen Relativdrehimpulses). Im vorliegenden Fall können Relativdrehimpulse $l \leq 7$ einbezogen werden. Damit ist bei der Beschreibung der elastischen Pion-Deuteron Streuung der Einschluß folgender Delta-Nukleon Multipolaritäten möglich:

$$0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+ \\ 1^-, 2^-, 3^-, 4^-, 5^-, 6^-.$$

2. DIE DEUTERONWELLENFUNKTION

Bei der Formulierung des Eingangskanals spielt die Deuteronwellenfunktion eine wesentliche Rolle. Sie kann unterschiedlich beschrieben werden. Zwei möglichen Beschreibungen des Nukleon-Nukleon Systems entspringen die Parametrisierungen der Deuteronwellenfunktion auf Basis des Paris-potentials (Lac 80, Lac 81) und des Reid-Potentials (siehe (Bos 78) und dort aufgeführte Referenzen). Ein Vergleich beider Wellenfunktionen findet sich in Figur X 2/ 1.

Aus technischen Gründen ist für die Berechnung der Übergangsstärken die Deuteronwellenfunktion in Oszillatorbasis formuliert. Dies bedingt, daß beide Wellenfunktionen nach einer Oszillatorbasis entwickelt werden müssen. Über eine geeignete Fit-Prozedur werden dabei dreizehn Koeffizienten $c(N,L,S)$ der Deuteronwellenfunktion im $12 \hbar\omega$ - Raum festgelegt. Ziel war eine möglichst gute Beschreibung sowohl der S als auch der D-Welle mit einem einzigen Oszillatorparameter zu erreichen. Aus einer Vielzahl von Fits wurde für jedes Potentialmodell jeweils einer herausgegriffen. Fitparameter und einige relevante Daten sind in der Tabelle X 2/ 2 zusammengestellt. Der Vergleich der Entwicklung nach harmonischen Oszillatoren mit der Paris- und Reidwellenfunktion findet sich in den Tabellen X3/3a und b. Beim Fit an die Paris-Deuteron-Wellenfunktion erhält man eine sehr gute Übereinstimmung in der S-Welle, sowohl im Orts- wie auch im Impulsraum. Der D-Wellen-Fit zeigt oszillatorischen Verlauf um die Ausgangskurve. Größere Abweichungen treten unterhalb von 2 fm im Ortsraum und unterhalb von 2 fm^{-1} im Impulsraum auf. Hier kommt es sogar zu einem artifiziellen Nulldurchgang, d.h. zu einem Vorzeichenunterschied im Vergleich zur "exakten" Paris-Wellenfunktion.

Die Entwicklung der Reid-Wellenfunktion liefert in der D-Welle eine bessere Übereinstimmung; in der S-Welle treten jedoch stärkere Diskrepanzen zur Ausgangsfunktion als im Parisfall auf.

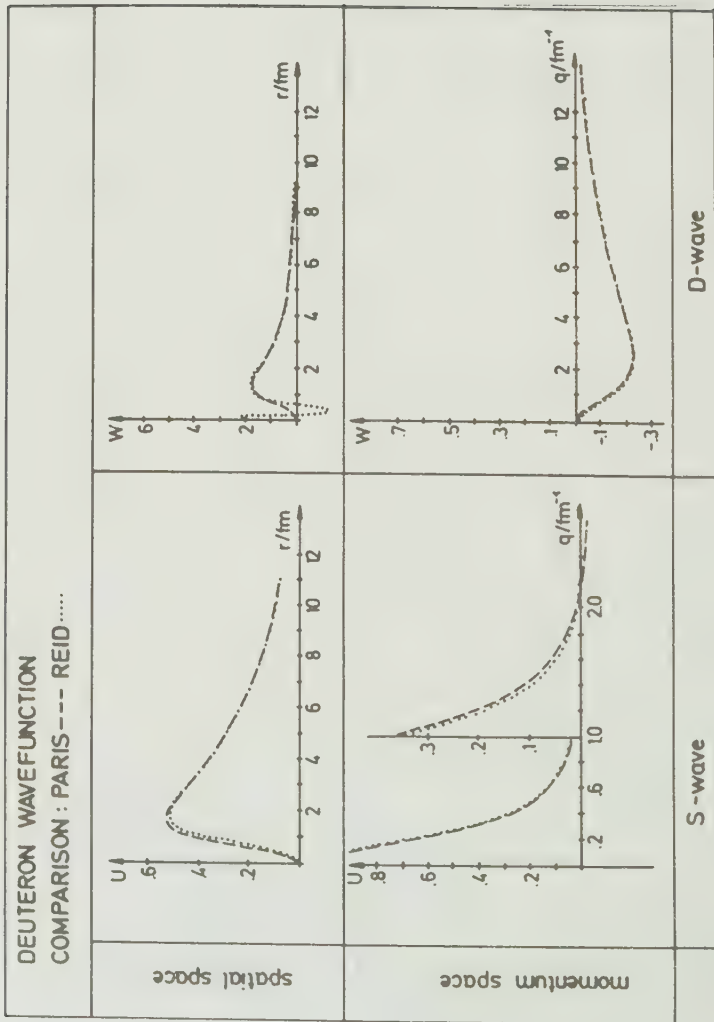


Fig. X 2 / 1
Deuteronwellenfunktion: Vergleich von Paris- und Reid-Formulierung

D E U T E R O N - W A V E F U N C T I O N : F I T		
FIT- PARAMETER:	D E U T E R O N	
	PARIS	REID
oscillator-parameter	2.9 fm	2.1 fm
configuration-space	12 $\hbar\omega$	12 $\hbar\omega$
fit-space	momentum space	spatial space
fit-intervall	0.5 - 3.5 fm ⁻¹	1.1 - 16 fm
PROPERTIES:.		
norm	97.2 %	98.0 %
D-wave-probability	3.7 %	5.1 %

Fig. X 2/ 2

Verwendete Fitparameter beim Entwickeln der Deuteronwellenfunktion nach harmonischen Oszillatorwellenfunktionen, sowie charakteristische Eigenschaften der resultierenden Deuteronwellenfunktion.

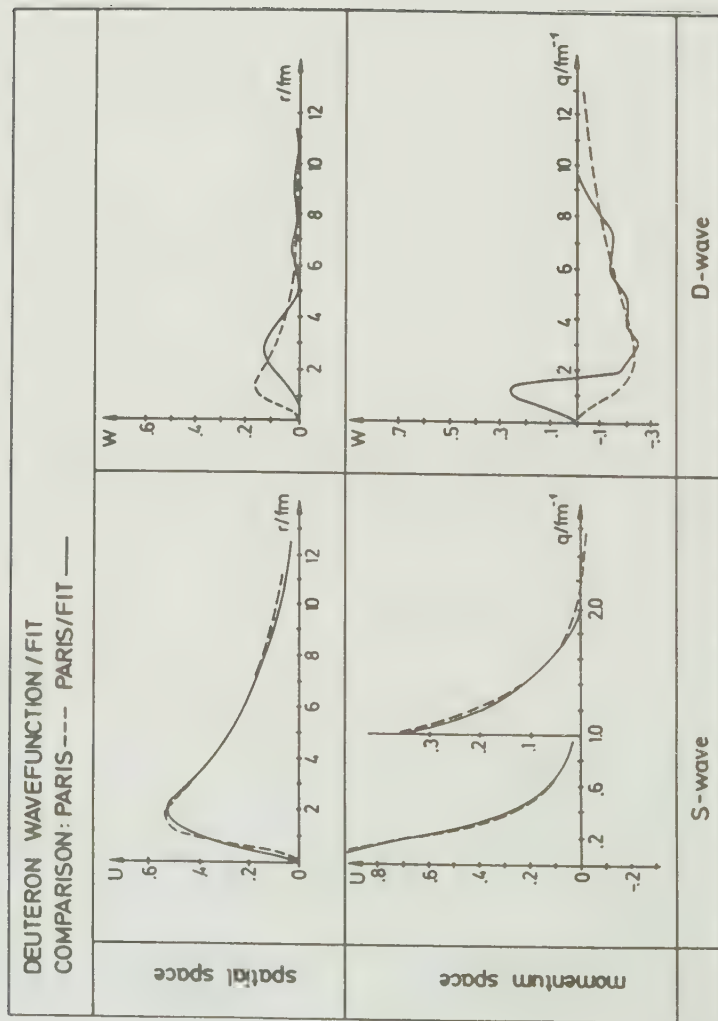


Fig. X 2/ 3a
Deuteronwellenfunktion: Vergleich von Paris-Parametrisierung und Fit.

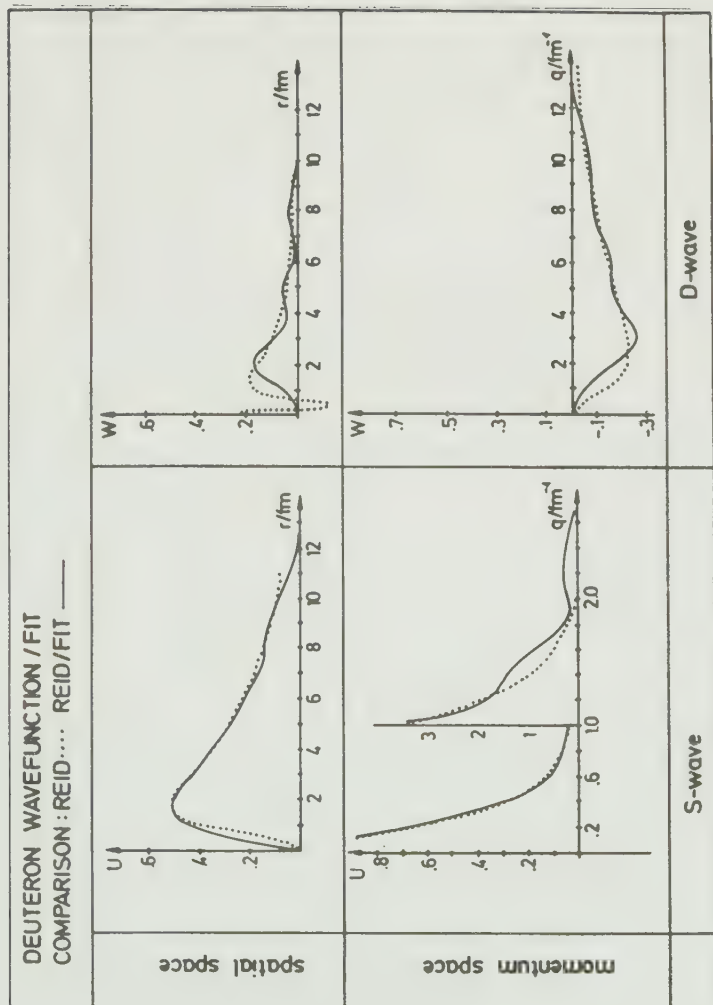


Fig. X 2/ 3b
Deuteronwellenfunktion: Vergleich von Reid-Parametrisierung und Fit.

Bei optimalem Fit kann in beiden Fällen die Normierung auf 1 nicht erhalten werden (die Abweichung beträgt jedoch nur etwa 2%). Der wesentliche Unterschied der beiden Darstellungen besteht in der D-Welle und drückt sich unter anderem in einer unterschiedlichen D-Wellenwahrscheinlichkeit aus. Sie beträgt für die Paris-Parametrisierung 3.7% und für den Reid-Fit 5.1%.

3. BARYON-BARYON POTENTIAL MATRIXELEMENTE

In diesem Abschnitt sind alle auftretenden Baryon-Baryon-Potential-Matrixelemente angegeben. Der Abschnitt X 3.1 ist OBE-Matrixelementen gewidmet. Im Teil X 3.2 werden Matrixelemente zur Verfügung gestellt, die bei der Berechnung der absorptiven Breite auftreten.

Im Abschnitt X 3.3 wird der Formelausdruck für die quasi-freie Breite entwickelt und die dazu verwendete Approximation erläutert.

Im letzten Abschnitt werden schließlich Matrixelemente des Operators der kinetischen Energie angegeben. Bei der Auswertung der Matrixelemente wurde, neben der Standardliteratur (z.B. (Edm 64)), die Drehimpulsalgebra mit Hilfe der Danos-Kopplungstechnik bewerkstelligt (vergleiche hierzu (Dan 71)). Eine gute Darstellung hierzu findet sich in (Leh 73).

3.1 DAS OBE MATRIXELEMENT

Das folgende ist formuliert für eine Baryon-Baryon OBE Wechselwirkung

$$V_{BB}^{OBE}(r, \omega) = \sum_{\alpha} V_{BB}^{OBE, \alpha}(r, \omega) \quad (X \ 3.1/ \ 1)$$

mit

$$V_{BB}^{OBE, \alpha}(r, \omega) = \sigma_{\alpha}^{Spin} \sigma_{\alpha}^{Isospin} V(r, \omega) \quad (X \ 3.1/ \ 2)$$

konstruiert unter Berücksichtigung der Mesonen

$$\sigma, \omega, \rho, \bar{a}, \eta \quad (X \ 3.1/ \ 3)$$

Das Übergangsmatrixelement ist in Figur X 3/ 1 aufgeschlüsselt nach Beiträgen zu den sieben verschiedenen Operatorstrukturen (vergleiche Figur B 4.2/ 4) und getrennt nach Winkel-Spin- und Isospinanteil dargestellt. Es treten fünf unterschiedliche Kopplungsstrukturen auf, die es über die jeweiligen Baryonenquantenzahlen

$$S_1 S_2 T_1 T_2 ; S_1' S_2' T_1' T_2' \quad (X \ 3.1/ \ 4)$$

erlauben, alle Matrixelemente zu berechnen. Im einzelnen handelt es sich um die in Tabelle X 3/ 2 aufgelisteten Matrixelemente.

[illegible]

[illegible]

$$\langle [B_\alpha B_\beta]_{\frac{1}{2} \frac{1}{2} T}^{J_F} | V^{OBF}(\hat{r}) | [B_\alpha B_\beta]_{\frac{1}{2} \frac{1}{2} T}^{J_F} \rangle$$

$$\left(\begin{matrix} 17 \\ 380 \end{matrix} \right)_{B \times B}^{17} (1, \omega) =$$

$$\left[\begin{matrix} \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1} + \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1} + \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1} \end{matrix} \right]$$

$$- \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1} - \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1} - \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1}$$

$$= \delta_{1,1}^{1,1} \delta_{2,2}^{1,1} \delta_{3,3}^{1,1}$$

$$\left[\begin{matrix} (1) \delta_{1,1}^{1,1} + (1) \delta_{1,1}^{1,1} \end{matrix} \right]$$

$$\rho_d(5)$$

$$\rho_d(5)$$

$$\rho_{ex}(5)$$

$$\rho_d(7)$$

$$\rho_{ex}(7)$$

$$d_d(15, 17)$$

$$d_d(15, 17)$$

$$d_{ex}(15, 17)$$

$$V_{1,d}^{(1)}$$

$$\left[V_{1,d}^{(1)} + V_{1,d}^{(1)} \right]$$

$$\rho_{ex}(7)$$

$$\left[V_{1,d}^{(1)} + V_{1,d}^{(1)} \right] (1 - \delta_{1,1}^{1,1})$$

$$\left[(1) \delta_{1,1}^{1,1} + (1) \delta_{1,1}^{1,1} \right]$$

$$\left[V_{1,d}^{(1)} + V_{1,d}^{(1)} \right]$$

$$V_{1,d}^{(1)}$$

BARYON-BARYON SYSTEM			
Coefficients	NN	AN	$\Delta\Delta$
$C_{B_1 B_2}$	$\frac{1}{4}(1 - (-)^{L+S+T})(1 - (-)^{L+S+T})$	1	$\frac{1}{4}(1 - (-)^{L+S+T})(1 - (-)^{L+S+T})$
$C_d(I)$	$2[I(I+1) - 1.5]$	$I(I+1) - 4.5$	$0.5[I(I+1) - 7.5]$
$P_{ex}(I)$	0	$\frac{1}{6}I(I+1)$	0
$d_d(L'SLSF)$	$6\sqrt{30}(-)^{F+S}\begin{matrix} \wedge \wedge \wedge \wedge \\ LL'SS' \end{matrix}$ $(\begin{matrix} L'2L \\ 000 \end{matrix}) \begin{matrix} \{LSF\} \\ \{S'L'2\} \end{matrix} \begin{matrix} \{112\} \\ \{\frac{1}{2}\frac{1}{2}S\} \end{matrix}$	$15\sqrt{3}(-)^{F+S}\begin{matrix} \wedge \wedge \wedge \wedge \\ LL'SS' \end{matrix}$ $(\begin{matrix} L'2L \\ 000 \end{matrix}) \begin{matrix} \{LSF\} \\ \{S'L'2\} \end{matrix} \begin{matrix} \{112\} \\ \{\frac{3}{2}\frac{1}{2}S\} \end{matrix}$	$15\sqrt{30}(-)^{F+S}\begin{matrix} \wedge \wedge \wedge \wedge \\ LL'SS' \end{matrix}$ $(\begin{matrix} L'2L \\ 000 \end{matrix}) \begin{matrix} \{LSF\} \\ \{S'L'2\} \end{matrix} \begin{matrix} \{112\} \\ \{\frac{3}{2}\frac{1}{2}S\} \end{matrix}$
$d_{ex}(L'SLSF)$	0	$-4\sqrt{30}(-)^{F+S}\begin{matrix} \wedge \wedge \wedge \wedge \\ LL'SS' \end{matrix}$ $(\begin{matrix} L'2L \\ 000 \end{matrix}) \begin{matrix} \{LSF\} \\ \{S'L'2\} \end{matrix} \begin{matrix} \{112\} \\ \{\frac{3}{2}\frac{1}{2}S\} \end{matrix}$	0

Winkel-Spin Matixelemente

$$\langle [B'_\alpha(1) B'_\beta(2)]_{L'S'T_z}^{7\pi} | \quad 1 \quad | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{LST_z}^{7\pi} \rangle$$

$$\langle [B'_\alpha(1) B'_\beta(2)]_{L'S'T_z}^{7\pi} | \sqrt{B_\alpha B'_\alpha(1)} \sqrt{B_\beta B'_\beta(2)} | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{LST_z}^{7\pi} \rangle$$

$$\langle [B'_\alpha(1) B'_\beta(2)]_{L'S'T_z}^{7\pi} | 1_{B_\alpha B'_\alpha(1)}^{(1,2)} 1_{B_\beta B'_\beta(2)}^{(1,2)} | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{LST_z}^{7\pi} \rangle$$

Isospin-Matixelemente

$$\langle [B'_\alpha(1) B'_\beta(2)]_{T_z}^T | \quad 1 \quad | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{T_z}^T \rangle$$

$$\langle [B'_\alpha(1) B'_\beta(2)]_{T_z}^T | I_{B_\alpha B'_\alpha(1)}^{(1)} I_{B_\beta B'_\beta(2)}^{(2)} | [B_\alpha(1) B_\beta(2)]_{T_z}^T \rangle$$

$$\langle [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_1} | \pi | [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_2} (F_1) \rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{F_1, F_2} \sum_{(1,2)} \sum_{(1,2)} [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_1} \times [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_2} | [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_1} \rangle$$

$$= \sum_{F_1, F_2} \sum_{(1,2)} \sum_{(1,2)} [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_1} \times [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_2} | [B_{\beta(1)} B_{\beta(2)}]_{(1,2)}^{F_1} \rangle$$

$$\langle [B_{\beta}(1) B_{\beta}(2)]_{L_5 T_5}^{2T} (1) | A_{B_{\beta} B_{\beta} B_{\beta}}^{(1,2)} (1) | [B_{\beta}(1) B_{\beta}(2)]_{L_5 T_5}^{2T} (2) \rangle$$

$$= (+i)^{-L-L'} (-i)^{-L-L'} \sqrt{24\pi} \delta_{T_1 T_2} \delta_{T_2 T_3} \frac{1}{T}$$

$$[[Y_{T_1}^{L_1} (1) \times [Y_{L_1}^{L_1}(1) \times Y_{L_2}^{L_2}(2)]_{L_5 T_5}^{2T}]_{L_5 T_5}^{2T}]_{L_5 T_5}^{2T} \times [[Y_{T_2}^{L_2} (2) \times [Y_{L_2}^{L_2}(2) \times Y_{L_3}^{L_3}(3)]_{L_5 T_5}^{2T}]_{L_5 T_5}^{2T}]_{L_5 T_5}^{2T}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 5+5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 5+5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 5+5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 5+5 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1,5,5,5 \\ 5,5,5,5 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2,7,5 \\ 7,5,7 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 0,0,0 \\ 7,2,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,5,5,7 \\ 7,5,7,7 \end{pmatrix} \sqrt{30}$$

$$\begin{matrix} 2,2,0,4,6,6 \\ 1,2,2,0,4,6,6 \end{matrix} \langle \begin{matrix} 2,2,0,4,6,6 \\ 1,2,2,0,4,6,6 \end{matrix} || \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \end{matrix} \rangle < \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \end{matrix} || \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \end{matrix} \rangle$$

$$\begin{aligned}
 & \langle [B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{T_2}^T | 1 | [B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{T_2}^T \rangle = \\
 & = \sum_{T_1} \delta_{T_1 T_2} \frac{1}{T_1} \cdot \frac{1}{T_2} \cdot [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_1}] [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_2}]^T = \sum_{T_1} \delta_{T_1 T_2} \frac{1}{T_1} \cdot \frac{1}{T_2} \cdot \delta_{T_1 T_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle [B_\alpha^{(1)} B_\beta^{(2)}]_{T_2}^T | \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{T_2} \cdot \frac{1}{T_1} [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_1}] [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_2}]^T \rangle = \\
 & = \sqrt{3} \delta_{T_1 T_2} \frac{1}{T_2} \cdot \frac{1}{T_1} [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_1}] [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_2}]^T = \\
 & = (-1)^{T_1+T_2+T_2} \left\{ \frac{T_2+T_1+T_2}{T_1 T_2} \right\} \langle T_1 \| \frac{1}{\sqrt{3}} [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_2}]^T \rangle \langle T_2 \| \frac{1}{\sqrt{3}} [[X_1^{(1)} \times X_2^{(2)}]_{T_2}]^T \rangle
 \end{aligned}$$

3.2 DAS ABSORPTIONS-MATRIXELEMENT

Zur Ableitung des Matrixelements wird benutzt

$$j_0(q/r-r') =$$

$$= 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^{\ell} \hat{e}^{\ell} j_{\ell}(qr) j_{\ell}(q'r') \left[Y_{\ell}^{\ell}(\hat{r}) \times Y_{\ell}^{\ell}(\hat{r}') \right]_0^0 \quad (\text{X 3.2/ 1})$$

(vergleiche (Chu 70)).

Als Nomenklatur für das Übergangspotential wird verwendet

$$V_{[B_1 B_2] [B'_1 B'_2]}^{(\lambda)}(r, \omega) =$$

$$= \rho^{(\lambda)} \left[[\hat{b}_1^{(\lambda)} \times \hat{b}_2^{(\lambda)}] \right]_{\lambda}^{\lambda} Y_{\lambda}^{\lambda}(\hat{r}) \int_0^{\infty} \frac{\rho^{(0)}}{\sqrt{4\pi}} \left[\hat{c}_1^{(\lambda)} \times \hat{c}_2^{(\lambda)} \right]_0^0 * \quad (\text{X 3.2/ 2})$$

$$* V_{[B_1 B_2] [B'_1 B'_2]}^{(\lambda)}(r, \omega)$$

mit

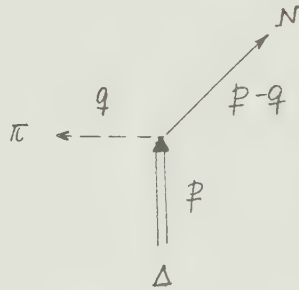
$$\rho^{(\lambda)} = \begin{cases} -\sqrt{12\pi} & \lambda=0 \\ \sqrt{24\pi} & \lambda=2 \end{cases} \quad (\text{X 3.2/ 3})$$

$$\begin{aligned}
 & \langle [\mathcal{B}_X^{(1)} \mathcal{B}_Y^{(2)}]_{T_1}^T \mid [\mathcal{C}_1^{(1)} \times \mathcal{C}_2^{(2)}]^{[0]} \mid [\mathcal{B}_X^{(1)} \mathcal{B}_Y^{(2)}]_{T_2}^T \rangle \\
 &= \frac{1}{T} [\mathcal{X}_1^{(1)} \times \mathcal{X}_2^{(2)}]^{[1]} \mid [\mathcal{C}_1^{(1)} \times \mathcal{C}_2^{(2)}]^{[0]} \mid [\mathcal{C}_1^{(1)} \times \mathcal{C}_2^{(2)}]^{[0]} \mid [\mathcal{X}_1^{(1)} \times \mathcal{X}_2^{(2)}]^{[1]} \mid \sigma_{T_1} \sigma_{T_2} \\
 &= \begin{pmatrix} - \\ - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2T & (T_1 + T_2) + T_1' + T_2' - (T_1 + T_2) \\ (-) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ - \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \overline{T}_1' \overline{T}_2' \\ \overline{T}_2' \overline{T}_1' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} T_1 T_2 \\ T_2 T_1 \end{matrix} \right\} \\
 & \langle T_1' \parallel \mathcal{C}_1 \parallel T_1' \rangle \langle T_1' \parallel \mathcal{C}_1 \parallel T_1' \rangle \langle T_2' \parallel \mathcal{C}_2 \parallel T_2' \rangle \langle T_2' \parallel \mathcal{C}_2 \parallel T_2' \rangle
 \end{aligned}$$

3.3 DIE QUASIFREIE BREITE

In die Berechnung der Zerfallsbreite geht folgende Näherung ein:

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$$



(X 3.3/ 1)

Das bedeutet, daß nach dem Zerfall des Delta das Pion nur senkrecht zum Delta-Impuls emittiert wird. Mit dieser Einschränkung erhält man für die kinetische Energie des Nukleons

$$\frac{(\vec{p}-\vec{q})^2}{2M} \longrightarrow \frac{p^2}{2M} + \frac{q^2}{2M}$$

(X 3.3/ 2)

$\varepsilon^{F/QF}(p(q, \omega)$ aus Gleichung B 4.4/ 7 ist damit nur noch von den Beträgen der Impulse $p = |\vec{p}|$ und $q = |\vec{q}|$ abhängig

$$\varepsilon^{F/QF}(p, q, \omega) \longrightarrow \varepsilon^{F/QF}(p, q, \omega) \quad (\text{X 3.3/ 3})$$

$$\left(\begin{array}{c} \gamma \wedge B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu} \\ [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}] [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}] \end{array} \right)_{LS, LS}^{FF} (\omega) =$$

$$= -2 \cdot \text{Im} \left\{ \left\langle [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}]_{LS, LS}^{FF} \right\rangle_{LS, LS}^{FF} \right| \gamma \wedge B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu} \left| [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}] [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}] \right\rangle_{LS, LS}^{FF} (L, L', \omega) \right\}$$

$$= -2 \cdot \text{Im} \left\{ \left\langle [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}]_{LS, LS}^{FF} \right\rangle_{LS, LS}^{FF} \right| \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3 q d^3 p e^{ip_L' L} \frac{1}{\alpha B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}} \frac{1}{2 \sqrt{q^2 m^2}} \frac{1}{\sum (q/p)} \frac{1}{\alpha B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}} e^{-ip_L' L} \left| [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}]_{LS, LS}^{FF} \right\rangle_{LS, LS}^{FF} \right\}$$

$$= -2 \cdot \left\langle [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}]_{LS, LS}^{FF} \right\rangle_{LS, LS}^{FF} \left| \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3 q d^3 p e^{ip_L' L} \frac{1}{\alpha B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}} \frac{1}{2 \sqrt{q^2 m^2}} \delta(\varepsilon^{FIRF} (q/p)) \frac{1}{\alpha B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}} e^{-ip_L' L} \right| [B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu}]_{LS, LS}^{FF} \right\rangle_{LS, LS}^{FF}$$

$$= -2 \frac{1}{4\pi} \left(\frac{-x_{B_2}''^2}{m} \right) (-) \frac{1}{(s-s'') + (T_1, T_1) + 1} \cdot \frac{1}{(1, s, T_1)^2} \cdot \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2}$$

$$\langle S_1 \| \bar{\psi}_{B_2}'' S_1'' \rangle \langle S_1'' \| \bar{\psi}_{B_2}'' S_1 \rangle \langle T_1 \| \bar{\psi}_{B_2}'' T_1'' \rangle \langle T_1'' \| \bar{\psi}_{B_2}'' T_1 \rangle$$

$$\int p^2 dp f_{LS}^* (p) f_{LS} (p) (q^{FLOF})^3 \frac{M}{M + \sqrt{(q^{FLOF}(p, \omega))^2 + m^2}}$$

$$= -2 \frac{1}{4\pi} \left(\frac{-x_{B_2}''^2}{m} \right) (-) \frac{1}{(s-s'') + (T_1, T_1) + 1} \cdot \frac{1}{(1, s, T_1)^2} \cdot \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2} \delta_{T_1, T_2}$$

$$\langle S_1 \| \bar{\psi}_{B_2}'' S_1'' \rangle \langle S_1'' \| \bar{\psi}_{B_2}'' S_1 \rangle \langle T_1 \| \bar{\psi}_{B_2}'' T_1'' \rangle \langle T_1'' \| \bar{\psi}_{B_2}'' T_1 \rangle \cdot \frac{(q^{FLOF})^3 M}{M + \sqrt{(q^{FLOF}(p, \omega))^2 + m^2}}$$

$$\int p^2 dp f_{LS}^* (p) f_{LS} (p) \left(\frac{q^{FLOF}}{q^{FLOF}(p, \omega)} \right)^3 \frac{M + \sqrt{(q^{FLOF}(p, \omega))^2 + m^2}}{M + \sqrt{(q^{FLOF}(p, \omega))^2 + m^2}}$$

$$\begin{aligned}
& \int \int p^2 dp \int_{LS}^* f_{LS}'(p) f_{LS}'(p) \frac{q^2}{\sqrt{q^2 + m^2}} \delta(\varepsilon, q, p, \omega) = \\
& = \int \int p^2 dp \int_{LS}^* f_{LS}'(p) f_{LS}'(p) \frac{q^4}{\sqrt{q^2 + m^2}} \frac{d\varepsilon^{FIOF}}{dq} \bigg|_{q(p, \omega)} \delta(\varepsilon - q(p, \omega)) \\
& = \int p^2 dp \int_{LS}^* f_{LS}'(p) f_{LS}'(p) \frac{(q^{FIOF}(p, \omega))^4}{\sqrt{(q^{FIOF}(p, \omega))^2 + m^2}} \cdot \frac{d\varepsilon^{FIOF}}{dq} \bigg|_{q(p, \omega)} \\
& = \int p^2 dp \cdot f_{LS}^*(p) f_{LS}(p) \frac{(q^{FIOF}(p, \omega))^3}{M + \sqrt{(q^{FIOF}(p, \omega))^2 + m^2}}
\end{aligned}$$

$$\langle [B^{(1)} B^{(2)}]_{T_2}^T | (\bar{\Sigma}_{B^* B^*}^{(1)} \cdot \phi) | [\bar{B}^{(1)} B^{(2)}]_{T_2}^T \rangle$$

$$= (-i)^{-2} \cdot 3 \quad (-, T_2^1 T_2^1, 2, 0, (-, T_2^1 0 + T_2^1) \quad (-T_2^1 0, T_2^1)$$

$$[[X_2^{(1)} \times X_2^{(2)}]^{[T]} | [[\bar{\Sigma}_{B^* B^*}^{(1)} \times \phi^{[0]}] \times [\bar{\Sigma}_{B^* B^*}^{(1)} \times \phi^{[0]}]^{[0]} | [X_2^{(1)} \times X_2^{(2)}]^{[T]}]$$

$$= (-, \bar{T}_2^1 - T_2^1 + 1 \quad \frac{1}{(T_2^1)^2} \quad \langle \bar{T}_2^1 \| \bar{\Sigma}_{B^* B^*}^{(1)} T_2^1 \rangle < T_2^1 \| \bar{\Sigma}_{B^* B^*}^{(1)} T_2^1 \rangle \quad \delta_{T_2^1} \delta_{T_2^1} \delta_{T_2^1} \delta_{T_2^1}$$

3.4 DAS MATRIXELEMENT DER KINETISCHEN ENERGIE

Das Matrixelement für den Beitrag der kinetischen Energie wird auf zwei Arten angegeben:

- einmal in konventioneller Art durch das Auswerten des Geometrieanteils und Formulierung des Radialanteils als Differentialoperator, wobei die Radialfunktion selbst nicht spezifiziert wird.
- zum andern unter Ausnutzung von Oszillator-Wellenfunktionen und der Matrixelemente (Sha 44, Bro 67):

$$\begin{aligned}
 & \langle R_{N'L'}(r) | V^{(k_0)}(r) | R_{NL}(r) \rangle = \\
 & = \begin{cases} -\frac{1}{2} \sqrt{(N+L+\frac{3}{2})(N+1)} \hbar \omega & (N'=N+1) \\ \frac{1}{2} (2N+L+\frac{3}{2}) \hbar \omega = \frac{1}{2} E_{NL}^{(k_0)} & (N'=N) \\ -\frac{1}{2} \sqrt{(N+L+\frac{1}{2})N} \hbar \omega & (N'=N-1) \end{cases} \\
 & \qquad \qquad \qquad (X 3.4 / 1)
 \end{aligned}$$

$$\langle [B_\alpha B_\beta]_{L_1 L_2 L_3}^{J_1 J_2 J_3} | T_{(12)} | [B_\alpha B_\beta]_{L_1 L_2 L_3}^{J_1 J_2 J_3} \rangle = \left(-\frac{t^2}{2m_{red}} \frac{1}{t^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(t^2 \frac{\partial}{\partial t} \right) + \frac{L(L+1) t^2}{2m_{red} t^2} \right) \delta$$

$$\langle [B_\alpha B_\beta]_{NLS J_1 J_2}^{J_1 J_2} | T_{(12)} | [B_\alpha B_\beta]_{NLS J_1 J_2}^{J_1 J_2} \rangle =$$

$$= \langle [B_\alpha B_\beta]_{NLS J_1 J_2}^{J_1 J_2} | H | H - V^{(40)} | [B_\alpha B_\beta]_{NLS J_1 J_2}^{J_1 J_2} \rangle$$

$$= \left(\varepsilon_{NL}^{(40)} \delta_{NN'} - \langle R_{NL}^{(1)} | V^{(40)} | R_{NL}^{(1)} \rangle \right) \delta$$

$$\left[\frac{1}{2} \sqrt{(N+L+3/2)(N+1)} \hbar \omega \delta \quad (N'=N+1) \right. \\ \left. \frac{1}{2} (2N+L+3/2) \hbar \omega \cdot \delta = \frac{1}{2} \varepsilon_{NL}^{(40)} \cdot \delta \quad (N'=N) \right. \\ \left. \frac{1}{2} \sqrt{(N+L+1/2)N} \hbar \omega \delta \quad (N'=N-1) \right]$$

$$\delta = \overline{\sigma_{11}'} \overline{\sigma_{22}'} \overline{\sigma_{33}'} \overline{\sigma_{44}'} \overline{\sigma_{55}'} \overline{\sigma_{66}'} \overline{\sigma_{77}'} \overline{\sigma_{88}'} \overline{\sigma_{99}'} \overline{\sigma_{100}'}$$

$$\langle [B_{\alpha} B_{\beta}]_{L' L' \frac{1}{2}}^{J' J} | T_{12} | [B_{\alpha} B_{\beta}]_{L L \frac{1}{2}}^{J J} \rangle = - \frac{J^2}{2 \mu_{red}} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{L(L+1) \hbar^2}{2 \mu_{red} r^2} \quad \delta$$

$$\begin{aligned} & \langle [B_{\alpha} B_{\beta}]_{N' L' S' J' L' \frac{1}{2}}^{J' J} | T_{12} | [B_{\alpha} B_{\beta}]_{N L S J L \frac{1}{2}}^{J J} \rangle = \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sqrt{(N+L+\frac{3}{2})(N+1)} \hbar \omega \cdot \delta \quad (N' = N+1) \\ & \frac{1}{2} (2N+L+\frac{3}{2}) \hbar \omega \cdot \delta = \frac{1}{2} \sum_{NL}^{(40)} \delta \quad (N' = N) \\ & \frac{1}{2} \sqrt{(N+L+\frac{1}{2})N} \hbar \omega \cdot \delta \quad (N' = N-1) \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

$$\delta = \delta_{J' J} \delta_{L' L} \delta_{S' S} \delta_{J' J} \delta_{L' L} \delta_{S' S}$$

Übergangsstärken

Im ersten Abschnitt X 4.1 wird die Struktur der Übergangsstärken in Drehimpulsbasis dargestellt. Die formale Gestalt des Übergangsoperators ist im 3. Teil erläutert. Die explizite Auswertung für das $\pi D \rightarrow 1N$ Übergangsmatrixelement geschieht im Kapitel X 4.2. Dabei werden die folgenden Beziehungen benutzt

$$p_E = \frac{k^2}{\frac{dE}{dk}} \quad (X 4 / 1)$$

$$\int d^3k = \int p_E dE d\Omega_{\hat{k}} \quad (X 4 / 2)$$

$$|\underline{k}\rangle = p_E^{-1/2} |E(k), \underline{k}\rangle \quad (X 4 / 3)$$

und

$$\langle \underline{k} | \ell \ell_z \rangle = Y_{\ell \ell_z}(\underline{k}) \quad (X 4 / 4)$$

Auftretende Umkopplungen werden unter Benutzung der Danos-Technik (vergleiche (Dan 71, Leh 73)) durchgeführt.

4.1 STRUKTUR DES ÜBERGANGSMATRIKLEMENTS

$$\langle [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}; E' | \alpha_{[BB][BB]} \rangle_{\vec{t}_1 \vec{t}_2} | [\alpha, BB] \rangle_{\vec{t}_1 \vec{t}_2} =$$

$$= \int d\vec{E}' d\vec{k} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \frac{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}{\alpha_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \frac{\vec{t}_2 \vec{t}_1}{\alpha_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}}$$

$$2 \cdot \sum_{\alpha_{BB} \rightarrow BB} \delta(E' - E(\vec{k}))$$

$$\langle [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}; E' | [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}; E' \rangle$$

$$\langle [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}; E' | \alpha_{BB}(n) | \alpha(n) \rangle_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}; \vec{k} \rangle$$

$$\langle \alpha(n) \rangle_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}; \vec{k} | [\alpha, BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}; E \rangle$$

$$= \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} d\Omega_{\vec{k}} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} (\ell_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \alpha_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}) \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}$$

$$2 \cdot \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \delta(E' - E) \sum_{\alpha_{BB} \rightarrow BB} \langle [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}; E' | \alpha_{BB}(n) | \alpha(n) \rangle_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}; \vec{k} \rangle \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \delta(E' - E)$$

$$\sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} 2 \cdot \sum_{\alpha_{BB} \rightarrow BB} \delta(E' - E) \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \langle [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1'}; E' | \alpha_{BB}(n) | \alpha(n) \rangle_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} [BB]_{\vec{t}_2 \vec{t}_1}; \vec{k} \rangle \sum_{\vec{t}_2 \vec{t}_1} \delta(E' - E)$$

$$= \sum_{1^5} \sum_{1^5} 2^{L1T2S1T} \delta(E'E) \rho_E^{\frac{1}{2}} < [\overline{B}(u)B(u)]^{\frac{1}{2}1^5_1} \bigg| \bigg| \frac{1}{L1T2S1T} \frac{1}{\sqrt{2}} [\overline{B}(u)B(u)]^{\frac{1}{2}1^5_1} \bigg| \bigg| E(\overline{u}), E(u) \rightarrow$$

4.2 $\pi D \longrightarrow \Delta N$ "ÜBERGANGSMATRIXELEMENT"

$$< [\Delta N]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_1 t_1}, E' | \mathcal{D}_{\pi} [\Delta N]_{\Delta N} | [\pi, D]_{\Delta N}^{j_2 t_2} > =$$

$$= \sum_{L'S'} \sum_{LS} 2 \cdot C_{\pi NN \rightarrow \Delta N}^{LS T, L'S'} \delta(E'-E) \rho_E^{j_2}.$$

$$< [\Delta(1)N(2)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_1 t_1} | \mathcal{D}_{\pi} (1) | [\pi(1)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_2 t_2} | \mathcal{D}_{\pi}^{-1} x [N(1)N(2)]_{LS}^{j_2 t_2} >$$

$$= \sum_{L'S'} \sum_{LS} 2 \cdot C_{\pi NN \rightarrow \Delta N}^{LS T, L'S'} \delta(E'-E) \rho_E^{j_2} \cdot N_{\pi}$$

$$< [\Delta(1)N(2)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_1 t_1} | (-i) \frac{\mathcal{D}_{\pi D}}{m_{\pi}} (\underline{\underline{S}}_k) (T_{\pi}) | [\bar{V}(k)] x [\bar{e}^{-i} \bar{x}_{T_{\pi}}] x [N(1)N(2)]_{LS}^{j_2 t_2} >$$

$$= \sum_{L'S'} \sum_{LS} 2 \cdot C_{\pi NN \rightarrow \Delta N}^{LS T, L'S'} \delta(E'-E) \rho_E^{j_2} N_{\pi} (-i) \frac{\mathcal{D}_{\pi D}}{m_{\pi}} \sum_{(-i)} \lambda^1$$

$$< \mathcal{D}_{\pi}^{-1} x [\pi(1)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_2 t_2} | \mathcal{D}_{\pi} (1) | \mathcal{D}_{\pi}^{-1} x [\pi(2)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_2 t_2} >$$

$$< [\Delta(1)N(2)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_1 t_1} | (\underline{\underline{S}}_k) | [\bar{V}(k)] x [\bar{e}^{-i} \bar{x}_{T_{\pi}}] x [N(1)N(2)]_{LS}^{j_2 t_2} >$$

$$< [\Delta(1)N(2)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_1 t_1} | (T_{\pi}) x [\pi(1)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_2 t_2} | [\pi(2)]_{\frac{1}{2}t_2}^{j_2 t_2} >$$

$$= \sum_{NLS'} \sum_{NLS} \frac{1}{\lambda}$$

$$4\pi\sqrt{3} \frac{f_{\pi N\Delta}}{\sqrt{4\pi}} \frac{k}{m_{\pi}} \frac{g^{\frac{1}{2}} N_{\pi}}{NLS'} \mathcal{C}_{NLS'}^{\frac{1}{2} N_{\pi}} \mathcal{C}_{NLS}^{\frac{1}{2} N_{\pi}} (\Delta N)$$

$$\int^2 d\omega R_{NL}(1) j_{\lambda}(\frac{\omega}{2}) R_{NL}(1)$$

$$(-i)^{1+1} \epsilon_{1234} \epsilon^{\lambda 1234} \epsilon^{\lambda 1234}$$

$$\langle \frac{3}{2} 15 \frac{1}{2} \rangle < \frac{3}{2} 17 \frac{1}{2} \rangle \begin{pmatrix} 110 \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 111 \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 111 \\ 111 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 111 \\ 111 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 111 \\ 111 \end{pmatrix}$$

$$\langle f_{LJ'}^{TF}(1) | j_\lambda(\frac{1}{2}k_1) | f_{LJ}^{TF}(1) \rangle =$$

$$= \sum_{N'N} \mathcal{L}_{N'LJ'}^{TF} \cdot \mathcal{L}_{NLS}^{TF} \cdot \int_0^{2\pi} d\phi R_{N'L}(1) j_\lambda(\frac{1}{2}k_1) R_{NL}(1)$$

$$\langle [B^{(1)} B^{(2)}]^{T_1'} | (\bar{L} B B^{(1)}) \cdot N_{T_2}^{(1)} | [N_{T_2}^{(2)} \times [B^{(1)} B^{(2)}]^{T_2'}]^{T_2} \rangle$$

$$= \sqrt{3} \begin{pmatrix} -i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta_{T_2} & \delta_{T_2'} \end{pmatrix}$$

$$[[N_{T_2}^{(1)} \times N_{T_2}^{(2)}]^{T_1'} | [L^{(1)} \times N_{T_2}^{(2)}]^{T_1'} | [L^{(2)} \times N_{T_2}^{(2)}]^{T_1'}]^{T_1}$$

$$= \begin{pmatrix} -i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta_{T_2} & \delta_{T_2'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{T_2} & \delta_{T_2'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{T_2} & \delta_{T_2'} \end{pmatrix}$$

4.3 DER ÜBERGANGSOPERATOR

$$\mathcal{L}_{\alpha[00][00]} :=$$

$$= \int dE d^3k \sum_{\substack{\vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k}}} \sum_{\substack{\vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k}}} \delta(E' - E(\vec{k}))$$

$$| [00]_{\vec{k}' \vec{k}}, E' \rangle \langle [00]_{\vec{k}' \vec{k}}, E' | \mathcal{L}_{\alpha[00][00]} | [\alpha]_{\vec{k}' \vec{k}}, \vec{k} \rangle \langle [\alpha]_{\vec{k}' \vec{k}}, \vec{k} |$$

$$= \int dE d^3k \sum_{\substack{\vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k}}} \sum_{\substack{\vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k} \\ \vec{k}' \vec{k}}} \delta(E' - E(\vec{k}))$$

$$\begin{aligned} & \left(| [00]_{\vec{k}' \vec{k}}, E' \rangle \langle [00]_{\vec{k}' \vec{k}}, E' | \mathcal{L}_{\alpha[00][00]} | [\alpha]_{\vec{k}' \vec{k}}, \vec{k} \rangle \langle [\alpha]_{\vec{k}' \vec{k}}, \vec{k} | \right. \\ & \left. + | [00]_{\vec{k}' \vec{k}}, E' \rangle \langle [00]_{\vec{k}' \vec{k}}, E' | \mathcal{L}_{\alpha[00][00]} | [\alpha]_{\vec{k}' \vec{k}}, \vec{k} \rangle \langle [\alpha]_{\vec{k}' \vec{k}}, \vec{k} | \right) \end{aligned}$$

$$= \int d\vec{E}' d^3\vec{k} \sum_{\substack{\vec{f}\vec{f}'\vec{f}'' \\ \vec{k}_1\vec{k}_2\vec{k}_3}} \sum_{\substack{\vec{g}\vec{g}'\vec{g}'' \\ \vec{k}_4\vec{k}_5\vec{k}_6}} 2. \delta(E' - E(\vec{k}))$$

$$| [BB]_{\vec{k}_1\vec{k}_2\vec{k}_3}^{\vec{f}\vec{f}'\vec{f}''}; E' \rangle \langle [BB]_{\vec{k}_4\vec{k}_5\vec{k}_6}^{\vec{g}\vec{g}'\vec{g}''} | \alpha_{BB'}^{(1)} | [\alpha^{(1)}]_{\vec{k}_1\vec{k}_2}^{\vec{f}\vec{f}''} [\theta\theta]_{\vec{k}_5\vec{k}_6}^{\vec{f}\vec{f}''} \langle [\alpha^{(1)}]_{\vec{k}_3\vec{k}_6}^{\vec{f}\vec{f}''} [BB]_{\vec{k}_4\vec{k}_5}^{\vec{f}\vec{f}''}; \vec{k} |$$

$$= \int d\vec{E}' d^3\vec{k} \sum_{\substack{\vec{f}\vec{f}'\vec{f}'' \\ \vec{k}_1\vec{k}_2\vec{k}_3}} \sum_{\substack{\vec{g}\vec{g}'\vec{g}'' \\ \vec{k}_4\vec{k}_5\vec{k}_6}} 2. \alpha_{BB \rightarrow BB}^{\vec{f}\vec{f}'\vec{f}''\vec{g}\vec{g}'\vec{g}''} \delta(E' - E(\vec{k}))$$

$$| [BB]_{\vec{k}_1\vec{k}_2\vec{k}_3}^{\vec{f}\vec{f}'\vec{f}''}; E' \rangle \langle [BB]_{\vec{k}_4\vec{k}_5\vec{k}_6}^{\vec{g}\vec{g}'\vec{g}''} | \alpha_{BB'}^{(1)} | [\alpha^{(1)}]_{\vec{k}_1\vec{k}_2}^{\vec{f}\vec{f}''} [\theta\theta]_{\vec{k}_5\vec{k}_6}^{\vec{f}\vec{f}''} \langle [\alpha^{(1)}]_{\vec{k}_3\vec{k}_6}^{\vec{f}\vec{f}''} [BB]_{\vec{k}_4\vec{k}_5}^{\vec{f}\vec{f}''}; \vec{k} |$$

EFFEKTIVER LAGRANGIAN $\mathcal{L}_{\pi BB'}$

$$\mathcal{L}_{\pi BB'} = (-i) \frac{f_{\pi BB'}}{m_\pi} (\bar{\psi}_{BB'} \cdot \underline{k}) (\bar{\psi}_{BB'} \cdot \underline{\chi})$$

$$\bar{\psi}_{BB'} \cdot \underline{k} = \sqrt{4\pi} k \left[\bar{\psi}_{BB'}^{[1]} \times \psi^{[1]}(\underline{k}) \right]_0^{[0]}$$

$$\bar{\psi}_{BB'} \cdot \underline{\chi} = i \sqrt{3} \left[\bar{\psi}_{BB'}^{[1]} \times \chi_1 \right]_0^{[0]}$$

PION WELLE

$$\begin{aligned} [\pi]_0^{0,1} \chi_{1, \frac{1}{2}} &= N_\pi e^{iqr} \chi_{1, \frac{1}{2}} \\ &= N_\pi 4\pi \sum_\lambda i^\lambda \hat{\lambda} j_\lambda(qr) \cdot \left[\psi_{(1)}^{[0]} \times \psi_{(1)}^{[1]} \right]_0^{[0]} \chi_{1, \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$N_\pi = (2\pi)^{-3/2} (2E_\pi)^{-1/2}$$

NOTATION

$$C_{\alpha BB' \rightarrow B'B}^{LST'L'S'T'} = \begin{cases} N_0^{(+)} N_0^{(-)} \cdot (1 - (-)^{L+S+T}) & \text{für } B \neq B' \\ (N_0^{(=)})^2 \cdot (1 - (-)^{L+S+T}) (1 - (-)^{L'+S'+T'}) & \text{für } B = B' \end{cases}$$

$$N_0^{(=)} = \frac{1}{2}$$

$$N_0^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

5. ZUSAMMENSTELLUNG VON EXPERIMENTELLER INFORMATION ÜBER DIE
REAKTION $\vec{D}(\pi, \pi)D$

(1) totaler Wirkungsquerschnitt:

(Pet 78, Nor 71, Pew 63)

(2) differentieller Wirkungsquerschnitt:

(Min 81, Sta 80, Fra 80, Gab 80, Kra 79, Holt 79, Col
78, Ave 76, Kel 78, Gab 73, Nor 71, Schr 71, Bra 68,
Pew 63, Sac 58, Ken 57)

(3) Vektoranalysierstärke:

(Mey 83, Bos 83, Bol 82, Bol 81, Prä 81)

(4) Tensoranalysierstärke $T(20)$:

(Chr 83, Chr 82, Grü 82, Ulb 82a, Ulb 82b, Holt 81,
Holt 79)

(5) Phasenanalysen:

(Arv 81, Rin 81, Arv 80)

6 Rechen-organisatorisches Konzept

Zur Berechnung der hier vorgestellten Resultate und zu ihrer Darstellung war der Aufbau eines umfangreichen und leistungsfähigen Programm- und Organisationssystems notwendig. Wert wurde dabei auf eine physiknahe möglichst effektive Informationsverarbeitung gelegt. Die Figur X 6/ 1 gibt einen stark vereinfachenden Überblick über das entwickelte Konzept.

- Ein wesentliches Element ist die Abspeicherung von rechenintensiven Zwischenergebnissen mit hohem Informationswert auf Magnetbändern. Dieses sogenannte Tape Storage System XX-(TSS-XX) wurde in Zusammenarbeit mit Dipl. Phys. R.Schartel projektiert und verwirklicht.
- Um eine universelle Auswertung der auf Magnetbändern abgelegter Information zu erreichen, wurde ein flexibler Block-Mode entwickelt, der eine benutzerfreundliche und unproblematische Verarbeitung des Datenmaterials garantiert.
- Von großer Bedeutung ist auch der Aufbau von normierten Schnittstellen, die einen zukünftigen Anschluß weiterer Programmstrukturen zulassen. Dies ist besonders im Hinblick auf die projektierten Erweiterungen von entscheidender Bedeutung.

Die Berechnung der physikalisch relevanten Spektren, Übergangsstärken und Observablen erfolgt in den drei Programmpaketen:

- SPEC: erlaubt die Berechnung von Spektren für verschiedene BB-Potentiale
- TRA : stellt Programmstrukturen zur Verfügung, mit denen für verschiedene Kanäle wie (π D, γ D, NN,) effizient Übergangsstärken berechnet werden können.
- OBS : erlaubt die Berechnung von resonanten Background-T-Matrizen, S-Matrizen und Faddeev-Amplituden, die dann in Observable übersetzt werden.

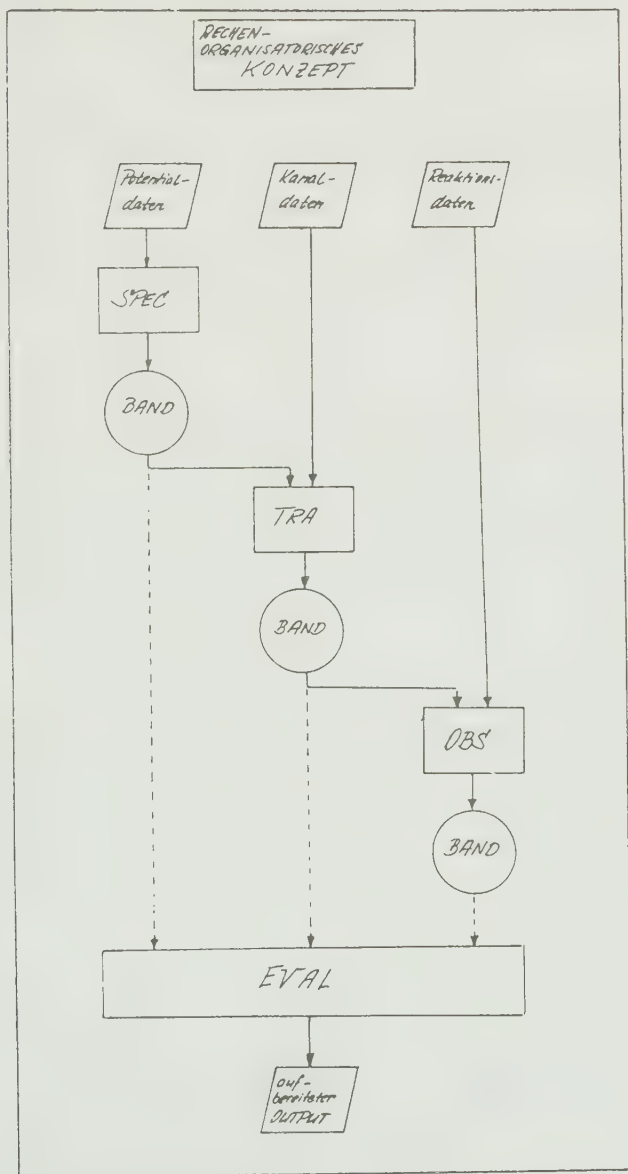


Fig. X 6/ 1
Entwickeltes rechenorganisatorisches Konzept (stark vereinfacht) zur Bewältigung der umfangreichen Numerik.

Vorlagen für dazu benötigte Analysierstärkenprogramme wurden freundlicherweise von Herrn Prof. Dr. H.M.Hofmann (Programm: ANAL) und Herrn Dr. J.Arriex (Programm: PIDEU) zur Verfügung gestellt.

Die Auswertung der Resultate nach verschiedenen Kriterien und in unterschiedlichen Darstellungen wird erreicht über das Programmpaket:

EVAL: es erlaubt geeignete Selektion von großen Datenmengen; außerdem wird die bildliche Darstellung von Potentials, Spektren, Übergangsstärken und Observablen hier bewerkstelligt.

Die Grundstrukturen zur dreidimensionalen Darstellung von Observablen wurden freundlicherweise von Herrn Dipl. Phys. Schartel zur Verfügung gestellt.

Um obiges Konzept zu realisieren waren

61 Hauptprogramme und

621 Subroutinen (bzw. Funktionen)

in Fortran 4 neu zu erstellen. In binärer Form entspricht das 1000 PRU's (Hauptprogramme) bzw. 2138 PRU's (Subroutinen).

Zur Zeit liegen auf 11 Bändern für unmittelbaren Zugriff vor:

594 Baryon-Baryon Spektren

396 vollständige Sätze von $\pi D \rightarrow \Delta N$ Übergangsstärken ($0 \leq J \leq 14$)

730 vollständige Sätze von Observablen ($\sigma^{\text{tot}}, \frac{d\sigma}{d\Omega}, i T_{11}, T_{20}, T_{21}, T_{22}, S_1^7 S_1^7 S^-$) für jeweils eine Energie

Diese Ergebnisse wurden in intensiver Nutzung auf einer CYBER 173 des Regionalen Rechenzentrums Erlangen (RRZE) gewonnen.

R - 1

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

T E I L R

R E F E R E N Z E N

- Are 75 H. Arenhövel, Nuc.Phys. A247(1975)473
- Are 78 H. Arenhövel, Weber, Phys.Rep. 36C(1970)277
- Arv 80 J. Arvieux, A.S. Rinat, Nuc.Phys. A350(1980)205
- Arv 81 J. Arvieux, Phys.Lett. 103B(1981)99
- Arv 82 J. Arvieux, private communication 1982
- Aue 77a I. Auer et al., Phys.Lett. 67B(1977)113
- Aue 77b I. Auer et al., Phys.Lett. 70B(1977)475
- Aue 78a I. Auer et al., Phys.Rev.Lett. 41(1978)354
- Aue 78b I. Auer et al., Phys.Rev.Lett. 41(1978)1436
- Axe 76 D. Axen, Nuc.Phys. A256(1976)387
- Bad 81 A.M. Badalyan, Sov.J.Nucl.Phys. 34(1981)106-110
- Bad 82 A.M. Badalyan, Sov.J.Nucl.Phys. 35(1982)233-238
- Bar 70 H.H. Barshall, W. Haeberli, Polarisation Phenomena in Nuclear Reactions, Proceedings of the Third International Symposium, Madison, 1970
- Bjö 67 J.D. Björken, S.D. Drell, Relativistische Quantenfeldtheorie, Mannheim (1967)
- Bla 52 J.M. Blatt, L.C. Biedenharn, Rev.Mod.Phys. 24(1952)258
- Bol 81 J. Bolger et al., Phys.Rev.Lett. 46(1981)167
- Bol 82 J. Bolger et al., Phys.Rev.Lett. 48(1982)1667
- Bon 74 K. Bongard, H.M. Pilkuhn, H.G. Schlaile, Phys.Lett. 52B(1974)271
- Bos 78 P. Bosted, J.M. Laget, Nuc.Phys. A296(1978)413
- Bos 83 E. Boschitz et al., SIN NL 15 (1983)12
- Boz 83 M. Bozoian, J.C.H. van Doremalen, H.J. Weber, Phys.Lett. 122B(1983)138
- Bra 68 F. Brandamante et al., Phys.Lett. 28B(1968)191
- Bro 67 T.A. Brody, M. Moshinsky, Tables of Transformation Brackets, Gordon and Breach, N.Y. (1967)
- Bro 75 G.E. Brown, W. Weise, Phys.Rep. 22C(1975)279
- Bry 67 R. Bryan, Phys.Rev. 164(1967)1215
- Bry 69 R. Bryan, B. Scott, Phys.Rev. 177(1969)1435
- Bur 83 J. Burger, Contribution to the spring meeting of the DPG, Münster, 1983
- Che 56 G.F. Chew, F.E. Low, Phys.Rev. 101(1956)1570
- Chr 82 A. Chrisholm et al., SIN NL 14(1982)25
- Chr 83 A. Chrisholm et al., SIN NL 15(1983)8

- Chu 70 K.N. Chung, M.G. Huber, M. Danos, Z.Phys. 240(1970)195
 Col 78 R.H. Cole et al., Phys.Rev. C17(1978)681
 Cot 63 W.N. Cottingham, Phys.Rev. 130(1963)735
 Cot 73 W.N. Cottingham et al., Phys.Rev. D8(1973)800
 Cot 80 J. Côté et al., Phys.Rev.Lett. 44(1980)1031
 Dan 71 M. Danos, Ann.Phys. 63 (1971) 319
 DeS 63 J.J. DeSwart, Rev.Mod.Phys. 35(1963)916
 DeT 78 C. De Tar, Phys.Rev. D17(1978)323
 Dev 57 S. Devons, L.J.B. Goldfarb, Hdb.d.Phys. 42(1957)362
 Dil 73 M. Dillig, M.G. Huber, Phys.Lett. 44B(1973)484
 Dil 74a M. Dillig, M.G. Huber, Mesonic Effects in Nuclear Structure, Edt. K. Bleuler, H.R. Petry, D. Schütte, Mannheim (1974), p80
 Dil 74b M. Dillig, M.G. Huber, Phys.Lett. 48B(1974)417
 Dil 76 M. Dillig, Phys.Rev. D13(1976)179
 Dil 79a M. Dillig, H.M. Hofmann, K. Klingenberg, Meson Nuclear Physics, Houston (1979)
 Dil 79b M. Dillig, Meson Nuclear Physics, Houston (1979)
 Dil 81 M. Dillig, V.E. Herscovitz, M.R. Teodoro, Z.Phys. G7(1981)L39
 Dil 82a M. Dillig, V.E. Herscovitz, M.R. Teodoro, preprint (1982)
 Dil 82b M. Dillig, private communication
 Dil 83 M. Dillig, private communication
 Dre 82 K. Dreissigacker, S. Furni, Ch. Hajduck, P.U. Sauer, Nuc.Phys. A375(1982)334
 Edm 64 A.R. Edmonds, Drehimpulse in der Quantenmechanik, Mannheim (1964)
 Erk 74 K. Erkelenz, Phys.Rep. C13(1974)191
 Eis 80 J.M. Eisenberg, D.S. Koltun, Theory of Meson Interactions with Nuclei, John Wiley, N.Y. (1980)
 Fae 83 A. Faessler, F. Fernandez, Phys.Lett. 124B(1983)145
 Fan 35 U. Fano, Nuovo Cim 12(1935)156
 Fan 52 U. Fano, National Bureau of Standards Report No.1214 (1952)
 Fan 53 U. Fano, Phys.Rev. 90(1953)577
 Fan 61 U. Fano, Phys.Rev. 124(1961)1866
 Fes 67 H. Feshbach et al., Ann.Phys. 41(1967)230

- Fic 71 D. Fick, Einführung in die Kernphysik mit polarisierten Teilchen, Mannheim, 1971
- Fra 80 R. Frascaria, Phys.Lett. 91B(1980)345
- Gab 73 K. Gabathuler et al., Nuc.Phys. B55(1973)397
- Gab 80 K. Gabathuler et al., Nuc.Phys. A350(1980)253
- Gir 80 N. Girand, C. Fayard, G.H. Lamat, Phys.Rev. C21(1980)1959
- Gol 75 M.L. Goldberger, K.M. Watson, Collision Theory, Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington (1975)
- Gre 76 A.M. Green, Rep. on Prog. in Phys., 39(1976)1109
- Gre 79 A.M. Green, in Mesons in Nuclei, Vol I, p227 (Ed. M. Rho and D. Wilkinson N.Y. 1979
- Grü 75a W. Grüebler et al., Nuc.Phys. A242(1975)265
- Grü 75b W. Grüebler et al., Nuc.Phys. A242(1975)285
- Grü 82a W. Grüebler et al., Phys.Rev.Lett. 49(1982)444
- Grü 82b W. Grüebler et al., private communication 1982
- Haa 74 P. Haapakoski, Phys.Lett. 48B(1974)307
- Hei 72 P. Heiss, Z.Phys. 251(1972)159
- Hid 77 K. Hidaka et al., Phys.Lett. 70B(1977)479
- Hir 79 M. Hirata et al., Ann.Phys. 120(1979)205
- Hof 82 H.M. Hofmann, private communication 1982
- Hol 72 K. Holinde, K. Erkelenz, R. Alzetta, Nuc.Phys. A194(1972)161
- Hol 76 K. Holinde, R. Machleidt, Nuc.Phys. A256(1976)479
- Hol 81 K. Holinde, Phys.Rep. 68(1981)121
- Holt79 R.J. Holt et al., Phys.Rev.Lett. 43(1979)1229
- Holt81 R.J. Holt et al., Phys.Rev.Lett. 47(1981)472
- Hos 60 N. Hoshizaki, S. Machida, Prog.Theoret.Phys. 24(1960)1325
- Hos 61 N. Hoshizaki, I. Lin, S. Machida, Prog.Theoret.Phys. 26(1961)680
- Hub 78 M.G. Huber, K. Klingenberg, Contributions for the II. Massurian Summerschool at Mikolajiki (1978) and Nukleonika 24(1979)95
- Hub 83 M.G. Huber, private communication 1983
- Hän 78a R. Händel, thesis (1978)
- Hän 78b R. Händel, M. Dillig, M.G. Huber, Phys.Lett. 73B(1978)4

- Jon 81 G. Jones, (Workshop Bloomington 1981) API Conference Proceedings No.79 (1981)15
- Kam 81 T. Kamae, Nuc. Phys. A374(1982)25c
- Kan 79 K. Kanai, A. Minaka, A. Nakamura, Prog.Theor.Phys. 62(1979)153
- Kan 81 K. Kanai et al., Prog.Theor.Phys. 65(1981)266
- Kel 75 R. Keller et al., Phys.Rev. D11(1975)2389
- Ken 57 C. Kenneth et al., Phys.Rev. 105(1957)247
- Kis 76 L.S. Kisslinger, W.L. Wang, Ann.Phys. 99(1976)374
- Kis 79 L.S. Kisslinger, in Mesons in Nuclei, Vol I, p261 (Ed. M. Rho and D. Wilkinson N.Y. 1979
- Kli 83 K. Klingenberg, Habilitationsschrift, Erlangen 1983
- Kra 79 A.V. Kravtsov et al., Nuc.Phys. A322(1979)439
- Kub 79 K. Kubodera, M.P. Locher, Phys.Lett. 87B(1979)169
- Kub 80 K. Kubodera, M.P. Locher, F. Myhrer, A.W. Thomas, J.Phys.G. 6(1980)171
- Kal 65 G. Källen, Elementarteilchenphysik, Mannheim (1965)
- Kön 72 V. König, Habilitationsschrift, Zürich 1972
- Lac 75 M. Lacombe et al., Phys.Rev. D12(1975)1495
- Lac 80 M. Lacombe et al., Phys.Rev. C21(1980)861
- Lac 81 M. Lacombe et al., Phys.Lett. 101B(1981)139
- Lac 81 M. Lacombe, Phys.Rev. C23(1981)2405
- Leh 73 D.R. Lehman, J.S. O'Connell, NBS Monograph 136 (1973)
- Lib 77 A. Liberman, Phys.Rev. D16(1977)1526
- Mey 83 M. Meyer, thesis and private communication, 1983
- Min 81 R.C. Minehart et al., Phys.Rev.Lett. 46(1981)1185
- Mor 53 P.M. Morse, H. Feshbach, Methods of Theoretical Physics I, MacGraw Hill, N.Y. (1953)
- Mos 68 S. Moszkowski, in Nuclear Physics, p3 (Ed. C. DeWitt, V. Gillet, Univ. Grenoble, Ecole d'été de Physique Theoretique, Cours donnés aux Houches en 1968)
- Mui 65 H. Muirhead, The Physics of Elementary Particles, Pergamon Press, Oxford (1965)
- Nor 71 J. Norem et al., Nuc.Phys. B33(1971)512
- Ose 82 E. Oset, H. Toki, W. Weise, Phys.Rep. 83(1982)281
- Par 82 Particle Data Group, Phys.Lett. 111B(1982)
- Pet 78 E. Petroni et al., Nuc. Phys. A300(1978)321

- Pew 63 R.E. Pewitt et al., Phys.Rev. 131(1963)1826
- Pil 79 H.M. Pilkuhn, Relativistic Particle Physics, Springer Verlag, N.Y. (1979)
- Prö 81 G.F. Probstle, thesis, 1981
- Rin 81 A.S. Rinat, J. Arvieux, Phys.Lett. 104B(1981)182
- Sac 58 R.G. Sachs et al., Phys.Rev. 109(1958)1733
- Sat 58 G.R. Satchler, Nuc.Phys. 8(1958)65
- Schr71 L.S. Schroeder et al., Phys.Rev.Lett. 27(1971)1813
- Schm72 P.A. Schmelzbach et al., Nuc.Phys. A184(1972)193
- Schw 81 W.J. Schuille, Proceedings 1981 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, p334, Ed. W. Pfeil, Bonn
- Sei 74 F. Seiler, Comp.Phys.Comm. 6(1974)229
- Sha 44 W.H. Shaffer, Review of Mod. Phys. Vol. XVI (1944)
- Sit 71 A.G. Sitenko, P.J. Shepherd, Lectures in Scattering Theory, Pergamon Press, Oxford (1971)
- Sim 53a A. Simon, Phys.Rev. 92(1953)1050
- Sim 53b A. Simon, T.A. Welton, Phys.Rev. 90(1953)1036
- Sim 54 A. Simon, T.A. Welton, Phys.Rev. 93(1954)1435
- Sim 73 M. Simonius, Polarisation Nuclear Physics, (ed. D. Fide), Lecture Notes in Physics 30, N.Y. (1973)
- Sim 79 Yu A. Simonov, M. van der Velde, Z.Phys.G. 5(1979)493
- Sta 80 A. Stanovnik et al., Phys.Lett. 94B(1980)323
- Sug 68 H. Sugawara, F. Hippel, Phys.Rev. 172(1968)1764
- Tay 72 J.R. Taylor, Scattering Theory, John Wiley, N.Y. (1972)
- Tok 80 H. Toki, Z.Phys., A294(1980)173
- Ued 68 T. Ueda, A.E.S. Green, Phys.Rev. 174(1968)1304
- Ulb 82a J. Ulbricht et al., Phys.Rev.Lett. 48(1982)311
- Ulb 82b J. Ulbricht et al., Helv.Phys.Acta 55(1982)241
- Vin 79 P. Vin Mau, Mesons in Nuclei, in Mesons in Nuclei, Vol I, p151, (Ed. M. Rho and D. Wilkinson N.Y. 1979)
- Vin 80a R. Vinh Mau, Lecture Notes in Physics, Proceeding, Bologna 1980
- Vin 80b R. Vinh Mau, invited Talk, Todtnauberg, October 1980
- Vin 80c R. Vinh Mau, Nuc.Phys. A335(1980)211
- Wel 63 T.A. Welton, Fast Neutron Physics, Interscience Publishers, 1963

Wil 65 J.H. Wilkinson, The Algebraic Eigenvalue Problem,
Clarendon Press, Oxford (1965)

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. M.G. H u b e r für die Anregung zur Bearbeitung dieses hochaktuellen Themas. Zahlreiche Diskussionen und sein förderndes Interesse haben großen Anteil am Gelingen der vorgelegten Arbeit.

Herrn Prof. Dr. M. D i l l i g danke ich für seine stete Bereitschaft zum klärenden Gespräch und seine kompetenten Beiträge bei der Formulierung neuer, unkonventioneller Ideen.

Mein Dank gilt auch allen anderen Diskussionspartnern im Institut für theoretische Physik III. Insbesondere Herr Prof. Dr. H.M. H o f - m a n n hat mich bei der Bewältigung vieler Detailprobleme unterstützt, speziell auf dem Gebiet der Polarisationsphysik.

Frau W e i s s sei herzlich gedankt für die sorgfältige Anfertigung eines großen Teils der Zeichnungen, weiter auch den Herren F. Fleischmann und K. Helmreich, die die Schreibarbeiten übernahmen.

Ohne die enge Zusammenarbeit mit dem Regionalen Rechenzentrum Erlangen, insbesondere mit Herrn Dipl. Math. K r a u s s e n b e r - g e r wäre die Durchführung des computertechnischen Mammutprogramms nicht möglich gewesen.

LEBENS LAUF

Name	Hans-Georg Hopf
Geburtstag	29.1.1952
Geburtsort	Nördlingen
Eltern	Georg Hopf Friederike Hopf geb. Kettler
Familienstand	verheiratet seit 23.2.1973 Ehefrau: Heidemarie Hopf geb. Büttner Sohn : Hans-Georg Michael geb. 27.4.1973
Ausbildung	1958 - 1962 Volksschule, Nördlingen 1962 - 1971 Theodor Heuss Gymnasium, Nördlingen 19. 6.1971 Abitur 1971 - 1977 Studium der Mathematik und Physik an der Friedrich Alexander Universität, Erlangen Frühj. 1974 Vorexamen 11.10.1974 Prüfung in Erziehungswissenschaften Herbst 1977 Staatsexamen 15. 2.1978 - Vorbereitungsdienst für das Lehramt 30. 9.1978 an Gymnasien seit wissenschaftlicher Angestellter am 1.10.1978 Institut für Theoretische Physik III (Prof. Dr. M.G. Huber)

